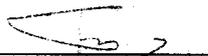


**Министерство образования Республики Беларусь**  
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

**УТВЕРЖДАЮ**

Первый заместитель Министра образования  
Республики Беларусь

 В.А. Богущ

« 17 » марта 2016 г.

Регистрационный № ТД- Г.551 /тип.

**АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

**Типовая учебная программа по учебной дисциплине  
для специальности**

**1-31 03 02 Механика и математическое моделирование**

**СОГЛАСОВАНО**

Председатель  
учебно-методического объединения по  
естественнонаучному образованию

 А.Д. Голстик  
« 18 » 05 2016 г.



**СОГЛАСОВАНО**

Начальник управления высшего об-  
разования Министерства образова-  
ния Республики Беларусь

 С.И. Романюк

« 10 » марта 2016 г.

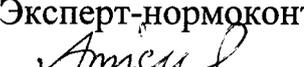
**СОГЛАСОВАНО**

Проректор по научно-методической  
работе государственного учреждения  
образования «Республиканский ин-  
ститут высшей школы»

 И.В. Титович

« 18 » февраля 2016 г.

Эксперт-нормоконтролер

 А.А. Демичев

« 15 » 02 2016 г.

Минск 2016

## **СОСТАВИТЕЛИ:**

**Сергей Гаврилович Кононов** – доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Константин Станиславович Филипович** – старший преподаватель кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета

## **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**Кафедра математики и методики преподавания математики учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка»;**

**Иван Васильевич Белько** – профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный аграрный технический университет», доктор физико-математических наук, профессор

## **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 11 от 05.05.2015)

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 15.05.2015)

Научно-методическим советом по математике и механике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 6 от 19.05.2015)

Ответственный за редакцию: Сергей Гаврилович Кононов

Ответственный за выпуск: Сергей Гаврилович Кононов

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**Аналитическая геометрия** является одной из основных дисциплин, которые читаются обучающимся по специальности 1-31 03 02 «Механика и математическое моделирование». Понятия и основные факты аналитической геометрии используются при изучении многих математических дисциплин, в первую очередь таких, как «Алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Математический анализ», «Теоретическая механика».

Главными целями учебной дисциплины «Аналитическая геометрия» являются:

- освоение новых по сравнению с элементарной геометрией пространств: многомерных евклидовых, аффинных и изучение фигур первого и второго порядков в этих пространствах;
- овладение основным методом исследования в аналитической геометрии – методом координат;
- приобретение студентами достаточного объема знаний, навыков и умений в области аналитической геометрии для их использования при изучении других математических дисциплин.

Для достижения этих целей решаются следующие задачи:

- Определяется понятие геометрического вектора как класса эквивалентных направленных отрезков. Излагается векторная алгебра, используемая в дальнейшем как основной инструмент построения аналитической геометрии;
- Всесторонне изучаются фигуры первого и второго порядков, являющиеся основными объектами исследования в аналитической геометрии;
- Вводятся основные типы геометрических преобразований и проводится идея рассмотрения различных геометрий как совокупности инвариантов той или иной группы преобразований.

В начале изучения дисциплины с целью сохранения преемственности со школьной геометрией рассмотрение ограничивается трехмерным евклидовым пространством  $E^3$ . При этом векторы в трехмерном евклидовом пространстве  $E^3$ , прямые на евклидовой плоскости  $E^2$ , плоскости и прямые в пространстве  $E^3$  изучаются всесторонне с точки зрения высшей математики. Рассматриваются фигуры второго порядка на плоскости  $E^2$  и в пространстве  $E^3$ .

Далее изучаются аффинные преобразования и движения плоскости  $E^2$  и пространства  $E^3$ , используемые, в частности, в современных графических программах компьютерной геометрии.

Заключительная часть аналитической геометрии посвящена многомерным аффинным и евклидовым пространствам. Определяются и изучаются фигуры первого и второго порядков в вещественных аффинных и евклидовых пространствах; аффинные преобразования и движения; аффинная и евклидова геометрия.

Изучение аналитической геометрии в течение всего срока обучения проходит во взаимосвязи с читаемыми параллельно дисциплинами: «Алгебра», «Математический анализ».

В соответствии с образовательным стандартом в результате изучения дисциплины обучающийся должен:

**знать:**

- векторы в  $E^3$ , операции над векторами;
- эллипсы, гиперболы, параболы, эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, их канонические уравнения и свойства;
- основные понятия теории кривых и поверхностей, типичные примеры кривых и поверхностей;
- понятия  $n$ -мерного аффинного и евклидова пространств; аффинные реперы и координаты точек;  $k$ -мерные плоскости и фигуры второго порядка, группы геометрических преобразований;

**уметь:**

- выполнять операции над векторами; записывать общие и параметрические уравнения плоскостей в различных пространствах, определять их взаимное расположение; находить расстояния между плоскостями;
- по общему уравнению фигуры второго порядка в  $E^2$  и  $E^3$  определять ее тип, размеры, расположение относительно системы координат; приводить общее уравнение фигуры второго порядка в аффинном пространстве к нормальному виду;

**владеть:**

- методом координат при решении основных задач аналитической геометрии;
- методами и вычислительным аппаратом алгебры, математического анализа и дифференциальных уравнений, применяемыми в геометрии.

