

ПРОБЛЕМА НЕПОЛНОТЫ ИНФОРМАЦИИ В ЗАДАЧЕ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ*

The paper highlights a pattern recognition problem with incomplete information about objects. An algorithm is constructed which has a monotonic nature when information increases.

Неполнота информации является характеристическим свойством задачи распознавания образов, и в общем случае устранить ее невозможно. Вместе с тем существуют виды неполноты, допускающие возможность управления результатом. К таковым относится неполнота описания объектов, которая возникает в связи с невозможностью получения информации о значении некоторых признаков (известна как «пропуск информации» [1-3]). В задачах с дискретным описанием объектов данный вид неполноты ранее не исследовался, хотя в реальных приложениях такие задачи возникают достаточно часто [4]. В работе предлагаются некоторые пути решения указанной проблемы в классе алгоритмов распознавания, введенных в [5].

Рассмотрим задачу распознавания образов Z в стандартной постановке [6]. Будем ассоциировать ее с информацией об обучающей выборке I_0 . Обозначим через $K_1, K_2, \dots, K_l$, $l \in \mathbb{N}$ ($l < +\infty$), классы объектов и будем считать, что они состоят из векторов множества $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in M^n$, $M = \{0, 1, 2, \dots, m\}$, $m \in \mathbb{N}$. Нулевое значение условимся считать кодом неопределенности, а значения из множества $\{1, 2, \dots, m\}$ - кодом различных качественных состояний признака. Любой построенный таким образом объект будем считать допустимым.

В задаче Z требуется построить алгоритм A , который $\forall x \in M^n$ ($A: x \times I_0 \rightarrow b$, $b \in B_2^i$), где $B_2^i = \{0, 1\}$, а компоненты вектора b интерпретируются в терминах принадлежности объектов к классам $K_1, K_2, \dots, K_l$.

* Авторы статьи - сотрудники кафедры математического обеспечения автоматизированных систем управления.

Алгоритм A будем строить в виде $A = r \circ R$, где R и r - распознающий оператор и решающее правило соответственно [5, 6].

Таким образом, нами сформулирована задача, которая, в отличие от стандартной, разрешает пропуски информации в допустимых объектах.

В [5] введено семейство распознающих операторов $R: x \times I_0 \rightarrow [-1, 1]^l$. Рассмотрим распознающие операторы, которые расширяют возможности указанного семейства. Для их точного определения введем функции попарной близости между допустимыми объектами из M^n , а также объектом x и обучающей выборкой I_0 .

Функция попарной близости между объектами. Пусть x и y - произвольные объекты из M^n . Для фиксированного признака i определим функции

$$\rho^+(x_i, y_i) = \begin{cases} 1, & \text{если } (x_i = 0) \vee (y_i = 0) \vee (x_i = y_i), \\ -1, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$\rho^-(x_i, y_i) = \begin{cases} 1, & \text{если } (x_i \neq 0) \wedge (y_i \neq 0) \wedge (x_i = y_i), \\ -1, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где x_i, y_i - координаты векторов x и y соответственно.

По аналогии с [5] введем вектор вещественных параметров $(a_1, a_2, \dots, a_n)$, где $a_i \geq 0, i = \overline{1, n}$. Отметим, что $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ играет роль нормирующего коэффициента и $\sum_{i=1}^n a_i > 0$. Теперь функцию попарной близости $f(x, y)$ определим в виде

$$f(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n a_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^n a_i \rho(x_i, y_i), \quad (1)$$

где ρ обозначает ρ^+ или ρ^-

Функция близости между объектом и обучающей выборкой. Обозначим I_0^j - часть обучающей выборки I_0 , соответствующую классу $K_j, j = \overline{1, l}$. Искомую функцию определим в виде $R^j(x, I_0^j) = \max_{y \in I_0^j} f(x, y)$.

Таким образом, построена j -я компонента распознающего оператора R . Подставляя в (1) ρ^+ или ρ^- , получаем различные варианты распознающего оператора $R^j(x, I_0^j)$, которые обозначим $R^{j+}(x)$ и $R^{j-}(x)$ соответственно.

Рассмотрим свойства построенного распознающего оператора.

Свойство 1. $\forall x \in M^n, R^{j+}(x), R^{j-}(x) \in [-1, 1]$. Оно означает, что компоненты $R^{j+}(x)$ и $R^{j-}(x)$ реализуют распознающий оператор R .

