Исследуем характер особых точек системы (2). В общем случае их восемь. Семь из них расположены на координатных осях или плоскостях, и только одна может не принадлежать им. Приведем ее координаты:

$$x_1 = -(b_{13} * \gamma_2 * r_3 - a_{12} * \gamma_3 * r_2 + \gamma_2 * \gamma_3 * r_1)/Q,$$

$$x_2 = (a_{21} * b_{13} * r_3 + b_{13} * b_{31} * r_2 + a_{21} * \gamma_3 * r_1 - \gamma_1 * \gamma_3 * r_2)/Q,$$

$$x_3 = (a_{12} * a_{21} * r_3 + a_{21} * b_{31} * r_2 - b_{31} * \gamma_2 * r_1 - \gamma_1 * \gamma_2 * r_3)/Q. \qquad (3)$$

где $Q = (a_{12} * a_{21} * \gamma_3 + b_{13} * b_{31} * \gamma_2 - \gamma_1 * \gamma_2 * \gamma_3)$.

Получены следующие результаты.

1. Если точка с координатами (3) лежит в первом октанте и асимптотически устойчива, то почти все траектории из первого октанта стремятся к ней при $t \to \infty$.

2. Если точка с координатами (3) не лежит в первом октанте или неустойчива, то в зависимости от начальных данных траектории стремятся к одной из особых точек, лежащих на границе первого октанта.

В первом случае это значит, что на рынке наступает равновесие, во втором — спрос одного или двух товаров исчезает.

Для практического использования данной модели актуальным является подбор параметров системы (2). Для этого перепишем ее в следующем виде

$$x_1'/x_1 = r_1 - \gamma_1 x_1 - a_{12}x_2 + b_{13}x_3, \quad x_2'/x_2 = r_2 - \gamma_2 x_2 - a_{21}x_1, \quad x_3'/x_3 = r_3 - \gamma_3 x_2 + b_{31}x_1. \qquad (4)$$

Теперь каждое уравнение системы (4) можно рассматривать как уравнение множественной регрессии, где экзогенными переменными полагаются средние значения объемов спроса товаров за небольшие промежутки времени, а эндогенными переменными являются их относительные изменения за эти промежутки времени. Модель (4) можно идентифицировать на основе данных статистических отчетов.

Кроме теоретического исследования поведения решений системы (2) проводилось их графическое построение в системе Matlab/Simulink.

Литература

1. Ивченко Б. П., Мартыщенко Л. А., Губин Г. С. *Информационная микроэлектроника. Ч. 2. Анализ закономерностей и моделирование.* СПб., 1997.

К ВОПРОСУ СТАБИЛИЗАЦИИ ДЕСКРИПТОРНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ РАЗНОСТНЫМИ РЕГУЛЯТОРАМИ

И.М. Борковская

Белорусский государственный технологический университет, Минск, Беларусь

borkovskaia@gmail.com

Задача стабилизации систем — одна из основных проблем качественной теории управления. При ее решении возникает необходимость построения регуляторов для обеспечения устойчивости замкнутой системы. Проблема стабилизации представляет интерес для исследования, так как свойство устойчивости реальных систем управления является их важнейшим на практике свойством. Рассмотрим дескрипторные системы с запаздывающим аргументом с точки зрения их стабилизации при воздействии регулятора, построенного по принципу обратной связи. Такие системы достаточно достоверно описывают в физически реальных переменных работу систем автоматического управления и технологические процессы. Рассмотрим систему вида

$$S\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-h) + bu(t), \quad t > 0,$$

$$u(\cdot) \in \mathbb{R}, \quad x(\cdot) \in \mathbb{R}^n, \quad S, A_i \in \mathbb{R}^{n\times n}, \quad i = 0,1 \tag{1}$$

при воздействии линейной обратной связи

$$u(t) = q_0' x(t) + q_1' x(t-h), \quad q_0, q_1 \in \mathbb{R}^n \tag{2}$$

В работе [1] представлены достаточные условия двумерных систем в случае разрешимости относительно производной, полученные с использованием канонических форм для систем с запаздыванием, рассмотрены конструктивные алгоритмы построения регуляторов по параметрам исходной системы, не требующие знания характеристических значений. Исследуются также дескрипторные системы с запаздыванием при воздействии регуляторов различных типов для случая, когда исходная система оказывается неразрешимой относительно производной. Если $\det[b, Sb] \neq 0$, то найдется такая матрица D, что преобразование $x = Dy$ упрощает исходную систему и приводит ее к следующему виду:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \dot y(t) = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} y(t) + \begin{pmatrix} \alpha_{11}^1 & \alpha_{12}^1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} y(t-h) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} v(t).$$

Далее проводится исследование возможности стабилизации в зависимости от значений элементов полученных матриц. Для обеспечения асимптотической устойчивости и получения достаточных условий стабилизируемости используются условия, при которых отрицательны действительные части корней квазиполинома $\lambda + \alpha + \beta e^{-\lambda h}$.

Утверждение. *Для* $Sx(t)$ *-стабилизируемости системы* (1) *регулятором вида* (2) *достаточно, чтобы выполнялось условие* $\det[b, Sb] \neq 0$ *и при этом* α_{11} *было отлично от нуля. В случае* $\det[b, Sb] \neq 0$, $\alpha_{11} = 0$ *систему можно стабилизировать либо если* $\alpha_{11}^1 = 0$ *и точка* $(-\alpha_{12}, -\alpha_{12}^1) \in \Omega$ *либо если* $\alpha_{11}^1 \neq 0$ *(граница области* Ω *описывается линиями:* $\beta = -\alpha$, $\alpha + \beta\cos(hg) = 0$, $g - \beta\sin(hg) = 0$, $0 < g < \pi/h$).

Разработаны алгоритмы построения линейной обратной связи в виде разностных регуляторов вида (2) для обеспечения $Sx(t)$-асимптотической устойчивости замкнутой системы. Представлены утверждения, относящиеся к стабилизируемости двумерных дескрипторных систем при любых значениях запаздывания h.

Литература

1. Борковская И. М. *Достаточные условия стабилизируемости дескрипторных систем с запаздыванием в двумерном случае.* // Тр. БГТУ. Сер. VI. Физ.-мат. науки и информ. 2010. Вып. XVIII. С. 27–30.

О СВЯЗИ БАЗИСОВ ГРЁБНЕРА И ЛЯПУНОВА

В.Т. Борухов

Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
borukhov@im.bas-net.by

Рассмотрим множество $\mathbb{K}[x]$ полиномов вида $f(x) = \sum_\alpha f_\alpha x^\alpha$, где $f_\alpha \in \mathbb{K}$, $\mathbb{K}$ — поле, $\alpha \in \mathbb{Z}^n_{\geqslant 0}$,

$$\mathbb{Z}^n_{\geqslant 0} = \{(\alpha_1, \dots, \alpha_n) | \alpha_i \in \mathbb{Z},\ \alpha_i \geqslant 0\}$$

— полугруппа относительно операции сложения векторов. Мультистепень *multidegf* полинома f равна

$$\max\{\alpha \in \mathbb{Z}^n_{\geqslant 0} \mid f_\alpha \neq 0\},$$