Определение 4. Систему (1) назовем управляемой из нуля, если для $\forall z_\tau,\ \ c \in R^n$, существуют момент времени $t_1 < +\infty$ и управление $u(t),\ \ t = 0, 1, \ldots, t_1 + (k_0 - 1)h$, такие, что решение системы удовлетворяет условиям $x(\tau) = 0$ для $\tau = \overline{-h, 0}$ и $x(t_1) = c$.

Из представления (6) решения $x(t),\ \ t \geqslant 0$, дискретной дескрипторной системы (1) и приведенных выше определений вытекают следующие утверждения.

Теорема 1. *Для условной управляемости системы* (1) *необходимо и достаточно, чтобы*

$$\operatorname{rank}\{X_s^1,\ s = 1, 2, \ldots, d_{t_1} - d_{k_o h+1};\ X_{-j}^2,\ j = 0, 1, \ldots, k_0 - 1\} = n.$$

Теорема 2. *Система* (1) *управляема из нуля тогда и только тогда, когда выполняются условия*

$$\operatorname{rank}\{X_{-j}^2,\ j = 0, 1, \ldots, k_0 - 1\} = \operatorname{rank}\{X_{-j}^2,\ j = 0, 1, \ldots, k_0 - 1; X_0^0\},$$

$$\operatorname{rank}\{X_s^1,\ s = 1, 2, \ldots, d_{t_1} - d_{k_0 h+1}; X_{-j}^2,\ j = 0, 1, \ldots, k_0 - 1\} = n.$$

Учитывая специфику начальных условий для системы (1) можно рассматривать и другие виды ее управляемости.

Литература

1. Габасов Р. Ф., Кирилова Ф. М., Крахотко В. В., Минюк С. А. // Дифференц. уравнения. 1972. Т. 8. № 5, 6, 7. С. 767, 1081, 1283.

2. Campbell S. L., Meyer C. D. // Generalized Inverses of Linear Transformations. Pitman. London, England, 1979.

МНОГОТОЧЕЧНАЯ ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ С КВАЗИРАЗДЕЛЕННЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ В КРИТИЧЕСКОМ СЛУЧАЕ

В.Н. Лаптинский

Институт технологии металлов НАН Беларуси, Могилев, Беларусь

lavani@tut.by

Рассматривается задача управления [1]:

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + Q(t)u, \tag{1}$$

$$\sum_{i=0}^{p} K_i x(t_i) = 0, \tag{2}$$

$$x(a_s) = h_s, \quad s = 0, 1, \ldots, m, \tag{3}$$

где $x \in \mathbb{R}^n,\ u \in \mathbb{R}^r (r \leqslant n),\ A \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n}),\ Q \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times r}),\ I = [0,\ \tilde{T}),\ 0 < \tilde{T} \leqslant \infty$, $K_i \in \mathbb{R}^{n\times n},\quad h_s \in \mathbb{R}^n,\ \ 0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_p = T < \tilde{T},\quad 0 < a_0 < a_1 < \ldots < a_m < T$; $K_i,\ h_s,\ t_i,\ a_s$ — заданные величины типа [1], $\{t_i\} \bigcap \{a_s\} = \varnothing$.

В работе [1] установлено, что в некритическом случае методика [2] с использованием [3] может быть развита применительно к задаче (1)–(3), представляющей интерес в связи с рядом задач естественных наук (физика, химия и др.), техники (автоматика, робототехника и др.), экономики (например, управление финансовыми потоками).

