

одним и двумя штрихами над функциями обозначены соответственно их первая и вторая производные.

Задача Коши для гиперболического уравнения высших порядков, разложенного на линейные множители вида (1), с постоянными коэффициентами в полуплоскости решена в [1]. Первая смешанная задача для неоднородного уравнения (1) рассматривалась в [2]. Классические решения смешанной задачи для простейшего неоднородного уравнения колебаний ограниченной струны при неоднородном граничном условии первого рода на ее левом конце и неоднородном интегральном граничном условии по всем ее точкам найдены в [3]. Теорема существования единственных классических решений смешанной задачи для уравнения (1), параболического типа при $a_2 = -a_1 = a$, с неоднородными граничными условиями второго рода доказана в [4]. Впервые методом характеристик получены явные формулы классических решений смешанной задачи для простейшего однородного уравнения колебаний полугораниченной струны при нестационарной первой кривой производной в граничном условии найдены в [5].

Литература

1. Корзюк В. И., Козловская И. С. *Решение задачи Коши для гиперболического уравнения с постоянными коэффициентами в случае двух независимых переменных* // Дифференц. уравнения. 2012. Т. 48. № 5. С. 700–709.
2. Корзюк В. И., Чеб Е. С., Карпечина А. А. *Первая смешанная задача для гиперболического уравнения второго порядка* // XI Белорусская математическая конференция: тез. докл. Международной научн. конфер. Минск, 2012. Ч. 2. С. 71–72.
3. Моисеев Е. И., Корзюк В. И., Козловская И. С. *Классическое решение задачи с интегральным условием для одномерного волнового уравнения* // Дифференц. уравнения. 2014. Т. 50. № 10. С. 1373–1385.
4. Корзюк В. И., Чеб Е. С. *Граничная задача с условиями Неймана для нестрого гиперболического уравнения второго порядка* // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2014. № 4. С. 71–76.
5. Барановская С. Н., Юрчук Н. И. *Смешанная задача для уравнения колебания струны с зависящей от времени кривой производной в нестационарном граничном условии* // Дифференц. уравнения. 2009. Т. 45. № 8. С. 1188–1191.

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ С ПЕРВОЙ КОСЕЙ И ВТОРОЙ ПО x ПРОИЗВОДНЫМИ

Ф.Е. Ломовцев, В.В. Шоломицкая

Белгосуниверситет, механико-математический факультет, Минск, Беларусь
lomovcev@bsu.by, valery.sholomitskaya@gmail.com

В первой четверти $G = [0, \infty[\times [0, \infty[$ решена смешанная задача

$$u_{tt}(x, t) - a^2 u_{xx}(x, t) = f(x, t), \quad \{x, t\} \in G, \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t|_{t=0} = \psi(x), \quad x \in [0, \infty[, \quad (2)$$

$$[\theta(t)u_{xx} + \alpha(t)u_t + \beta(t)u_x + \gamma(t)u]|_{x=0} = \mu(t), \quad t \in [0, \infty[. \quad (3)$$

Теорема. Пусть $\theta, \alpha, \beta, \gamma \in C[0, T]$, $\theta(t) \neq 0$, $t \in [0, \infty[$, и уравнение $\theta(\rho/a)\nu''(\rho) + (\alpha(\rho/a) - \beta(\rho/a))\nu'(\rho) + \gamma(\rho/a)\nu(\rho) = 0$ имеет хотя бы одно частное решение $\nu \in C^2(G_+)$, $\nu(\rho) \neq 0$, $\nu'(\rho) \neq 0$, $\rho \in [0, \infty[$. Если и только если функции $f \in C(G)$, $\varphi \in C^2[0, \infty[$, $\psi \in C^1[0, \infty[$, $\mu \in C[0, \infty[$, $\theta(0)\varphi''(0) + \alpha(0)\psi(0) + \beta(0)\varphi'(0) + \gamma(0)\varphi(0) = \mu(0)$ и интегралы $\int_0^t f(|x \pm a(t - \tau)|, \tau) d\tau$ принадлежат множествам $C^1(G)$ или $C^{(1,0)}(G)$, или $C^{(0,1)}(G)$,