Преподавание аналитической геометрии должно строиться таким образом, чтобы обучающийся приобретал следующие компетенции специалиста:

- АК-1. Умение применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-3. Владение исследовательскими навыками.
- АК-4. Умение работать самостоятельно.
- АК-5. Способность порождать новые идеи (креативность).
- ПК-8. Способность работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой, разрабатывать и использовать современное учебно-методическое обеспечение.

Всего на изучение аналитической геометрии отводится 172 часа, из них аудиторных – 106. Примерное распределение аудиторных часов приведено в тематическом плане дисциплины.

## ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Названия разделов и тем	Количество часов	
	Лекции	Практические занятия
<b>Раздел 1. Введение</b>	<b>1</b>	
1.1. Роль геометрии в математике и ее приложениях	1	
1.2. Предмет и методы аналитической геометрии		
<b>Раздел 2. Векторы</b>	<b>12</b>	<b>12</b>
2.1. Понятие вектора	1	1
2.2. Сложение векторов. Умножение векторов на числа	2	2
2.3. Проекции	1	1
2.4. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базисы	2	2
2.5. Скалярное произведение векторов	2	2
2.6. Векторное произведение векторов	2	2
2.7. Смешанное произведение векторов	1	1
2.8. Формулы преобразования координат векторов	1	1
<b>Раздел 3. Прямые и плоскости</b>	<b>8</b>	<b>10</b>
3.1. Аффинные реперы и координаты точек. Формулы преобразования координат точек	2	1
3.2. Фигуры и их уравнения	1	1
3.3. Прямые на плоскости	3	4
3.4. Плоскости и прямые в пространстве	2	4
<b>Раздел 4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве</b>	<b>8</b>	<b>8</b>
4.1. Эллипс, гипербола, парабола	2	2
4.2. Фигуры второго порядка на плоскости	2	2
4.3. Фигуры второго порядка в пространстве. Фигуры вращения. Цилиндрические и конические фигуры	4	4
<b>Раздел 5. Аффинные преобразования и движения</b>	<b>7</b>	<b>6</b>
5.1. Аффинные преобразования плоскости и пространства	2	1
5.2. Линейный оператор, индуцированный аффинным преобразованием	2	1

5.3. Координатное выражение аффинного преобразования	1	2
5.4. Движения плоскости и пространства	2	2
<b>Раздел 6. Аффинные пространства</b>	<b>11</b>	<b>10</b>
6.1. Определение, примеры и простейшие свойства аффинного пространства	2	1
6.2. Плоскости в аффинном пространстве	2	2
6.3. Уравнения плоскостей в аффинном пространстве	2	2
6.4. Аффинные отображения. Изоморфизмы и автоморфизмы аффинных пространств	2	2
6.5. Фигуры второго порядка в вещественных аффинных пространствах	3	3
<b>Раздел 7. Евклидовы пространства</b>	<b>7</b>	<b>6</b>
7.1. Евклидовы векторные пространства	2	2
7.2. Евклидовы точечные пространства	3	2
7.3. Фигуры второго порядка в евклидовых пространствах	2	2
<b>Всего часов</b>	<b>54</b>	<b>52</b>

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел 1. Введение

- 1.1. Роль геометрии в математике и ее приложениях.
- 1.2. Предмет и методы аналитической геометрии.

### Раздел 2. Векторы

- 2.1. Понятие вектора.

Направленные отрезки. Векторы как классы эквивалентных направленных отрезков.

- 2.2. Сложение векторов. Умножение векторов на числа.

Определения и основные свойства линейных операций над векторами: сложение векторов, умножение векторов на числа. Откладывание вектора от точки.

- 2.3. Проекции.

Определения и основные свойства параллельного проектирования на плоскости и в пространстве.

- 2.4. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базисы.

Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, коллинеарные и компланарные векторы. Базисы и координаты векторов. Ориентация прямой, плоскости и пространства.

- 2.5. Скалярное произведение векторов.

- 2.6. Векторное произведение векторов.

- 2.7. Смешанное произведение векторов.

- 2.8. Формулы преобразования координат векторов.

### Раздел 3. Прямые и плоскости

- 3.1. Аффинные реперы и координаты точек. Формулы преобразования координат точек.