Свойство 2. $\forall x \in M^n, R^{j-}(x) \leq R^{j+}(x)$. Это свойство означает, что пара $R^{j-}(x)$ и $R^{j+}(x)$ образует интервал $[R^{j-}(x), R^{j+}(x)] \subseteq [-1, 1]$.

Свойство 3 (особые точки). На неопределенном векторе $x_0 = (0, \dots, 0) \in M^n$, $R^{j+}(x_0) = 1, R^{j-}(x_0) = -1$. Если вектор $x \in M^n$ не содержит неопределенных значений, то $R^{j+}(x) = R^{j-}(x)$. Множество особых точек состоит из вектора $x_0 = (0, \dots, 0) \in M^n$ и допустимых векторов, не содержащих неопределенности. В последнем случае их значения совпадают со значениями распознающих операторов из [5].

Свойство 4. $\exists x \in M^n$, для которого выполняется $R^{j+}(x) = 1$

В справедливости свойства можно убедиться, рассмотрев в качестве x объекты обучающей выборки I_0 , что свидетельствует о корректности [5, 6] построенных распознающих операторов.

Пусть x и y - векторы из M^n . Будем говорить, что y является *доопределением* x (обозначим это $x \prec y$), если для каждой i -й координаты выполняются условия $x_i \neq 0 \Rightarrow y_i = x_i$, $y_i = 0 \Rightarrow x_i = 0$.

Каждому допустимому объекту x распознающий оператор R ставит в соответствие интервал $[R^{j-}(x), R^{j+}(x)] \subseteq [-1, 1]$, $j = \overline{1, l}$. Пусть x и x_1 - объекты из M^n и x_1 доопределяет x ($x \prec x_1$). Имеет место следующее

Утверждение 1. $x \prec x_1 \Rightarrow [R^{j-}(x), R^{j+}(x)] \supseteq [R^{j-}(x_1), R^{j+}(x_1)]$.

Таким образом, построенный распознающий оператор обладает свойством монотонности по отношению к операции доопределения. При этом саму операцию можно трактовать как возрастание информации и уменьшение неопределенности.

Рассмотрим теперь возможный вариант решающего правила $r: [-1, 1]^l \rightarrow B_2^l$. Нетрудно заметить, что суперпозиция $r \circ R$ дает искомый алгоритм A .

Введем пороговое решающее правило [6]:

$$b_i = \begin{cases} 1, & \text{если } (R^{i+}(x) + \varepsilon) \geq \max_{j=1}^l R^{j-}(x) \geq h, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где $h \in [-1, 1]$ - некоторый порог, ε - допустимое отклонение, $\varepsilon \in [0, 1]$.

Можно показать, что оно монотонно в следующем смысле. При выполнении операции доопределения множество классов, к которым решающее правило относит объект, не расширяется, т. е. справедливо

Утверждение 2. $\forall x \in M^n (A(x) \neq (0, \dots, 0))$ имеет место $x \prec x_1 \Rightarrow A(x) \supset A(x_1)$.

На практике свойство монотонности дает возможность не вычислять точное значение распознающего оператора, а ограничиться некоторым его интервалом. Это может оказаться существенным, к примеру, когда цена получения информации об объекте является высокой или достижение точного результата требует чрезмерных ресурсов.

1. Горелик А.Л., Скрипкин В.А. Методы распознавания. М., 1977.
2. Растринин Л.А., Эренштейн Р.Х. Метод коллективного распознавания. М., 1981.
3. Закревский А.Д. Логика распознавания. Мн., 1988.
4. Gafurov S., Krasnoproshin V., Obratsov V., Vissia H. // Proceedings of Sixth International Conference PRIP'2001. Minsk, 2001. Vol. 2. P. 155.
5. Krasnoproshin V.V., Obratsov V.A. // Pattern Recognition and Image Analysis. 2006. Vol. 16. № 2. P. 155.
6. Журавлев Ю.И. // Проблемы кибернетики. М., 1978. Вып. 33. С. 5.

Поступила в редакцию 14.11.06.

Сергей Владимирович Гафуров - ассистент.

Виктор Владимирович Краснопрошин - кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой.

Владимир Алексеевич Образцов - кандидат физико-математических наук, доцент.