

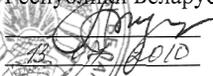
Министерство образования Республики Беларусь

Учебно-методическое объединение вузов Республики Беларусь  
по естественнонаучному образованию



**УТВЕРЖДАЮ**

Первый заместитель Министра образования  
Республики Беларусь

  
А.И. Жук

Регистрационный № ТД- В. 324/тип.

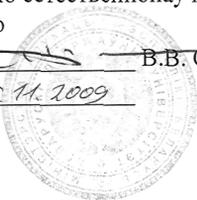
**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Типовая учебная программа  
для высших учебных заведений по специальности  
1-31 04 01 Физика (по направлениям)

**СОГЛАСОВАНО**

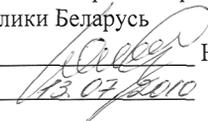
Председатель Учебно-методического  
объединения вузов Республики Бела-  
русь по естественнонаучному образо-  
ванию

  
В.В. Самохвал  
25.11.2009

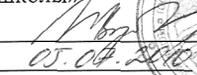


**СОГЛАСОВАНО**

Начальник управления высшего и  
среднего специального образования  
Министерства образования Респуб-  
лики Беларусь

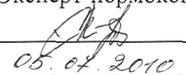
  
Ю.И. Миксюк  
13.07.2010

Ректор Государственного учреждения  
образования  
«Республиканский институт высшей  
школы»

  
М.И. Демчук  
05.07.2010



Эксперт-нормоконтролер

  
С.М. Артемьева  
05.07.2010 *А.С.С.*

Минск 2009

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**О.А. Чупригин** – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Н.И. Ильинкова** – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**Кафедра** математического анализа Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет им. М.Танка»;

**А.А. Пекарский** – профессор кафедры высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», доктор физико-математических наук, профессор.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:**

Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 29 апреля 2009г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета

(протокол № 1 от 23.10.2009);

Научно-методическим советом по физике учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию

(протокол № 1 от 26.10.2009)

Ответственный за выпуск: Н.И. Ильинкова

## Пояснительная записка

Типовая учебная программа разработана в соответствии с образовательным стандартом по специальности 1-31 04 01 «Физика (по направлениям)».

Математический анализ занимает центральное место в системе математической подготовки студентов физических специальностей, являясь фундаментом для изучения основ векторного и тензорного анализа, дифференциальных и интегральных уравнений, математической физики. Методы и аппарат математического анализа широко используются в курсах общей и теоретической физики.

Цель дисциплины – глубокое овладение фундаментальными понятиями предельного перехода, операциями дифференцирования и интегрирования в одномерном и многомерном случаях и прочными навыками их использования в смежных математических курсах и при решении конкретных прикладных задач.

Основная задача изучения дисциплины – обеспечить глубокую общематематическую подготовку студентов физических специальностей, выработать навыки решения и исследования типовых задач математического анализа.

Отличительной особенностью курса «Математический анализ» на физическом факультете является включение в названную дисциплину наряду с традиционными разделами основных разделов теории функций комплексной переменной.

Программа учитывает многолетний опыт преподавания математического анализа на физическом факультете и факультете радиофизики и электроники Белорусского государственного университета. Изложение основных тем программы определяется характером вуза и наличием соответствующих технических средств обучения.

Студент должен знать:

- понятие предела числовых последовательностей и функций;
- локальные и глобальные свойства непрерывных функций;
- таблицу производных, их геометрический и физический смысл, основные теоремы о дифференцируемых функциях;
- формулу Тейлора и разложение элементарных функций в степенные ряды;
- основные приемы и методы вычисления интегралов;
- признаки сходимости несобственных интегралов и числовых рядов;
- понятие равномерной сходимости функциональных рядов и интегралов, зависящих от параметра;
- различные формы записи комплексных чисел и действия над ними;
- свойства аналитических функций;
- интеграл Коши;

– ряд Лорана и вычеты в особых точках

и уметь:

- применять  $\varepsilon - \delta$  рассуждения при решении различных задач математического анализа;
- дифференцировать сложные функции одной и нескольких переменных;
- применять формулу Тейлора в приближенных вычислениях и при раскрытии неопределенностей.
- определять классы интегрируемых функций и применять соответствующие приемы интегрирования;
- исследовать на сходимость числовые ряды и несобственные интегралы;
- применять признак Вейерштрасса при исследовании равномерной сходимости рядов и интегралов;
- находить разложение аналитических функций в ряд;
- применять теорию вычетов к вычислению интегралов.

