

АНАЛИЗ ЦИКЛИЧЕСКИХ ИЗМЕНЕНИЙ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯМИ СОСТОЯНИЙ

Е. С. Бабахин

ВВЕДЕНИЕ

Многомерные эконометрические модели регрессионного и авторегрессионного типа широко используются для описания сложных систем в различных приложениях [1]. Для многих типов сложных систем существует несколько режимов функционирования (классов состояний), что обуславливает параметрическую неоднородность используемых для их описания эконометрических моделей [2]. Относительно модели смены состояний сложной системы на заданном множестве классов состояний могут делаться различные теоретические предположения. Для описания последовательности независимых состояний, начиная с работы [3], применяются векторные авторегрессионные модели с марковской зависимостью классов состояний (MS-VAR).

Модели указанного типа получили широкое распространение применительно к исследованию фаз экономических циклов [4]. В качестве классов состояний в данном случае используются различные фазы экономики, например, «спад» и «рост». Точки переключения состояний при этом интерпретируются, как поворотные точки экономических циклов.

Целью настоящей работы является исследование возможности применения моделей MS-VAR при решении задачи анализа циклов в белорусской экономике на основе опережающих экономических индикаторов.

ПОСТРОЕНИЕ ОПЕРЕЖАЮЩИХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИНДИКАТОРОВ НА ОСНОВЕ КОНЬЮКТУРНЫХ ОПРОСОВ

Бизнес и потребительские опросы предоставляют важную информацию для экономического контроля, краткосрочного прогнозирования и экономических исследований. Кроме того, они широко используются для определения поворотных точек в экономических циклах. Поэтому опросы являются ключевым дополнением к официальной статистике, которая часто доступна с очень большими временными задержками.

Национальным банком Республики Беларусь на ежемесячной основе проводятся опросы предприятий на базе функционирования системы «Мониторинг предприятий». Данные опросы проводятся с мая 2005 г. Таким образом, для данного исследования была доступна выборка, состоящая из 115 наблюдений: с мая 2005 г. по ноябрь 2014 г.

Используя методологию, разработанную статистическим комитетом организации ОСЭР для стран Европейского союза [5], для опросов предприятий Республики Беларусь с учетом особенностей опросной анкеты «Конъюнктура» были построены сводные экономические индикаторы доверия для четырех видов экономической деятельности (промышленность, строительство, торговля, транспорт) и опережающий индикатор экономических настроений (ИЭН).

МОДЕЛЬ ВЕКТОРНОЙ АВТОРЕГРЕССИИ С МАРКОВСКИМИ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯМИ СОСТОЯНИЙ

Пусть моделируемая сложная система в момент времени t описывается случайным вектором наблюдений $y_t \in \mathfrak{R}^N$, определенным на вероятностном пространстве (Ω, \mathcal{F}, P) , где Ω – пространство элементарных объектов ($\omega \in \Omega$ – элементарный объект); \mathcal{F} – σ -алгебра подмножеств из Ω ; P – вероятностная мера: $P(A) = P\{\omega \in A\}, A \in \mathcal{F}$.

Пусть $\{\Omega_1, \dots, \Omega_M\}$ – разбиение Ω на конечное число непустых непересекающихся подмножеств таких, что

$$\Omega_m \in \mathcal{F}, P\{\Omega_m\} = P\{\omega \in \Omega_m\} > 0, \bigcup_{m \in S(M)} \Omega_m = \Omega, S(M) = \{1, \dots, M\}$$

Подмножества $\{\Omega_m\} (m \in S(M))$ будем называть *классами состояний сложной системы*, число которых равно M .

В общем случае полагается, что временной ряд $y_t \in \mathfrak{R}^N$ описывается моделью MS–VAR(p) ($p \geq 1$) вида

$$y_t = v(s_t) + \sum_{i=1}^p A_i(s_t) y_{t-i} + \eta_t(s_t), t = 1, \dots, T, \quad (1)$$

где $y_{1-p}, \dots, y_0 \in \mathfrak{R}^N$ – заданные начальные значения; $\eta_t(s_t)$ – определенные на (Ω, \mathcal{F}, P) случайные векторы ошибок; $(s_t) \in S(M) = \{1, \dots, M\}, M \geq 2$ – номер класса состояния; $A_i(s_t)$ – матрицы коэффициентов авторегрессии размерности $N \times N$, соответствующие состоянию системы.

МОДЕЛЬНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

Относительно модели (1) будем требовать выполнение следующих предположений [2]:

M1. Матрицы коэффициентов авторегрессии $A_i(m), i=1, \dots, p$ для каждого класса состояний $m \in S(M)$ удовлетворяют условию стабильности модели VAR(p) [1]. Заметим, что стабильный VAR(p)-процесс является и стационарным.

M2. Ошибки наблюдения $\{\eta_t(m)\}, t=1, \dots, T$ для каждого класса состояний $m \in S(M)$ являются независимыми в совокупности гауссовскими случайными векторами, с нулевым вектором математического ожидания и ковариационной матрицей $\Sigma(m) \in \mathbb{R}^{N \times N}$.

M3. Модель удовлетворяет условию *параметрической неоднородности* [2]:

$$(v(k), A_1(k), \dots, A_p(k)) \neq (v(l), A_1(l), \dots, A_p(l)), \forall k \neq l; k, l \in S(M)$$

и (или)

$$\Sigma(k) \neq \Sigma(l), \forall k \neq l; k, l \in S(M)$$

Относительно номеров классов состояний $s_t \in S(M), t=1, \dots, T$ будем требовать выполнение следующего предположения:

s1. $s_t, t=1, \dots, T$ образуют однородную неприводимую эргодическую цепь Маркова с распределением, которое определяется вектором вероятностей начального состояния π и матрицей переходных вероятностей P соответственно:

$$\pi = (\pi_m), \pi_m = \mathbf{P}\{s_m = m\} > 0 (m \in S(M)), \sum_{m \in S(M)} \pi_m = 1$$

$$P = (p_{kl}), p_{kl} = \mathbf{P}\{s_{t+1} = l | s_t = k\} > 0 (k, l \in S(M); t = 1, \dots, T-1)$$

Анализ циклических изменений с использованием MS-VAR

Как известно, экономика развивается циклически. *Экономический (деловой) цикл (business cycle)* представляет собой периодические спады и подъемы в экономике, колебания деловой активности. Эти колебания нерегулярны и непредсказуемы, поэтому термин «цикл» достаточно условный.

Будем предполагать, что цикл имеет две фазы, которым соответствуют два класса состояний экономики: фаза подъема (класс 1, $s_t = 1$) и фаза спада (класс 2, $s_t = 2$). Соответственно, существует две экстремальные

точки цикла, называемые *поворотными точками*: точка *пика* – соответствует максимуму деловой активности, и точка *дна* – соответствует минимуму деловой активности.

В ходе проведенных исследований на основе описанных выше реальных данных построены модели MS-AR (для индикатора экономических настроений) и MS-VAR (для индикаторов доверия). Для совместного оценивания всех параметров моделей и вектора классов состояний использовался EM-алгоритм *расщепления смесей распределений наблюдений*, описываемых моделью MS-VAR [4, 6].

