Литература

1. Лаптинский В. Н. *Многоточечная задача управления с квазиразделенными краевыми условиями* // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы междунар. науч.-техн.конф., Могилев, 16–17 апреля 2015 г. Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2015. С. 325.
2. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: ИМ НАН Беларуси, 1998.
3. Бондарев А. Н *Многоточечная краевая задача для уравнения Ляпунова в случае сильного вырождения краевых условий* // Дифференц. уравнения. 2011. Т. 47, № 6. С. 776–784.
4. Демидович Б. П. *Лекции по математической теории устойчивости.* М.: Наука, 1967.

КРИТЕРИИ МОДАЛЬНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

А.В. Метельский[1], **В.Е. Хартовский**[2],

[1] Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь
ametelski@bntu.by
[2] Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
hartovskij@grsu.by

Пусть задана линейная автономная дифференциально-разностная система нейтрального типа с соизмеримыми запаздываниями

$$\dot{x}(t) - \sum_{i=1}^{m} D_i \dot{x}(t-ih) = \sum_{i=0}^{m} (A_i x(t-ih) + B_i u(t-ih)), \quad t > 0,$$

где $D_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $A_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n\times r}$, x — вектор решения, u — вектор управления, $h = \mathrm{const} > 0$. Определим полиномиальные матрицы $D(\lambda) = \sum_{i=1}^{m} \lambda^i D_i$, $A(\lambda) = \sum_{i=0}^{m} \lambda^i A_i$, $B(\lambda) = \sum_{i=0}^{m} \lambda^i B_i$ и перепишем исходную систему в операторном виде

$$(E_n - D(\lambda))\dot{x}(t) = A(\lambda)x(t) + B(\lambda)u(t), \quad t > 0, \tag{1}$$

где λ — оператор сдвига, определяемый правилом $\lambda^k f(t) = f(t-kh)$ (для произвольной функции f), $E_i \in \mathbb{R}^{i\times i}$ — единичная матрица.

Квазиполином вида $\Delta(p, e^{-ph}) = \sum_{i=0}^{\phi} p^i \Delta_i(e^{-ph})$, где $\Delta_i(\lambda)$ — некоторые полиномы, причем $\Delta_n(0) = 1$, будем называть квазиполиномом нейтрального типа степени ϕ. В частности, характеристический квазиполином $|W(p, e^{-ph})|$ разомкнутой ($u \equiv 0$) системы (1), где $W(p, e^{-ph}) = p(E_n - D(e^{-ph})) - A(e^{-ph})$ — характеристическая матрица системы (1), $|\cdot|$ — определитель матрицы, является в общем случае квазиполиномом нейтрального типа степени n.

Рассмотрим два класса регуляторов с обратной связью по состоянию, не выводящих замкнутую систему из множества систем нейтрального типа:

1) класс регуляторов постоянной структуры, имеющих вид

$$u(t) = \widehat{G}_1(\lambda)X(t) + G_1(\lambda)\dot{X}(t-h) + \sum_{i=0}^{m_1} \int_0^h R_{1,i}(s)\lambda^i X(t-s)\,ds, \tag{2}$$

$$\dot{x}^*(t) = \widehat{G}_2(\lambda)X(t) + G_2(\lambda)\dot{X}(t-h) + \sum_{i=0}^{m_1} \int_0^h R_{2,i}(s)\lambda^i X(t-s)\,ds, \quad t > 0; \tag{3}$$

2) класс регуляторов переменной структуры, имеющих вид

$$u(t) = \widehat{C}_1(\lambda)X(t) + C_1(\lambda)\dot{X}(t-h) + \sum_{i=0}^{m_2}\int\limits_0^h F_{1,i}(s)\lambda^i X(t-s)\,ds + T\psi(t), \tag{4}$$

$$\psi(t) = S\psi(t-h) + \widehat{C}_2(\lambda)X(t) + C_2(\lambda)\dot{X}(t-h) + \sum_{i=0}^{m_2}\int\limits_0^h F_{2,i}(s)\lambda^i X(t-s)\,ds, \tag{5}$$

$$\dot{x}^*(t) = \widehat{C}_3(\lambda)X(t) + C_3(\lambda)\dot{X}(t-h) + \sum_{i=0}^{m_2}\int\limits_0^h F_{3,i}(s)\lambda^i X(t-s)\,ds, \quad t>0, \tag{6}$$

