где $A, B \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, $F, G \in \mathbb{C}(D_{\tilde\rho}, \mathbb{R}^{n\times n})$, $I = [0,\omega]$, $D_{\tilde\rho} = \{(t,X):\ t\in I,\ \|X\| < \tilde\rho\}$, $\omega > 0$, $0 < \tilde\rho \leqslant \infty$, M, N — постоянные $(n\times n)$-матрицы; функции $F(t,X)$, $G(t,X)$ удовлетворяют в $D_{\tilde\rho}$ относительно X условию Липшица (локально); $F(t,0)\not\equiv 0$, $G(t,0)\not\equiv$ $\not\equiv 0$, $r\in\mathbb{R}$.

Данная работа является продолжением [1]. Введем следующие обозначения:

$$D_\rho = \{(t,X): t\in I,\ \|X\|\leqslant\rho\},\quad \mu_1 = \max_t\|V(t)\|,\quad \mu_2 = \max_t\|V^{-1}(t)\|,\quad \alpha = \max_t\|A(t)\|,$$

$$\varepsilon = |r|,\quad P = N^{-1}M,\quad Q = -V(\omega),\quad \gamma = \|\Phi^{-1}\|,\quad h_1 = \max_t\|F(t,0)\|,\quad h_2 = \max_t\|G(t,0)\|,$$

$$m = \max\{\|P\|, \|Q\|\},\quad q = \gamma\mu m\omega(\alpha + L_1 + \varepsilon L_2),\quad p = \gamma\mu m\omega(h_1 + \varepsilon h_2),$$

где $t\in I$, $0<\rho<\tilde\rho$, $\mu = \mu_1\mu_2$, Φ — линейный оператор, $\Phi X = PX - XQ$, $L_1 = L_1(\rho) >$ > 0, $L_2 = L_2(\rho) > 0$ — постоянные Липшица для функций соответственно $F(t,X)$, $G(t,X)$, $\|\cdot\|$ — согласованная норма матриц; $dV/dt = VB(t)$, $V(0) = E$ — единичная матрица.

Установлено, что при выполнении условий [1]: $\det N\neq 0$, матрицы P, Q не имеют общих характеристических чисел, $q<1$, $p\leqslant\rho(1-q)$ задача (1), (2) однозначно разрешима в области D_ρ. Ее решение представимо как предел равномерно сходящейся последовательности функций, определяемых по алгоритму типа [2, 3]:

$$X_{k+1}(t) = -\Big\{\Phi^{-1}\Big[P\int_t^\omega (A(\tau)X_k(\tau) + F(\tau, X_k(\tau)) + rG(\tau, X_k(\tau)))V^{-1}(\tau)\,d\tau +$$

$$+\int_0^t (A(\tau)X_k(\tau) + F(\tau, X_k(\tau)) + rG(\tau, X_k(\tau)))V^{-1}(\tau)\,d\tau Q\Big]\Big\}V(t),\quad k = 0,1,2,\ldots,$$

где $X_0(t)$ — произвольная матричная функция класса $\mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, при этом $\|X_0(t)\|\leqslant\rho$.

Литература

1. Маковецкий И. И. *О двухточечной краевой задаче для нелинейного матричного уравнения Ляпунова с параметром* // Междунар. науч. конф. «XIV международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2014)»: тез. докладов Междунар. науч. конф., Новополоцк, 20–22 мая 2014 г. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2014. С. 69–70.

2. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

3. Лаптинский В. Н., Маковецкий И. И., Пугин В. В. *Матричные дифференциальные уравнения Ляпунова и Риккати.* Могилев: БРУ, 2012.

ОТРАЖАЮЩАЯ ФУНКЦИЯ И ОГРАНИЧЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

В.И. Мироненко

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь
vmironenko@tut.by

Теорема. *Пусть дифференциальная система $\dot x = P(t)x$ с непрерывной ограниченной на $\mathbb{R}$ матрицей $P(t)$, приводимая на $\mathbb{R}$ к системе с постоянной матрицей, имеет ограниченную на $\mathbb{R}$ отражающую матрицу* [1, с. 30]. *Тогда все решения этой системы ограничены на $\mathbb{R}$, а сама система устойчива.*

Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и периодические решения дифференциальных уравнений.* Мн.: «Университетское», 1986.

ДВУХТОЧЕЧНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

В.В. Мироненко[1], **С.В. Майоровская**[2]

[1] Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь
vladimir.v.mironenko@gmail.com
[2] Белорусский государственный экономический университет, Минск, Беларусь
svmayor@gmail.com

Теорема. *Пусть вектор-функция* $q(t)$ *представляет собой решение дифференциальной системы* $\dot{x} = P(t)x$, $x \in \mathbb{R}^n$, $t \in \mathbb{R}$, *с непрерывной матрицей* $P(t)$. *Тогда для любой нечетной непрерывной скалярной функции* $\alpha(t)$ *решение дифференциальной системы* $\dot{x} = P(t)x+\alpha(t)q(t)$ *с начальным условием* $x(-\omega) = 0$ *обладает свойством* $x(\omega) = x(-\omega) = 0$, *каково бы ни было число* ω. *Если к тому же эта система* 2ω*-периодична, то всякое ее решение* $x(t)$ *с начальным условием* $x(k\omega) = 0$, $k \in \mathbb{N}$, *будет* $2k$*-периодическим.*

Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем.* Гомель: ГГУ, 2004.

ПРИВЕДЕНИЕ АВТОНОМНОЙ СИСТЕМЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА К СПЕЦИАЛЬНОМУ ВИДУ. ЕСТЕСТВЕННЫЙ ГАМИЛЬТОНИАН СИСТЕМЫ

Н.П. Морозов

Могилевский государственный университет им. А. А. Кулешова, Могилев, Беларусь
morozovnp@tut.by

Основной результат доклада содержится в следующей теореме.

Расматривается система
$$\dot{x} = P(x,y), \quad \dot{y} = Q(x,y), \tag{1}$$
где $P(x,y)$, $Q(x,y)$ непрерывно дифференцируемые функции на всей плоскости.

Теорема. *Пусть* $O(0,0)$ *является состоянием равновесия системы. Тогда система* (1) *представима единственным образом в виде*
$$\dot{x} = \frac{\delta H}{\delta y}(x,y) + x\overline{\sigma}(x,y), \quad \dot{y} = -\frac{\delta H}{\delta x}(x,y) + y\overline{\sigma}(x,y), \tag{2}$$
где
$$H = \sin\varphi \int\limits_0^\rho P(\tau\cos\varphi, \tau\sin\varphi)\, d\varphi - \cos\varphi \int\limits_0^\rho Q(\tau\cos\varphi, \tau\sin\varphi)\, d\varphi,$$
$$\rho^2\overline{\sigma}(x,y) = \int\limits_0^\rho \tau\sigma(\tau\cos\varphi, \tau\sin\varphi)\, d\tau, \quad \sigma(x,y) = \operatorname{div}(P;Q), \quad \overline{\sigma}(0,0) = \frac{\sigma(0,0)}{2}. \tag{3}$$

Случай полиномиальной системы рассмотрен автором ранее (см [4]) с использованием иного подхода. Подмеченные там закономерности и позволили перенести полученный там результат на общий случай.