Аффинные реперы (декартовы системы координат) на прямой, на плоскости и в пространстве. Ортонормированные реперы (прямоугольные декартовы системы координат). Полярные, сферические и цилиндрические системы координат. Формулы преобразования аффинных координат точек.

- 3.2. Фигуры и их уравнения.

Два основных способа задания фигур: параметризация фигуры и задание фигуры с помощью уравнения.

- 3.3. Прямые на плоскости.

Различные виды уравнений прямой на плоскости. Определение взаимного расположения двух прямых на плоскости по их уравнениям. Пучок прямых. Формулы для вычисления расстояния от точки до прямой и величины угла между прямыми.

- 3.4. Плоскости и прямые в пространстве.

Различные виды уравнений плоскости в пространстве. Определение взаимного расположения двух плоскостей по их уравнениям. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Определение взаимного расположения прямых

и плоскостей в пространстве по их уравнениям. Формулы для вычисления расстояний от точки до прямой и от точки до плоскости в пространстве. Геометрический смысл линейных неравенств с двумя и тремя неизвестными.

#### **Раздел 4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве**

##### **4.1. Эллипс, гипербола, парабола.**

Эллипс – различные определения, каноническое уравнение, фокусы, эксцентриситет. Гипербола – определение, каноническое уравнение, фокусы, эксцентриситет, асимптоты. Директрисы эллипса и гиперболы. Парабола – каноническое уравнение, фокус и директриса. Параметрические задания эллипса и гиперболы. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах. Касательные к эллипсу, гиперболе, параболе. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы.

##### **4.2. Фигуры второго порядка на плоскости.**

Общее уравнение фигуры второго порядка на плоскости, приведение его к каноническому виду.

**4.3. Фигуры второго порядка в пространстве. Фигуры вращения. Цилиндрические и конические фигуры.**

Понятие фигуры второго порядка в пространстве, ее исследование с помощью сечений. Фигуры вращения, цилиндрические и конические фигуры в пространстве. Эллипсоиды, однополостные и двуполостные гиперболоиды, эллиптические и гиперболические параболоиды. Цилиндры второго порядка – эллиптический, параболический, гиперболический. Конус второго порядка, конические сечения. Общее уравнение фигуры второго порядка в пространстве, приведение его к каноническому виду.

#### **Раздел 5. Аффинные преобразования и движения**

##### **5.1. Аффинные преобразования плоскости и пространства.**

Определение, примеры и основные свойства аффинных преобразований плоскости и пространства.

##### **5.2. Линейный оператор, индуцированный аффинным преобразованием.**

##### **5.3. Координатное выражение аффинного преобразования.**

##### **5.4. Движения плоскости и пространства.**

Определение, примеры и основные свойства движений плоскости и пространства. Координатная запись движения. Описание движений плоскости  $E^2$  и пространства  $E^3$ .

#### **Раздел 6. Аффинные пространства**

**6.1. Определение, примеры и простейшие свойства аффинного пространства.**

Понятие аффинного пространства и его простейшие свойства, вытекающие из аксиом. Примеры. Арифметическое аффинное пространство.

##### **6.2. Плоскости в аффинном пространстве.**

Понятие  $k$ -мерной плоскости в пространстве  $A^n$ , аффинная оболочка множества точек. Аффинно независимые системы точек.

### 6.3. Уравнения плоскостей в аффинном пространстве.

Общие и параметрические уравнения плоскостей в пространстве  $A^n$ . Типы взаимного расположения двух плоскостей в аффинном пространстве, характеристика пары плоскостей.

6.4. Аффинные отображения. Изоморфизмы и автоморфизмы аффинных пространств.

Аффинные отображения. Изоморфизм аффинных пространств. Аффинные преобразования. Геометрия аффинной группы.

### 6.5. Фигуры второго порядка в вещественных аффинных пространствах.

Фигуры второго порядка (квадрики) в вещественном аффинном пространстве  $A^n$ . Пересечение квадрики с прямой. Асимптотические направления. Линии эллиптического, гиперболического, параболического типов на плоскости  $E^2$ . Центры квадрик. Диаметральные плоскости квадрики. Диаметры линий второго порядка. Приведение уравнений квадрики к нормальному виду с помощью преобразования координат. Аффинная классификация квадрик в вещественном аффинном пространстве  $A^n$ .

## Раздел 7. Евклидовы пространства

### 7.1. Евклидовы векторные пространства.

Понятие евклидова векторного пространства. Ортонормированные базисы и ортогональные матрицы. Ортогональное дополнение подпространства. Матрица Грама системы векторов.