В данной работе изучается случай, когда однородная система $d\varphi/dt = A(t)\varphi$ имеет нетривиальные решения, удовлетворяющие условию (2). Тогда возникают дополнительные условия интегрального типа, аналогичные условию ортогональности в периодической краевой задаче (см., например, [4, с. 217]). В частности, в полном критическом случае типа [2, гл. 2] имеет место дополнительное условие $\sum_{j=1}^{p} K_j \Phi(t_j) \int_0^{t_j} \Phi^{-1}(\tau) Q(\tau) u(\tau)\, d\tau = 0$, а также условия, вытекающие из (3), $\int_0^{a_s} \Phi^{-1}(\tau) Q(\tau) u(\tau)\, d\tau = \Phi^{-1}(a_s) h_s - c$, $\ s = 0, 1, \ldots, m$, где $\Phi(t)$ — фундаментальная матрица однородной системы, c — произвольный постоянный вектор.

Литература

1. Лаптинский В. Н. *Многоточечная задача управления с квазиразделенными краевыми условиями* // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы междунар. науч.-техн.конф., Могилев, 16–17 апреля 2015 г. Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2015. С. 325.

2. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: ИМ НАН Беларуси, 1998.

3. Бондарев А. Н *Многоточечная краевая задача для уравнения Ляпунова в случае сильного вырождения краевых условий* // Дифференц. уравнения. 2011. Т. 47, № 6. С. 776–784.

4. Демидович Б. П. *Лекции по математической теории устойчивости.* М.: Наука, 1967.

КРИТЕРИИ МОДАЛЬНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

А.В. Метельский[1], **В.Е. Хартовский**[2],

[1] Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь
ametelski@bntu.by
[2] Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
hartovskij@grsu.by

Пусть задана линейная автономная дифференциально-разностная система нейтрального типа с соизмеримыми запаздываниями

$$\dot{x}(t) - \sum_{i=1}^{m} D_i \dot{x}(t-ih) = \sum_{i=0}^{m} (A_i x(t-ih) + B_i u(t-ih)), \quad t > 0,$$

где $D_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $A_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n\times r}$, x — вектор решения, u — вектор управления, $h = \mathrm{const} > 0$. Определим полиномиальные матрицы $D(\lambda) = \sum_{i=1}^{m} \lambda^i D_i$, $A(\lambda) = \sum_{i=0}^{m} \lambda^i A_i$, $B(\lambda) = \sum_{i=0}^{m} \lambda^i B_i$ и перепишем исходную систему в операторном виде

$$(E_n - D(\lambda))\dot{x}(t) = A(\lambda)x(t) + B(\lambda)u(t), \quad t > 0, \tag{1}$$

где λ — оператор сдвига, определяемый правилом $\lambda^k f(t) = f(t-kh)$ (для произвольной функции f), $E_i \in \mathbb{R}^{i\times i}$ — единичная матрица.

Квазиполином вида $\Delta(p, e^{-ph}) = \sum_{i=0}^{\phi} p^i \Delta_i(e^{-ph})$, где $\Delta_i(\lambda)$ — некоторые полиномы, причем $\Delta_n(0) = 1$, будем называть квазиполиномом нейтрального типа степени ϕ. В частности, характеристический квазиполином $|W(p, e^{-ph})|$ разомкнутой ($u \equiv 0$) системы (1), где $W(p, e^{-ph}) = p(E_n - D(e^{-ph})) - A(e^{-ph})$ — характеристическая матрица системы (1), $|\cdot|$ — определитель матрицы, является в общем случае квазиполиномом нейтрального типа степени n.

Рассмотрим два класса регуляторов с обратной связью по состоянию, не выводящих замкнутую систему из множества систем нейтрального типа:

1) класс регуляторов постоянной структуры, имеющих вид

$$u(t) = \widehat{G}_1(\lambda)X(t) + G_1(\lambda)\dot{X}(t-h) + \sum_{i=0}^{m_1} \int_0^h R_{1,i}(s)\lambda^i X(t-s)\,ds, \tag{2}$$

$$\dot{x}^*(t) = \widehat{G}_2(\lambda)X(t) + G_2(\lambda)\dot{X}(t-h) + \sum_{i=0}^{m_1} \int_0^h R_{2,i}(s)\lambda^i X(t-s)\,ds, \quad t > 0; \tag{3}$$