$J_3 = \langle B(A+C)+L+N, 6BN(A+C)(A+2C)+N^2(2A+3C)+2P(A+C)(A+2C)^2+CW(A+2C)+2(A+C)^2(A+2C)^3, N(-A-C)+S, -3BN^2(A+2C)-NP(A+2C)^2+N(-(A+C))(A+2C)^3+CV(A+2C)^2-N^3, -3BN(A+C)(A+2C)+M(A+C)(A+2C)^2+N^2(-2A-3C)-P(A+C)(A+2C)^2+(A+C)^2(A+2C)^3, 3BN(A+C)(A+2C)+CF(A+2C)+P(A+C)(A+2C)^2+(A+C)^2(A+2C)^3+AN^2, (A+2C)(A+C)^2+R, K-(A+C)(A+3C), -(A+2C)(A^2+3AC+3C^2)(A+C)^2-3BN(A+2C)(A+C)+CD(A+2C)(A+C)^2-P(A+2C)(A+C)^2-AN^2\rangle$,

$J_4 = \langle B(A+C)+L+N, 24BN(A+C)(A+3C)+16N^2(3A+7C)+4W(A+3C)^2-C(A+C)^2(A+3C)^2, -B(A+C)^2-2N(A+C)+4S, -48BN^2(A+C)(A+3C)-16N^3(5A+11C)+4NP(A+C)(A+3C)^2-N(A-3C)(A+C)^2(A+3C)^2+4V(A+C)(A+3C)^3, -12BN(A+C)(A+3C)+M(A+C)(A+3C)^2-4N^2(3A+5C)+C(A+C)^2(A+3C)^2, C(A+C)^2+4R, (A-3C)(A+C)+4K, 16F(A+3C)+4P(A+3C)(A+C)-(A+3C)(A+C)^3+16N^2, 4D(A+3C)(A+C)^2+4P(A+3C)(A+C)+3(A+3C)(A+C)^3-16N^2\rangle$.

Теорема 2. *Пусть V — многообразие центра системы* (2). *Тогда* $\bigcup_{k=1}^4 \mathbb{V}(J_k) \subset \mathbb{V}(T)$.

Доказательство теоремы 2 следует из того, что при $p \in \bigcup_{k=1}^4 \mathbb{V}(J_k)$ особая точка $O(0,0)$ — центр системы (2), ибо $R^3(x)/Q^5(x) \equiv \mathrm{const}$.

Литература

1. Кокс Д., Литл Дж., О'Ши Д. *Идеалы, многообразия и алгоритмы. Введение в вычислительные аспекты алгебраической геометрии и коммутативной алгебры.* М.: Мир, 2000.
2. Садовский А. П. *Полиномиальные идеалы и многообразия.* Мн.: Изд-во БГУ, 2008.
3. Садовский А.П. *К условиям центра и фокуса для уравнений нелинейных колебаний* // Дифференц. уравнения. 1979. Т. 15, № 9. С. 1716–1719.

О СТРУКТУРЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПАРАМЕТРОМ

В.Н. Лаптинский[1], **В.А. Ливинская**[2]

[1] Институт технологии металлов НАН Беларуси, Могилев, Беларусь
lavani@tut.by
[2] Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь

Исследуется задача о периодических решениях с периодом ω уравнения типа [1–4]

$$\ddot{X} = \lambda A(t)X + \lambda^2(P(t)X + XB(t)) + F(t), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times m}, \tag{1}$$

где $A(t)$, $B(t)$, $P(t)$, $F(t)$ — непрерывные ω-периодические матрицы соответствующих размерностей, $\lambda \in \mathbb{R}$.

На основе применения метода [5, гл. II] получены коэффициентные достаточные условия однозначной разрешимости этой задачи, а также алгоритм построения решения.

Введем следующие обозначения:

$$\tilde{A}(\omega) = \int_0^\omega A(\tau)\,d\tau, \quad \gamma = \|\tilde{A}^{-1}(\omega)\|, \quad \varepsilon = |\lambda|, \quad \alpha = \max_t \|A(t)\|, \quad \beta = \max_t \|B(t)\|,$$

$$\mu = \max_t \|P(t)\|, \quad h = \max_t \|F(t)\|, \quad q_1 = \frac{1}{4}\gamma\alpha^2\omega^3 + \gamma(\beta+\mu)\omega, \quad q_2 = \frac{1}{4}\gamma\alpha(\beta+\mu)\omega^3,$$

$$q = \varepsilon q_1 + \varepsilon^2 q_2, \quad K = \frac{1}{2}\varepsilon\omega[\alpha + \varepsilon(\beta+\mu)], \quad H = \frac{1}{4}\gamma\alpha\omega^3 h + \frac{1}{\varepsilon}\gamma\omega h,$$

где $t \in [0,\omega]$, $\|\cdot\|$ — согласованная норма матриц.

Теорема. *Пусть выполнены условия* $\det \tilde{A}(\omega) \neq 0$, $0 < q < 1$. *Тогда* ω *-периодическое решение уравнения* (1) *существует и единственно. Решение* $X(t,\lambda)$ *представимо в виде*

$$X(t,\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^{k-1} X_{k-1}(t),$$

где матрицы $X_{k-1}(t)$ *определены рекуррентным интегральным соотношением типа* [1, 2].

Исследована сходимость соответствующего алгоритма, при этом получены оценки

$$\|X(t,\lambda)\| \leqslant \frac{H}{1-q}, \quad \|\dot{X}(t,\lambda)\| \leqslant \frac{KH}{1-q} + \frac{1}{2}\omega h.$$

Литература

1. Лаптинский В. Н., Ливинская В. А. *Об аналитической структуре периодических решений матричного дифференциального уравнения типа Ляпунова* // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36, № 9. С. 1290–1291.

2. Лаптинский В. Н., Ливинская В. А. *К теории периодических решений матричного дифференциального уравнения второго порядка типа Ляпунова* // Дифференц. уравнения, 2002. Т. 38, № 8. С. 1133–1134.

3. Лаптинский В. Н., Ливинская В. А. *О периодических решениях линейного матричного уравнения Ляпунова второго порядка с параметром* // XV Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2013): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2013. Ч. 1. С. 59–60.

4. Ливинская В. А. *К построению периодических решений матричного уравнения Ляпунова второго порядка с параметром* // XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2014): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2014. Ч. 1. С. 66–67.

5. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

АЛГОРИТМ С НЕЯВНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СХЕМОЙ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА — РИККАТИ

О.А. Маковецкая

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь
olya.makzi@gmail.com

Рассмотрим краевую задачу [1, 2]

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + XB(t) + XQ(t)X + F(t,X), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times n}, \tag{1}$$

$$X(0) = X(\omega), \tag{2}$$

где $t \in I$, $A, B, Q \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, $F \in \mathbb{C}(D_{\tilde{\rho}}, \mathbb{R}^{n\times n})$. Предполагается, что матрица-функция $F(t,X)$ в области $D_{\tilde{\rho}} = \{(t,X) : t \in I, \ \|X\| < \tilde{\rho}\}$ удовлетворяет относительно X условию Липшица (локально); $F(t,0) \not\equiv 0$, $I = [0,\omega]$, $\omega > 0$, $0 < \tilde{\rho} \leqslant \infty$.

В данной работе на основе метода [3] получены конструктивные достаточные условия однозначной разрешимости и алгоритм построения решения задачи (1), (2) в виде

$$X(t) = C + Y(t),$$