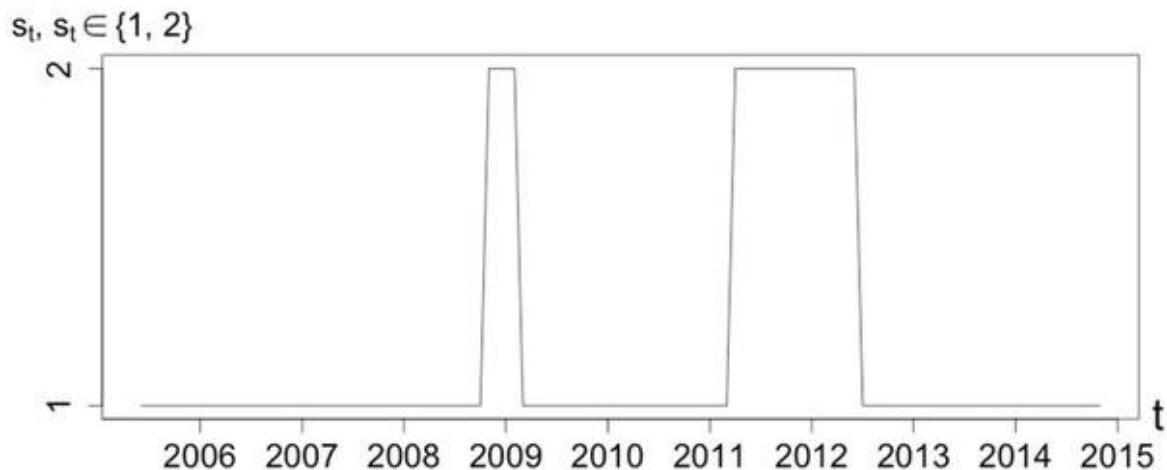


Рис. 1: Классы состояний экономики на основе индикаторов доверия

Анализ классов состояний белорусской экономики (см. рис. 1), установленных с помощью разработанной эконометрической модели MS-VAR для индексов доверия четырех укрупненных видов экономической деятельности позволяет сделать следующие выводы. В анализируемый период времени имело место циклическое изменения классов состояний типа «рост» ($s_t = 1$) и «спад» ($s_t = 2$). Причины спада (рецессии) допускают следующую экономическую интерпретацию:

2008–2009 гг. – последствия мирового финансового кризиса для экономики;

2011–2012 гг. – валютный кризис, проявившийся в троекратной девальвации белорусского рубля по отношению к доллару США.

Литература

1. *Lutkepohl, H. New Introduction to Multiple Time Series Analysis / H. Lutkepohl.* – Berlin: Springer–Verlag, 2005. с 764 р.
2. *Малюгин, В. И. Методы анализа многомерных эконометрических моделей с неоднородной структурой / В.И. Малюгин – Минск: БГУ, 2014 – 351 с.*

3. *Hamilton, J. D. A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle / J.D. Hamilton – Econometrica, Vol. 57, No. 2, 1989. – 357–384 p.*
4. *Krolzig, H.-M. Constructing Turning Points Chronologies with Markov–Switching Vector Autoregressive Models: the Euro–Zone Business Cycle / H.-M. Krolzig – Oxford University, 2003. – 38 p.*
5. *A User Manual to the Joint Harmonized EU Program of Business and Consumers Surveys / European Commission Directorate-General for Economic and Financial Affairs – European Union, 2014. – 56 p.*
6. *Малюгин, В. И. Анализ многомерных статистических моделей с неоднородной структурой в случае скрытой марковской зависимости состояний / В.И. Малюгин, А.Ю. Новопольцев // Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – № 2. – 2015. – С. 26–36.*

**РАЗРАБОТКА ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЯ
ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ СТУДЕНТОВ ПО ТЕМАМ
«КОНЕЧНЫЕ АВТОМАТЫ И ФОРМАЛЬНЫЕ ЯЗЫКИ»**

А. В. Бирук

ВВЕДЕНИЕ

Важной составляющей учебного процесса является контроль знаний студентов. Однако организация и проведение контрольных работ, проверка работ студентов отнимает много времени.

В данной статье рассматривается система, которая позволяет проводить тестирование студентов по темам теории автоматов и формальных языков. Она облегчает создание контрольных работ, автоматизирует проверку решений студентов. Является удобной, как для преподавателя, так и для студента.

Система представляет собой веб-приложение – клиент-серверное приложение, в котором клиентом выступает браузер, а сервером – Веб-сервер. Логика веб-приложения распределена между сервером и клиентом, хранение данных осуществляется преимущественно на сервере, обмен информацией происходит по сети. Одним из преимуществ такого подхода является тот факт, что клиенты не зависят от конкретной операционной системы пользователя, поэтому веб-приложения являются кроссплатформенными сервисами.

КОНЕЧНЫЕ АВТОМАТЫ

Детерминированный конечный автомат (ДКА) $M = (V, Q, q_0, F, \delta)$, состоит из конечного алфавита V , конечного набора состояний Q ,