$f(\varphi) \in C^q(\mathcal{T}_m)$ существует единственный инвариантный тор $x = u(\varphi)$ системы (1) со всеми частными производными до порядка q включительно и выполняются оценки

$$\|D^p_\varphi u(\varphi) - D^p_\varphi u(\overline{\varphi})\| \leqslant N_p J_\nu(a; p; \|\varphi - \overline{\varphi}\|) + \overline{N}_p J_\nu(A; p; \|\varphi - \overline{\varphi}\|) + \overline{\overline{N}}_p J_\nu(f; p; \|\varphi - \overline{\varphi}\|), \quad |p| = \overline{0, q},$$

де N_p, $\overline{N}_p$, $\overline{\overline{N}}_p$ — положительные постояные.

Литература

1. Самойленко А. М. *Элементы математической теории многочастотных колебаний.* М.: Наука, 1987. 304 с.

2. Самойленко А. М. *О сохранении инвариантного тора при возмущении* // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1970. Т. 34, № 6. С. 1219–1240.

3. Самойленко А. М., Бурылко А. А., Грод И. Н. *Модули непрерывности производных инвариантных торов линейных расширений динамических систем* // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36, № 1. С. 103–113.

К ПОСТРОЕНИЮ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ОБОБЩЕННОГО МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА С ПАРАМЕТРОМ

Л.А. Данилович[1], В.Н. Лаптинский[2]

[1] Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь
[2] Институт технологии металлов НАН Беларуси, Могилев, Беларусь
lavani@tut.by

Данная работа является продолжением и развитием [1–4]. На основе применения метода [5, гл. II] получены коэффициентные достаточные условия существования и единственности ω-периодического решения уравнения

$$\frac{dX}{dt} = \lambda A(t)X(K_0 + \lambda K_1(t) + \lambda^2 K_2(t)) + \lambda^2 B(t)XC(t) + F(t), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times m}, \tag{1}$$

где $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$, $F(t)$, $K_i(t)$ $(i = 1, 2)$ — непрерывные ω-периодические матрицы соответствующих размерностей, K_0 — постоянная матрица, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Примем следующие обозначения:

$$\tilde{A}(\omega) = \int_0^\omega A(\tau)\, d\tau, \quad \gamma = \|\tilde{A}^{-1}(\omega)\|, \quad \varepsilon = |\lambda|, \quad \alpha = \max_t \|A(t)\|, \quad \beta = \max_t \|B(t)\|, \quad \mu = \max_t \|C(t)\|,$$

$$\beta_0 = \|K_0\|, \quad \beta_i = \max_t \|K_i(t)\|, \quad h = \max_t \|F(t)\|, \quad r = \|K_0^{-1}\|, \quad q_1 = \frac{1}{2}\gamma\alpha^2\beta_0\omega^2 + \gamma(\alpha\beta_1 + \beta\mu)r\omega,$$

$$q_2 = \frac{1}{2}\gamma\alpha(\alpha\beta_1 + \beta\mu)\omega^2 + \gamma\alpha\beta_2 r\omega, \quad q_3 = \frac{1}{2}\gamma\alpha^2\beta_2\omega^2, \quad q = \varepsilon q_1 + \varepsilon^2 q_2 + \varepsilon^3 q_3, \quad H = \frac{1}{2}\gamma\alpha\omega^2 h + \frac{1}{\varepsilon}\gamma r\omega h,$$

где $t \in [0, \omega]$, $\|\cdot\|$ — согласованная норма матриц.

Теорема. *Пусть выполнены условия $\det K_0\tilde{A}(\omega) \neq 0$, $0 < q < 1$. Тогда ω-периодическое решение уравнения (1) существует и единственно. Решение $X(t, \lambda)$ представимо в виде ряда*

$$X(t, \lambda) = \sum_{k=0}^\infty \lambda^{k-1} X_{k-1}(t),$$

сходящегося равномерно по $t \in [0, \omega]$, при этом справедлива оценка $\|X(t, \lambda)\| \leqslant H/(1 - q)$.

Здесь матрицы $X_{k-1}(t)$ определены рекуррентным интегральным соотношением типа [3, 4].

Литература

1. Данилович Л. А., Лаптинский В. Н. *О периодической краевой задаче для обощенного уравнения Ляпунова с параметром* // XV Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2013): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2013. Ч. 1. С. 51–52.
2. Данилович Л. А. *Об одном алгоритме построения решения периодической краевой задачи для обощенного уравнения Ляпунова с параметром* // XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2014): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2014. Ч. 1. С. 58.
3. Данилович Л. А., Лаптинский В. Н. *Об одном представлении периодического решения линейного матричного дифференциального уравнения* // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36, № 2. С. 276–278.
4. Данилович Л. А, Лаптинский В. Н. *О периодических решениях уравнения типа Ляпунова* // Дифференц. уравнения. 2003. Т. 39, № 2. С. 281–283.
5. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ НЕКОТОРЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕЧЕТНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА ПО ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

В.С. Денисов

Витебский государственный технологический университет, экономический факультет, Витебск, Беларусь
primakovasv@tut.by

В статье [1] для системы с кубической нелинейностью

$$\dot{x} = Ay^3 + By + f(x), \quad \dot{y} = g(x), \quad A > 0, \quad B > 0, \tag{1}$$

найдены достаточные условия существования предельных циклов при нарушении на некотором интервале первого неравенства обобщенных условий Гурвица

$$xf(x) < 0, \quad xg(x) < 0 \ \text{ при } \ x \neq 0, \quad f(0) = g(0) = 0. \tag{2}$$

В [2] доказана единственность устойчивого предельного цикла, охватывающего неустойчивый предельный цикл системы (1). В [3] анонсировались аналогичные результаты для систем вида

$$\dot{x} = Ay^{4n-1} + By^{2n-1} + f(x), \quad \dot{y} = g(x), \quad A > 0, \quad B > 0.$$

Рассмотрим системы дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Ay^{8n-1} + By^{4n-1} + f(x), \quad \dot{y} = g(x), A > 0,\ B > 0, \tag{3}$$

$$\dot{x} = Ay^{12n-1} + By^{4n-1} + f(x), \quad \dot{y} = g(x), \quad A > 0, \quad B > 0, \tag{4}$$

где функции $f(x)$ и $g(x)$ нечетные, определены и непрерывны на $\mathbb{R}$ и удовлетворяют условиям:

$I)$ $\exists x_1, x_3$, такие, что $f(x) < 0$ на $(0; x_1)$, $f(x) > 0$ на $(x_1; x_3)$; $g(x) < 0$ на $(0; \infty)$; $f(0) = f(x_1) = g(0) = 0$;

$II)$ $G(x) = \int_0^x -g(s)\,ds \to +\infty$ при $x \to +\infty$.

Введем функции $V(x, y)$ для систем (3), (4) соответственно:

$$V(x, y) = \frac{Ay^{8n}}{8n} + \frac{By^{4n}}{4n} + G(x), \quad V(x, y) = \frac{Ay^{12n}}{12n} + \frac{By^{4n}}{4n} + G(x).$$