$$-\frac{\mu(\cos\varphi-1)+3\beta\sin\delta_1+\varepsilon\sin\varphi+\rho\cos\delta_1+\cos\delta_1}{\cos\delta_1}\sin\delta_1-((1-\rho)\sin\delta_2-(1+\rho)\sin\delta_1)+$$
$$+3\beta(3\beta(\sin\delta_2-\sin\delta_1)-2\varepsilon\sin\varphi-\rho(\cos\delta_2+\cos\delta_1)+\cos\delta_2-\cos\delta_1)+2\varepsilon\cos\varphi\times$$
$$\times\left(\frac{\mu(\cos\varphi-1)(\cos\delta_1-\cos\delta_2)+3\beta(\sin\delta_2\cos\delta_1-\sin\delta_1\cos\delta_2)}{\mu(\cos\varphi-1)(\cos\delta_2+\cos\delta_1)+\varepsilon\sin\varphi(\cos\delta_2-\cos\delta_1)+2\rho\cos\delta_1\cos\delta_2}-\right.$$
$$\left.-\frac{\varepsilon\sin\varphi(\cos\delta_2+\cos\delta_1)-2\rho\cos\delta_1\cos\delta_2}{\mu(\cos\varphi-1)(\cos\delta_2+\cos\delta_1)+\varepsilon\sin\varphi(\cos\delta_2-\cos\delta_1)+2\rho\cos\delta_1\cos\delta_2}\right)-2\mu\sin\varphi+\Delta.$$

Это и есть искомое фазовое уравнение. Его анализ позволяет выяснить характер динамики относительной фазы слабо связанных осцилляторов в зависимости от всех существенных факторов: диссипативной связи, инерционной связи, параметров неизохронности, неидентичности и запаздываний.

Литература

1. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Рыскин Н. М. *Нелинейные колебания.* М.: Физматлит, 2002. 292 с.

2. Кузнецов А. П., Станкевич Н. В., Тюрюкина Л. В. *Связанные осцилляторы ван дер Поля и ван дер Поля — Дуффинга: фазовая динамика и компьютерное моделирование* // Изв. вузов «Прикладная нелинейная динамика». 2008. № 4. Т. 16. С. 101–136.

О ПОСТРОЕНИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВАЛЛЕ — ПУССЕНА ДЛЯ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА ВТОРОГО ПОРЯДКА

А.И. Кашпар

Институт технологии металлов НАН Беларуси, Могилев, Беларусь
alex.kashpar@tut.by

Исследуется задача [1–3] :

$$\ddot{\mathbf{X}}=\mathbf{A}(t)\dot{\mathbf{X}}+\dot{\mathbf{X}}\mathbf{B}(t)+\lambda(\mathbf{A}_1(t)\mathbf{X}+\mathbf{X}\mathbf{B}_1(t))+\lambda(\mathbf{A}_2(t)\dot{\mathbf{X}}+\dot{\mathbf{X}}\mathbf{B}_2(t))+\mathbf{F}(t),\tag{1}$$

$$\mathbf{X}(0,\lambda)=\mathbf{M},\quad \mathbf{X}(\omega,\lambda)=\mathbf{N},\quad \mathbf{X}\in\mathbb{R}^{n\times m},\tag{2}$$

где $\mathbf{F}(t)$, $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$, $\mathbf{A}_i(t)$, $\mathbf{B}_i(t)$ $(i=1,\ 2)$ — матрицы класса $\mathbb{C}[0,\omega]$ соответствующих размерностей; $\mathbf{M}$, $\mathbf{N}$ — заданные вещественные матрицы; $\omega>0$, $\lambda\in\mathbb{R}$.