Типовым учебным планом на изучение дисциплины «Математический анализ» предусмотрено общее количество часов 596. Аудиторное количество часов 356, из них: лекции – 170 часов, практические занятия – 186 часов.

Рекомендуемая форма отчетности: 3 зачета, 3 экзамена.

### Примерный тематический план

№ п/п	Название темы	Лекции	Практические занятия	Всего
1	Теория пределов.	28	28	56
2	Основы дифференциального исчисления.	14	10	24
3	Неопределенный интеграл	8	20	28
4	Определенный интеграл и его приложения.	10	8	18
5	Формула Тейлора и исследование функций.	10	8	18
6	Функции многих переменных.	24	16	40
7	Кратные интегралы.	8	10	18
8	Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра.	14	16	30
9	Теория рядов.	8	10	18
10	Теория функций комплексной переменной.	48	50	98
	<b>Итого</b>	<b>170</b>	<b>186</b>	<b>356</b>

## Содержание учебного материала

**1. Теория пределов.** Точные грани числовых множеств. Комплексные числа. Бином Ньютона. Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Сходимость монотонной последовательности. Число  $e$ . Принцип выбора. Предельные точки последовательности. Принцип сходимости. Предел функции. Односторонние и несобственные пределы. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Критерий существования предела функции. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва. Основные теоремы о непрерывных функциях. Равномерная непрерывность функций.

**2. Основы дифференциального исчисления.** Производная функции. Дифференцируемые функции, дифференциал. Правила нахождения производных и дифференциалов. Производные и дифференциалы элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Производные и дифференциалы сложных функций. Использование дифференциала в приближенных вычислениях. Свойства дифференцируемых функций. Раскрытие неопределенностей.

**3. Неопределенный интеграл.** Первообразная и неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных дробей. Метод рационализации.

**4. Определенный интеграл и его приложения.** Понятие определенного интеграла. Условия существования определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Теоремы о среднем. Связь с неопределенным интегралом. Длина дуги кривой. Квадрируемость плоских областей и вычисление площадей фигур. Объем тел. Физические приложения интеграла. Численное интегрирование.

**5. Формула Тейлора и исследование функций.** Вывод формулы Тейлора. Различные формы остаточного члена формулы Тейлора. Формула Тейлора для некоторых элементарных функций. Приложения формулы Тейлора. Условия монотонности функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Выпуклость кривой, точки перегиба. Асимптоты. Построение графиков функций. Численное решение уравнений.

**6. Функции многих переменных.** Метрические пространства, понятие полноты. Принцип сжатых отображений. Понятие функции многих переменных, основные определения. Предел функции по совокупности аргументов. Непрерывные функции и их свойства. Частные производные. Дифференцируемость. Производные и дифференциалы сложных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Экстремумы функций многих переменных. Неявные функции. Производные неявных функций. Неявные функции, определяемые системой уравнений. Замена переменных. Относительный (условный) экстремум. Зависимость функций.

**7. Кратные интегралы.** Двойной интеграл, условия его существования, основные свойства. Приведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические и физические приложения. Тройные и  $n$ -кратные интегралы, их свойства, способы вычисления, приложения.

**8. Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра.** Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Признаки абсолютной и условной сходимости. Несобственные интегралы от неограниченных функций, их свойства, признаки сходимости. Несобственные кратные интегралы. Собственные интегралы, зависящие от параметра, их непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимоть. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру несобственных интегралов. Эйлеровы интегралы. Вычисление некоторых интегралов с помощью интегралов, зависящих от параметра.

**9. Теория рядов.** Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Абсолютная и условная сходимости. Признаки сходимости рядов. Действия над рядами. Равномерная сходимоть функциональных последовательностей и рядов. Условия равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов.

**10. Теория функций комплексной переменной.** Элементарные функции комплексной переменной. Топология комплексной плоскости. Непрерывность функции комплексной переменной. Дифференцируемость. Аналитические функции. Условия Коши-Римана. Связь между аналитическими и гармоническими функциями. Геометрический смысл производной. Конформные отображения, основные свойства. Конформные отображения элементарными функциями. Интеграл по комплексной переменной. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Существование производных любого порядка у аналитической функции, принцип максимума модуля, теорема Лиувилля, основная теорема алгебры. Ряды аналитических функций. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки и их классификация. Вычеты. Приложение теории вычетов к вычислению интегралов. Теорема единственности. Аналитическое продолжение. Понятие об асимптотических оценках и методе перевала.

