**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**Кафедра био- и наномеханики**

Шейдак  
Даниил Владимирович

**МАЛЫЕ ПОПЕРЕЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ**   
**КОМПОЗИЦИОННЫХ СТРУН И МЕМБРАН**  
Дипломная работа

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
профессор  
А.С.Кравчук

Допущен к защите  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 201\_\_г.  
Зав. кафедрой био- и наномеханики  
доктор физико-математических наук, профессор Г.И. Михасев   
\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Минск, 2016

# РЕФЕРАТ

Работа посвящена рассмотрению одной из основных модельных задач уравнений математической физики – малым свободным и вынужденным колебаниям струны и обобщению данного решения на случай неоднородных свойств материала струны. Для вывода уравнения следует рассматривать не действующие растягивающие силы, а растягивающие средние по поперечному сечению напряжения. Так же при получении дифференциального уравнения для композиционной струны, не подходит с методической точки зрения непосредственное использование дифференциальных соотношений, т.к. полученные соотношения понимаются в смысле среднего интегрального для значительного объема композиционного тела. Поэтому наилучшим вариантом вывода уравнения является использование интегральных соотношений для значительного участка струны.

Так же была рассмотрена задача о малых поперечных колебаниях прямоугольной мембраны, которая является классической задачей уравнений математической физики. Однако во всей известной литературе по данному предмету на мембраны действуют растягивающие силы, а необходимо, чтобы действовали растягивающие напряжения. Исправление этой неточности позволяет выводить уравнения малых поперечных колебаний прямоугольной мембраны с учетом ее механических и реологических характеристик. Кроме того в рассматриваемой работе получены ортотропные уравнения колебаний однородной прямоугольной мембраны, а также определены ее собственные частоты с учетом механических и реологических характеристик материала мембраны.

**Ключевые слова:** *композиционный материал; приближение  
Кравчука-Тарасюка эффективных свойств материала; малые поперечные колебания; концентрации компонент; линейно упругий материал;  
квазиупругий однородно стареющий материал.*

Праца прысвечана разгляду адной з асноўных мадэльных задач раўнанняў матэматычнай фізікі - малым свабодным і вымушаным ваганняў струны і абагульненню дадзенага рашэння на выпадак неаднародных уласцівасцяў матэрыялу струны. Для высновы раўнання варта разглядаць не дзейсныя расцягваюць сілы, а расцягваюць сярэднія па папярочным перасеку напружання. Гэтак жа пры атрыманні дыферэнцыяльнага раўнання для кампазіцыйнай струны, не падыходзіць з метадычнай пункту гледжання непасрэднае выкарыстанне дыферэнцыяльных суадносін, бо атрыманыя суадносін разумеюцца ў сэнсе сярэдняга інтэгральнага для значнага аб'ёму кампазіцыйнага цела. Таму найлепшым варыянтам вываду ўраўненні з'яўляецца выкарыстанне інтэгральных суадносін для значнага ўчастка струны.

Гэтак жа была разгледжана задача аб малых папярочных ваганнях прамавугольнай мембраны, якая з'яўляецца класічнай задачай раўнанняў матэматычнай фізікі. Аднак ва ўсёй вядомай літаратуры па дадзеным прадмеце на мембраны дзейнічаюць расцягваюць сілы, а неабходна, каб дзейнічалі расцягваюць напругі. Выпраўленне гэтай недакладнасці дазваляе выводзіць ўраўненні малых папярочных ваганняў прамавугольнай мембраны з улікам яе механічных і реологіческіх характарыстык. Акрамя таго ў разгляданай працы атрыманы ортотропной ўраўненні ваганняў аднастайнай прамавугольнай мембраны, а таксама вызначаны яе ўласныя частоты з улікам механічных і реологіческіх характарыстык матэрыялу мембраны.

**Ключавыя словы:** *кампазіцыйны матэрыял; набліжэнне Краўчука-Тарасюка эфектыўных уласцівасцяў матэрыялу; папярочныя ваганні; канцэнтрацыі кампанент; лінейна пругкі матэрыял; квазиупругий аднастайна які старэе матэрыял.*

The work is devoted to one of the main tasks of model equations of mathematical physics - a small free and forced vibrations of the strings and the generalization of the decision in the case of inhomogeneous material properties of strings. To derive the equation should not be considered valid tensile strength and tensile average stress over the cross section. Just when receiving a differential equation for the composition of the string is not appropriate from the methodological point of view, the direct use of differential relations, since these relations are understood in the sense of the average integral for a significant amount of the composite body. Therefore, the best option is to use the output equation of integral relations for a large string section.

Also it considered the problem of small transverse vibrations of a rectangular membrane, which is a classical problem of mathematical physics equations. However, in the known literature on the subject in the membrane are the tensile strength, it is necessary to act tensile stresses. To correct this error can display the equation of small transverse vibrations of a rectangular membrane with regard to its mechanical and rheological properties. Also considered in the wave equation derived orthotropic uniform rectangular membrane and identifies its own frequency taking into account mechanical and rheological characteristics of the membrane material.

**Keywords:** *composite material; approximation Kravchuk Tarasiuk-effective material properties; small transverse vibrations; the concentration of the component; linearly elastic material; quasi-elastic material is uniformly aging.*