В данной работе, являющейся продолжением и развитием [1–3], разработан алгоритм построения решения задачи (1), (2) на основе метода [4, гл. I] и метода Пуанкаре (малого параметра) применительно к соответствующей эквивалентной интегральной задаче

$$\mathbf{X}=\mathbf{M}+\mathbf{P}_{\mathbf{UV}}+\mathcal{L}_1(\mathbf{X},\mathbf{Y}),\quad \mathbf{Y}=\mathbf{Q}_{\mathbf{UV}}+\mathcal{L}_2(\mathbf{X},\mathbf{Y}),$$

где

$$\mathbf{P}_{\mathbf{UV}}(t)=\int\limits_0^t\mathbf{U}(\tau)(\mathbf{\Phi}^{-1}(\mathbf{N}-\mathbf{M}))\mathbf{V}(\tau)\,d\tau,\quad \mathbf{Q}_{\mathbf{UV}}(t)=\mathbf{U}(t)(\mathbf{\Phi}^{-1}(\mathbf{N}-\mathbf{M}))\mathbf{V}(t);$$

$\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$, $\mathbf{\Phi}$ — интегральные операторы [5], конструируемые по методике [4]; $\mathbf{U}(t)$, $\mathbf{V}(t)$ — фундаментальные матрицы уравнений $\dot{\mathbf{U}}=\mathbf{A}(t)\mathbf{U}$, $\dot{\mathbf{V}}=\mathbf{V}\mathbf{B}(t)$.

Литература

1. Кашпар А. И., Лаптинский В. Н. *О задаче Валле — Пуссена для матричного уравнения Ляпунова второго порядка* // XI Белорусская математическая конференция: Тез. докл. Междунар. науч. конф. Минск, 5–9 ноября 2012 г. Ч. 2. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2012. С. 32.

2. Кашпар А. И. *О задаче Валле — Пуссена для матричного уравнения Ляпунова второго порядка* // XV Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2013) : тез. докл. Междунар. науч. конф. Гродно, 13–16 мая 2013 г. Ч. 1. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2013. С. 57.

3. Кашпар А. И. *О разрешимости задачи Валле — Пуссена для матричного уравнения Ляпунова второго порядка* // XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2014) : тез. докл. Междунар. науч. конф. Новополоцк, 20–22 мая 2014 г. Ч. 1. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2014. С. 63–64.

4. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

5. Лаптинский В. Н., Кашпар, А. И. *Конструктивный анализ краевой задачи Валле — Пуссена для линейного матричного уравнения Ляпунова второго порядка. Ч. I.* Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2015. 48 с. (Препринт/Ин-т прикладной оптики НАН Беларуси; № 35).

О МЕТОДЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ НАПРАВЛЯЮЩИХ ФУНКЦИЙ В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ВКЛЮЧЕНИЙ С КАУЗАЛЬНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ

С.В. Корнев

Воронежский государственный педагогический университет, Воронеж, Россия
kornev_vrn@rambler.ru

Одним из наиболее эффективных и геометрически наглядных способов решения периодической задачи для дифференциальных уравнений является метод направляющих функций, общие принципы которого сформулировали еще в середине XX в. М. А. Красносельский и А. И. Перов (см. [1]).

В восьмидесятые годы XX в. классический метод направляющих функций был распространен на случай дифференциальных включений и использован для исследования их периодических решений (см., например, [2]).

В настоящей работе применяется метод интегральных направляющих функций к задаче о существовании периодических решений включений с каузальными мультиоператорами. Заметим, что класс каузальных мультиоператоров достаточно широк. В него входит, например, мультиоператор суперпозиции выпуклозначного мультиотображения, удовлетворяющего верхним условиям Каратеодори и условию локальной интегральной ограниченности, а также мультиоператор суперпозиции мультиотображения, не обладающего свойством выпуклости значений, но удовлетворяющего условию почти полунепрерывности снизу и условию локальной интегральной ограниченности (см. [3]).

Пусть $T > 0$ и σ — произвольные числа. Символами $C([kT-\sigma,(k+1)T];\mathbb{R}^n)$ и $L^1((kT,(k+1)T);\mathbb{R}^n)$, где $k \in \mathbb{Z}$, обозначим соответственно пространство непрервных и пространство суммируемых функций.

Для произвольного подмножества $\mathcal{N} \subset L^1((kT,(k+1)T);\mathbb{R}^n)$ и $\tau \in (kT,(k+1)T)$ определим сужение $\mathcal{N}$ на (kT,τ) как

$$\mathcal{N}|_{(kT,\tau)} = \{f|_{(kT,\tau)} : f \in \mathcal{N}\}.$$

Определение 1. Если для каждого $k \in \mathbb{Z}$ мультиоператор

$$\mathcal{Q} : C([kT-\sigma,(k+1)T];\mathbb{R}^n) \multimap L^1((kT,(k+1)T);\mathbb{R}^n)$$