### **Информационно-методическая часть**

#### **Рекомендуемые темы практических занятий**

1. Теория пределов.
2. Основы дифференциального исчисления.
3. Неопределенный интеграл.
4. Определенный интеграл и его приложения.
5. Формула Тейлора и исследование функций.

6. Функции многих переменных.
7. Кратные интегралы.
8. Несобственные интегралы.
9. Интегралы, зависящие от параметра.
10. Теория рядов.
11. Аналитические функции и их свойства.
12. Конформные отображения.
13. Интеграл Коши.
14. Разложение аналитических функций (ряд Тейлора, ряд Лорана).
15. Теория вычетов и ее приложения.

### **Рекомендуемые формы контроля знаний**

#### Контрольные работы:

1. Последовательности и пределы функций.
2. Основы дифференциального исчисления.
3. Неопределенный интеграл.
4. Определенный интеграл и формула Тейлора.
5. Функции многих переменных.
6. Интегральное исчисление функций многих переменных.
7. Числовые и функциональные ряды.
8. Функции комплексной переменной.

#### Коллоквиумы:

1. Введение в математический анализ.
2. Теория пределов.
3. Основы дифференциального исчисления.
4. Формула Тейлора и исследование функций.
5. Функции многих переменных.
6. Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра.
7. Теория рядов.
8. Теория функций комплексной переменной.

### **Рекомендуемая литература**

#### **Основная**

1. Ильин, В.А. Основы математического анализа. Ч. 1 / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк — М.: Наука, 1982. — 616 с.
2. Ильин, В.А. Основы математического анализа. Ч. 2 / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк — М.: Наука, 1980. — 447 с.
3. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа / Л.Д. Кудрявцев — М.: Наука, 1989. — 735 с.
4. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. Т. 1 / Г.М. Фихтенгольц — М.: Наука, 1955. — 440 с.
5. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т. 2 / Г.М. Фихтенгольц — М.: Наука, 1968. — 463 с.

6. Тер-Крикоров, А.М. Курс математического анализа / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин — М.: Наука, 1988. — 463 с.
7. Русак, В.М. Курс вышэйшай матэматыкі. Алгебра і геаметрыя. Аналіз функцый адной зменнай / В.М. Русак, Л.І. Шлома, В.К. Ахраменка, А.А. Крачкоўскі — Мн.: Вышэйшая школа, 1994. — 431 с.
8. Русак, В.М. Курс вышэйшай матэматыкі. Функцыі некалькіх зменных. Інтэгральнае злічэнне. Шэрагі / В.М. Русак, Л.І. Шлома, В.К. Ахраменка, А.А. Крачкоўскі — Мн.: Вышэйшая школа, 1997. — 505 с.
9. Свешников, А.Т. Теория функций комплексной переменной / А.Т. Свешников, А.Н. Тихонов — М.: Наука, 1979. — 305 с.
10. Сидоров, Ю.В. Лекции по теории функций комплексного переменного / Ю.В. Сидоров, М.В. Федорюк, М.И. Шабунин — М.: Наука, 1989. — 477 с.
11. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б.П. Демидович — М.: Наука, 1990. — 624 с.
12. Краснов, М.Л. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко — М.: Наука, 1981. — 303 с.
13. Абрашына-Жадаева, Н.Р. Вышэйшая матэматыка ў прыкладах і задачах. Ч.1. Матэматычны аналіз / Н.Р.Абрашына-Жадаева, В.К. Ахраменка, С.С. Беляўскі, Л.Л. Бярозкіна, А.А. Чупрыгін — Мн.: БДУ, 2007. — 154 с.
14. Будак, Б.М. Кратные интегралы и ряды / Б.М. Будак, С.В. Фомин — М.: Наука, 1965. — 607 с.

#### **Дополнительная литература**

1. Богданов, Ю.С. Лекции по математическому анализу. Ч. 1 / Ю.С. Богданов — Мн.: БГУ, 1974. — 178 с.
2. Богданов, Ю.С. Лекции по математическому анализу. Ч. 2 / Ю.С. Богданов — Мн.: БГУ, 1974. — 178 с.
3. Привалов, И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного / И.И. Привалов — М.: Наука, 1999. — 432 с.