### 7.2. Евклидовы точечные пространства.

Понятие  $n$ -мерного евклидова точечного пространства  $E^n$ . Ортонормированные реперы. Плоскости в пространстве  $E^n$ , ортогональность плоскостей. Шары, сферы, симплексы, параллелепипеды в пространстве  $E^n$ . Расстояние между двумя плоскостями. Объем параллелепипеда и симплекса. Движения пространства  $E^n$  и евклидова геометрия.

### 7.3. Фигуры второго порядка в евклидовых пространствах.

Приведение уравнения квадрики в пространстве  $E^n$  к каноническому виду. Исследование поверхности второго порядка в пространстве  $E^3$  по общему уравнению.

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Основная литература

1. *Кононов С.Г.* Аналитическая геометрия: учебное пособие. – Минск: БГУ, 2014. – 238 с.
2. *Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С.* Алгебра и аналитическая геометрия: в 2 ч.: учебное пособие. – Минск: Вышэйшая школа, 1984. – Ч. 1. – 302 с.
3. *Милованов М.В., Толкачев М.М., Тышкевич Р.И., Феденко А.С.* Алгебра и аналитическая геометрия: в 2 ч.: учебное пособие. – Минск: Вышэйшая школа, 1987. – Ч. 2. – 269 с.
4. *Александров П.С.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник. – М., Наука, 1979. – 512 с.
5. *Моденов П.С., Пархоменко А.С.* Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие. – М., Наука, 1976. – 384 с.
6. *Бурдун А.А., Мурашко Е.А., Толкачев М.М., Феденко А.С.* Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. – Минск: Университетское, 1989. – 285 с.

### Дополнительная литература

1. *Кострикин А.И., Манин Ю.И.* Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие. – М., Наука, 1986. – 303 с.
2. *Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р.* Линейная алгебра и многомерная геометрия: учебник. – М., Наука, 1970. – 527 с.
3. *Постников М.М.* Аналитическая геометрия: учебное пособие. – М., Наука, 1973. – 751 с.
4. *Постников М.М.* Лекции по геометрии. Семестр I. Аналитическая геометрия: учебное пособие. – М., Наука, 1979. – 336 с.

## Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов

В процессе *самостоятельной работы* по дисциплине «*Аналитическая геометрия*» студент должен выполнять следующие виды внеаудиторной деятельности:

- изучение и конспектирование материала, вынесенного на лекциях и практических занятиях на самостоятельное изучение по источникам основной и дополнительной литературы;
- подготовка к различным формам промежуточной аттестации (практической, контрольной работе, коллоквиуму, зачету, экзамену);
- поиск и изучение понятий и фактов из параллельно читаемых курсов «*Алгебра*», «*Математический анализ*», необходимых для усвоения дисциплины «*Аналитическая геометрия*»;
- выполнение домашних заданий; самостоятельное выполнение заданий для практических работ;
- подбор необходимой литературы, поиск необходимой информации в сети Интернет.

Рекомендуется следующее *распределение часов*, отведенных на самостоятельную работу (66 часов) по дисциплине «*Аналитическая геометрия*»:

Раздел 1. Введение (1 час).

Раздел 2. Векторы (10 часов).

Раздел 3. Прямые и плоскости (10 часов).

Раздел 4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве (10 часов).

Раздел 5. Аффинные преобразования и движения (10 часов).

Раздел 6. Аффинные пространства (10 часов).

Раздел 7. Евклидовы пространства (15 часов).

*Критерием оценки* результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «*Аналитическая геометрия*», является уровень усвоения учебного материала, который проверяется и оценивается в процессе практических занятий, при выполнении контрольных работ, тестовых заданий, на коллоквиумах и при сдаче зачетов и экзаменов.

*Управляемая самостоятельная работа* (УСР) студентов – это самостоятельная работа, выполняемая по заданию преподавателя, при его методическом руководстве и контроле.

*Целью* УСР по *аналитической геометрии* является целенаправленное обучение студентов основным навыкам и умениям для успешного усвоения теоретического и практического учебного материала по изучаемой дисциплине.

К *организационным формам* проведения УСР по дисциплине «*Аналитическая геометрия*» относится аудиторная деятельность на практических занятиях. *Видами отчетности* УСР являются: контрольные работы,

коллоквиумы, отчеты по практическим работам.

Контроль УСР по дисциплине «*Аналитическая геометрия*» проводится преподавателем, как правило, во время аудиторных занятий и осуществляется в виде:

- экспресс-опроса на аудиторных занятиях;
- контрольной работы;
- тестового задания;
- коллоквиума;
- защиты учебных заданий по практическим работам.

Учет результатов контроля текущей успеваемости студентов ведется преподавателем. Полученные студентом количественные результаты УСР учитываются как составная часть итоговой оценки по дисциплине в рамках рейтинговой системы.

Задания студентам по УСР разрабатываются преподавателями, читающими лекции и проводящими практические занятия, в соответствии с рабочим вариантом учебной программы