то единственные классические решения $u \in C^2(G)$ смешанной задачи (1)–(3) в $G_- = \{\{x, t\} \in G : x > at\}$ имеют вид известной формулы Даламбера и в $G_+ = \{\{x, t\} \in G : x \leq at\}$ имеют вид

$$\begin{aligned} u(x, t) = & \frac{\varphi(x+at) + \varphi(0)}{2} + \frac{1}{2a} \int_0^{x+at} \psi(\tau) d\tau + \frac{1}{2a} \int_0^t \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(|s|, \tau) ds d\tau + \nu(at-x) \left\{ \int_0^{t-x/a} \frac{a^2}{\nu^2(a\eta)} \int_0^\eta \frac{\nu(a\rho)}{\theta(\rho)} \times \right. \\ & \times \left[\mu(\rho) - \theta(\rho) \frac{a\varphi''(a\rho) + \psi'(\rho)}{2a} - (a\alpha(\rho) + \beta(\rho)) \frac{a\varphi'(a\rho) + \psi(\rho)}{2a} - \gamma(\rho) \left(\frac{\varphi(a\rho) + \varphi(0)}{2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2a} \int_0^\rho \psi(\sigma) d\sigma \right) \right] \exp \left\{ a \int_\eta^\rho \frac{a\alpha(s) - \beta(s)}{\theta(s)} ds \right\} d\rho d\eta - \frac{1}{2} \int_0^{t-x/a} \frac{a^2}{\nu^2(a\rho)} \int_0^\rho \frac{a\nu(a\eta)}{\theta(\eta)} \times \\ & \times \left(\frac{2}{a} \theta(\eta) \int_0^\eta f^{(1,0)}(a\eta - a\tau, \tau) d\tau + 2\alpha(\eta) \int_0^\eta f(a\eta - a\tau, \tau) d\tau + \frac{\gamma(\eta)}{a} \int_0^\eta \int_{a(\tau-\eta)}^{a(\eta-\tau)} f(|s|, \tau) ds d\tau \right) \times \\ & \times \exp \left\{ a \int_\rho^\eta \frac{a\alpha(s) - \beta(s)}{\theta(s)} ds \right\} d\eta d\rho - \frac{a\varphi'(0) - \psi(0)}{2a} \nu(0) \int_0^{t-x/a} \frac{a}{\nu^2(a\rho)} \exp \left\{ a \int_\rho^0 \frac{a\alpha(s) - \beta(s)}{\theta(s)} ds \right\} d\rho \Big\}, \end{aligned}$$

где одним и двумя штрихами над функциями соответственно обозначены их первая и вторая производные, символом $(1, 0)$ над $f(y, \tau)$ — ее первая частная производная по y , $C^{(0,1)}(\Omega)$ — множество непрерывных по x и непрерывно дифференцируемых по t функций и $C^{(1,0)}(\Omega)$ — множество непрерывно дифференцируемых по x и непрерывных по t функций на Ω .

Впервые явные формулы классических решений смешанной задачи для уравнения колебаний полуограниченной струны (1) при $f = 0$ с нестационарной первой кривой производной в граничном условии (2) при $\theta = 0$ были найдены методом характеристик в [1].

Литература

1. Барановская С. Н., Юрчук Н. И. Смешанная задача для уравнения колебания струны с зависящей от времени кривой производной в нестационарном граничном условии // Дифференц. уравнения. 2009. Т. 45. № 8. С. 1188–1191.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ ПОЧВ РЕГИОНА ЧУМРА

Ф.Д. Микайылов¹, Ф. Ер²

¹ Университет Ыгдыр, кафедра почвоведения, 76000, Ыгдыр, Турция
fariz.m@igdir.edu.tr

² Университет Сельчук, 42500, Чумра/Конья, Турция
aserol@selcuk.edu.tr

Одномерное распространение тепла в почве описывается следующим уравнением [1–6]:

$$T'_t = \kappa T''_{xx}. \quad (1)$$

В работе рассматриваются его аналитические решения при граничном условии на поверхности:

$$T(0, t) = \varphi(t) = T_0 + \sum_{j=1}^m T_j \cos(j\omega t + \varepsilon_j), \quad (2)$$