МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБОБЩЕННОГО МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ РИККАТИ

В.В. Пугин

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь
lavani@tut.by

Рассматривается задача [1]

$$\frac{dX}{dt} = A_0(t) + A_1(t)X + XA_2(t) + A_3(t)X^2 + XA_4(t)X + X^2A_5(t), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times n}, \tag{1}$$

$$\int\limits_0^\omega P(\tau)X(\tau)\,d\tau = 0, \tag{2}$$

где $P,\ \ A_i \in \mathbb{C}([0,\omega],\mathbb{R}^{n\times n})\ \ (i=\overline{0,5});\ \ \omega > 0.$

В работе [1] получены коэффициентные достаточные условия однозначной разрешимости задачи (1), (2). В [2] дан алгоритм построения решения этой задачи и установлена его сходимость при выполнении этих условий.

В настоящей работе предлагается модификация типа [3, 4] алгоритма [2].

Примем следующие обозначения:

$$D_\rho = \{(t,X)\colon 0 \leqslant t \leqslant \omega, \|X\| \leqslant \rho\}, \quad \tilde{P}(\omega) = \int\limits_0^\omega P(\tau)\,d\tau, \quad \gamma = \|\tilde{P}^{-1}(\omega)\|,$$

$$\alpha_i = \max_t \|A_i(t)\|, \quad \mu = \max_t \|P(t)\|, \quad \varphi(\rho) = a_0\rho^2 + a_1\rho + a_2,$$

где $t \in [0,\omega],\ \ \rho > 0,\ \ a_0 = \gamma\mu\omega^2(\alpha_3+\alpha_4+\alpha_5)/2,\ \ a_1 = \gamma\mu\omega^2(\alpha_1+\alpha_2)/2,\ \ a_2 = \gamma\mu\omega^2\alpha_0/2.$

Доказано, что при выполнении условий [1, 2]: $\det\tilde{P}(\omega) \neq 0,\ \ \varphi(\rho) \leqslant \rho,\ \ d\varphi(\rho)/d\rho < 1$ задача (1), (2) однозначно разрешима в области D_ρ; ее решение может быть получено как предел равномерно сходящейся последовательности матричных функций $\{X_k(t)\}_0^\infty$, определяемых рекуррентным интегральным соотношением

$$X_{k+1}(t) = \tilde{P}^{-1}(\omega)\int\limits_0^\omega P(\tau)\biggl\{\int\limits_\tau^t [A_0(\sigma) + A_1(\sigma)X_k(\sigma) + X_k(\sigma)A_2(\sigma) + A_3(\sigma)X_k^2(\sigma) +$$

$$+ X_k(\sigma)A_4(\sigma)X_k(\sigma) + X_k^2(\sigma)A_5(\sigma)]\,d\sigma\biggr\}d\tau, \quad k = 0,1,2,\ldots, \tag{3}$$

где $X_0(t)\ \ (\|X_0(t)\| \leqslant \rho)$ — произвольная матричная функция класса $\mathbb{C}([0,\omega],\mathbb{R}^{n\times n})$.

Установлено также, что функции $X_i(t)\ \ (i=1,2,\ldots)$ удовлетворяют условию (2). Выполнен сравнительный анализ алгоритмов [2] и (3).

Литература

1. Пугин В. В. *О функциональной задаче для обобщенного матричного уравнения Риккати* // XI Белорусская математическая конференция: тез. докл. Междунар. науч. конф. 2012. Ч. 2. С. 55.

2. Пугин В. В. *Алгоритм построения решения функциональной задачи для обобщенного матричного уравнения Риккати* // XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2014): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2014. Ч. 1. С. 72–73.

3. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

4. Лаптинский В. Н., Маковецкий И. И., Пугин В. В. *Матричные дифференциальные уравнения Ляпунова и Риккати.* Могилев: БРУ, 2012.