где x^*, ψ — вспомогательные переменные, $X = \mathrm{col}\,[x, x^*]$, $\widehat{G}_i(\lambda)$, $G_i(\lambda)$, $i=1,2$, $\widehat{C}_i(\lambda)$, $C_i(\lambda)$ $i=\overline{1,3}$, — полиномиальные матрицы, T, S — постоянные матрицы,

$$R_{j,i}(s) = \sum_{k=0}^{m_1^*} e^{\alpha_{1,k,i,j}s}(\cos(\beta_{1,k,i,j}s)R_{j,i,1,k}(s) + \sin(\beta_{1,k,i,j}s)R_{j,i,2,k}(s)), \quad j=1,2, \quad i=\overline{1,m_1},$$

$$F_{j,i}(s) = \sum_{k=0}^{m_2^*} e^{\alpha_{2,k,i,j}s}(\cos(\beta_{2,k,i,j}s)F_{j,i,1,k}(s) + \sin(\beta_{2,k,i,j}s)F_{j,i,2,k}(s)), \quad j=1,3, \quad i=\overline{1,m_2},$$

($\alpha_{e,k,i,j}$, $\beta_{e,k,i,j}\in\mathbb{R}$, $R_{j,i,e,k}(s)$, $F_{j,i,e,k}(s)$ — полиномиальные матрицы).

Если подставить в систему (1) управление u, определяемое соотношением (2), и добавить уравнение (3), то при $t>mh$ получим замкнутую систему нейтрального типа (1)–(3). Уточним, что будем понимать под замкнутой системой (1),(4)–(6). При любой заданной функции $\psi(t)$, $t\leqslant 0$, на каждом полуинтервале $(kh,(k+1)h]$, $k=0,1,\ldots$, функция $\psi(t)$ выражается через величины $X(\tau)$, $\dot{X}(\tau-h)$, $\tau\leqslant t$, согласно разностному уравнению (5). После ее подстановки в (4) получаем функцию $u(t)$, $t\in(kh,(k+1)h]$, зависящую от $X(\tau)$, $\dot{X}(\tau-h)$, $\tau\leqslant t$, которая в совокупности с уравнением (6) определяет регулятор на полуинтервале $(kh,(k+1)h]$. Замыкая им систему (1), на полуинтервале $(kh,(k+1)h]$, $k=m,m+1,\ldots$, получим линейную дифференциально-разностную систему нейтрального типа с соизмеримыми запаздываниями. На следующем полуинтервале описанный процесс повторяется. Определенную таким образом при $t>mh$ систему будем называть системой (1), замкнутой регулятором (4)–(6), а под ее решением будем понимать функцию X. Из сказанного также следует, что на каждом полуинтервале $(kh,(k+1)h]$, $k=0,1,\ldots$, регулятор (4)–(6) меняет свою структуру как функция состояния. Параметры регулятора (4)–(6) выбираются таким образом, чтобы, невзирая на переменную структуру регулятора (4)–(6), замкнутая системы (1), (4)–(6) при $t>mh$ стала однородной линейной автономной системой нейтрального типа.

Обозначим $W_1(p,e^{-ph})$ и $W_2(p,e^{-ph})$ — характеристические матрицы замкнутых систем (1)–(3) и (1), (4)–(6) соответственно.

Определение 1. Систему (1) назовем модально управляемой в классе регуляторов постоянной (переменной) структуры, если для любого наперед заданного квазиполинома $d(p,e^{-ph})$ нейтрального типа степени n^*, $n^*\geqslant n_1$, ($n_1\in\mathbb{N}$ — фиксированное число) существует регулятор (2), (3) ((4)–(6)) такой, что $|W_1(p,e^{-ph})| = d(p,e^{-ph})$ $\left(|W_2(p,e^{-ph})| = d(p,e^{-ph})\right)$.

В докладе приводятся критерии модальной управляемости системы (1) в классах регуляторов (2), (3) и (4)–(6), а также конструктивные методы их построения. Развитые в исследовании методы построения регуляторов (2), (3) и (4)–(6) базируются на элементарных преобразованиях полиномиальных матриц и не требует знания полного спектра исходной системы (1).