которая является уже регулярной, т. е. имеет ненулевую характеристическую функцию

$$\delta(\lambda) = \det[D(\lambda) - BQC].$$

В [1] отмечено, что если $d(\lambda) \equiv 0,$ то для регуляризируемости системы (1), (2) достаточно, а в случае одного входа $(r = 1)$ или одного выхода $(m = 1),$ то и необходимо, чтобы нашлось такое число $\lambda_0,$ для которого $CF(\lambda_0)B \neq 0,$ где $F(\lambda)$ — присоединенная (союзная) матрица [2] к матрице $D(\lambda).$

В связи с этим представляет интерес следующая

Теорема. *Если для трехмерной* $(n = 3)$ *системы* (1) *с двумя входами* $(r = 2)$ *имеем* $d(\lambda) \equiv 0$ *и* $CF(\lambda)B \equiv 0,$ *то эта система будет регуляризируемой тогда и только тогда, когда существует число* λ_0 *такое, что* $CG(\lambda_0)C^\top \neq 0.$ *Здесь*

$$G(\lambda) = \begin{bmatrix} 0; & \Delta_1(\lambda); & -\Delta_2(\lambda) \\ -\Delta_1(\lambda); & 0; & \Delta_3(\lambda) \\ \Delta_2(\lambda); & -\Delta_3(\lambda); & 0 \end{bmatrix},$$

где $\Delta_k(\lambda) = \det[d_k(\lambda); B],$ *а* $d_k(\lambda)$ — k*-й столбец матрицы* $D(\lambda),$ $k = 1, 2, 3.$

Литература

1. Булатов В. И. *О некоторых условиях регуляризируемости общих линейных стационарных систем управления, допускающих операторную запись* // Тез. докл. XVI Междунар. научной конф. по дифференц. уравнениям «Еругинские чтения–2014» 20–22 мая 2014. Новополоцк. Ч. 2. С. 89–90.

2. Гантмахер Ф. Р. *Теория матриц.* М.: 1988.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

М.Н. Гончарова

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь

m.gonchar@grsu.by

Рассмотрим управляемый объект, поведение которого описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_1 = \lambda_1 x_1 - d_1 + d_2 u, \quad \dot{x}_2 = \lambda_2 x_2 - d_3 + d_4 u, \tag{1}$$

где $x_1(t),$ $x_2(t)$ — функции переменной $t,$ описывающие поведение объекта; $\lambda_1,$ $\lambda_2,$ $d_1,$ $d_2,$ $d_3,$ d_4 — действительные числа, являющиеся параметрами, $0 > \lambda_1 > \lambda_2;$ $\begin{vmatrix} d_1 & d_2 \\ d_3 & d_4 \end{vmatrix} \neq 0;$ u — управление. В качестве допустимых управлений рассматриваются измеримые функции, принимающие значения из отрезка $[-1; 1].$ Требуется найти такое допустимое управление $u,$ что кривая, описываемая параметрическими уравнениями $x_1(t), x_2(t),$ где функции $x_1(t), x_2(t)$ есть решение системы (1), является прямой

$$x_2 = kx_1 + m, \tag{2}$$

где $0 \leqslant k < d_4/d_2,$ $m > 0$— заданные числа.

Задачи такого вида возникают при исследовании задач оптимального управления с фазовыми ограничениями. Аналогичная задача при $k = 0$ решена, например, в [1].

Теорема. *Для того, чтобы функции* $x_1(t)$, $x_2(t)$, *являющиеся решением системы* (1) *задавали прямую* (2) *достаточно, чтобы выполнялось равенство*

$$u = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)k}{d_4 - kd_2}x_1 - \frac{\lambda_2 m + kd_1 - d_3}{d_4 - kd_2} \tag{3}$$

при ограничениях

$$\frac{\lambda_2 m + kd_1 - d_3 - 1}{(\lambda_1 - \lambda_2)k} \leqslant x_1 \leqslant \frac{\lambda_2 m + kd_1 - d_3 + 1}{(\lambda_1 - \lambda_2)k}.$$

Вывод формулы, определяющей допустимое управление (3), проводится путем применения соотношения (2) для общего решения системы (1), представленного, например, в [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь в рамках Государственной программы научных исследований Республики Беларусь на 2011–2015 гг. (шифр задания «Конвергенция 1.3.02»).

Литература

1. Гончарова М. Н. *Синтез оптимального быстродействия с фазовыми ограничениями для одного класса систем второго порядка* // Весн. Гродзенскага дзярж. ун-та імя Я. Купалы. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. 2012. № 3 (136). С. 53–59.

2. Киселёв Ю. Н., Аввакумов С. Н., Орлов М. В. *Оптимальное управление. Линейная теория и приложения.* М.: МАКС Пресс, 2007.

СУБОПТИМАЛЬНЫЕ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННЫЕ СТРАТЕГИИ В ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Н.М. Дмитрук

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики, Минск, Беларусь

dmitrukn@bsu.by

Рассмотрим взаимосвязную систему, в которой поведение i-й подсистемы, $i \in I = \{1, 2, \dots, q\}$, описывается уравнением

$$\dot{x}_i = A_i x_i + \sum\nolimits_{j \in I \setminus i} A_{ij} x_j + b_i u_i, \quad x_i(0) = x_{i0}, \quad t \in T = [0, t_f]. \tag{1}$$

Здесь $x_i = x_i(t) \in \mathbb{R}^{n_i}$ — состояние i-й подсистемы в момент времени t; $u_i = u_i(t) \in \mathbb{R}$ — значение скалярного управляющего воздействия подсистемы i, $u_i(\cdot) \in L_2(T)$; $A_i = A_{ii}$, b_i, A_{ij}, $i, j \in I$, — заданные матрицы и векторы соответствующих размерностей.

Предполагается, что не вырождены все матрицы вида $G_i = (B_i, AB_i, \dots, A^{n-1}B_i)$, $i \in I$, где $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times q}$ — блочные матрицы, соответствующие системе (1), $i \in I$, записанной в виде $\dot{x} = Ax + Bu$, $x(0) = x_0$, $x = (x_1^\top, \dots, x_q^\top)^\top \in \mathbb{R}^n$, $u = (u_1, \dots, u_q)^\top \in \mathbb{R}^q$; $n = \sum_{i \in I} n_i$; B_i — i-й столбец матрицы B.

Целью управления каждой подсистемой является ее перевод в начало координат $(x_i(t_f) = 0)$ и минимизация локального квадратичного функционала $J_i(u_i) = \int_0^{t_f} u_i^2(t)\,dt$.

Решение рассматриваемой задачи при централизованном управлении, когда управление осуществляется с помощью одного центрального регулятора, известно в виде линейной оптимальной обратной связи по состоянию [1]:

$$u^0(\tau, x) = K(\tau)x, \quad \tau \in T, \quad x \in \mathbb{R}^n,$$