$$\beta_2 = \max_t \|B_2(t)\|, \quad \alpha_i = \max_t \|A_i(t)\|(i=0,1), \quad q_0 = \gamma\mu_1\mu_2(\alpha_0+\beta_2)\omega\sum_{i=1}^k m_i v_i,$$

$$q_1 = \gamma\mu_1\mu_2\alpha_1\omega\sum_{i=1}^k m_i v_i, \quad N = \gamma\mu_1\mu_2\omega h\sum_{i=1}^k m_i v_i,$$

где $t \in [0,\omega]$, Φ — линейный оператор, $\Phi Y \equiv \sum_{i=1}^k M_i Y V_i$; $V_i = V(t_i)$, $V(t)$ — фундаментальная матрица уравнения $dV/dt = VB_1(t)$, $B_2(t) = B(t) - B_1(t)$; $\|\cdot\|$ — согласованная норма матриц.

Лемма. *Пусть оператор* Φ *обратим и выполнено условие* $q_0 + \varepsilon q_1 < 1$. *Тогда задача* (1), (2) *однозначно разрешима.*

Теорема. *Пусть оператор* Φ *обратим и выполнено условие* $q_0 < 1$. *Тогда в области (значений параметра* λ) $|\lambda| < (1-q_0)/q_1$ *задача* (1), (2) *однозначно разрешима. Ее решение* $X(t,\lambda)$ *представимо как предел равномерно сходящейся последовательности матричных функций, определяемых рекуррентным интегральным соотношением и удовлетворяющих условию* (2), *при этом справедлива оценка*

$$\|X(t,\lambda)\| \leqslant \frac{N}{1-q_0-\varepsilon q_1}.$$

Литература

1. Бондарев А. Н. *О многоточечной краевой задаче для матричного уравнения Ляпунова с параметром* // XV Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2013): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2013. Ч. 1. С. 44–45.

2. Бондарев А. Н. *О разрешимости многоточечной краевой задачи для матричного уравнения Ляпунова с параметром* // XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2014): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2014. Ч. 1. С. 51—52.

3. Бондарев А. Н., Лаптинский В. Н. *О многоточечной краевой задаче для матричного уравнения Ляпунова* // Тр. ИСА РАН: Динамика неоднородных систем. 2008. Т. 32(3). С. 19–26.

4. Бондарев А. Н., Лаптинский В. Н. *Многоточечная краевая задача для уравнения Ляпунова в случае сильного вырождения краевых условий* // Дифференц. уравнения. 2011. Т. 47. № 6. С. 776–784.

5. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: ИМ НАН Беларуси, 1998.

ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ С L^p-ДИХОТОМИЕЙ НА ОСИ

Л.И. Бортницкая, Р.А. Прохорова

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

izobov@im.bas-net.by

Рассматриваем линейную систему

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}, \tag{1}$$

с кусочно-непрерывными, вообще говоря, неограниченными коэффициентами и фундаментальной матрицей $X(t)$, $X(0) = E$.

Будем говорить, что система (1) обладает L^p-дихотомией на оси с параметром $p > 0$ и обозначать это включением $A \in L^pD$, если существует пара взаимно дополнительных проекторов P_1 и P_2 и положительная постоянная $K_p(A)$ такие, что выполнено условие

$$\int\limits_{-\infty}^{t} \|X(t)P_1X^{-1}(\tau)\|^p d\tau + \int\limits_{t}^{+\infty} \|X(t)P_2X^{-1}(\tau)\|^p d\tau \leqslant K_p(A), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Линейные системы с L^p-дихотомией на полуоси достаточно полно разработаны в работах В. Коппеля, Р. Конти, Н. А. Изобова и Р. А. Прохоровой.

Для систем с L^p-дихотомией на оси справедливы большей частью аналогичные [3] результаты.

Теорема 1. *Любая L^p-дихотомичная с числом $p > 0$ и проекторами P_1 и P_2 линейная система* (1) *является L^q-дихотомичной с любым числом q, $0 < q < p$, причем включение $L^pD \subset L^qD$ является строгим.*

Теорема 2. *Если матрица $A(t)$ интегрально ограничена и $A \in L^pD$, $p > 0$, то система* (1) *является экспоненциально дихотомичной на оси.*

Наряду с линейной однородной системой (1) рассмотрим линейную неоднородную систему

$$\dot{y} = A(t)y + f(t). \tag{2}$$

Справедлива теорема, аналогичная теореме Коппеля — Конти [1, с. 131; 2] об ограниченных решениях системы (2).

Теорема 3. *Линейная неоднородная система* (2) *при любой вектор-функции $f(t)$ из пространства $L_q(\mathbb{R})$, $1 < q \leqslant +\infty$, имеет единственное ограниченное на оси решение тогда и только тогда, когда соответствующая линейная однородная система* (1) *обладает L^p-дихотомией на оси с числом p, сопряженным с q: $1/p + 1/q = 1$.*

С помощью этой теоремы установлена открытость множества L^pD при $p \geqslant 1$.

Теорема 4. *Если система* (1) *обладает L^p-дихотомией на $\mathbb{R}$ с числом $p \geqslant 1$, то существует такое $\varepsilon_A > 0$, что система $\dot{x} = [A(t) + B(t)]x$, в которой $B(t)$ — кусочно-непрерывная матрица, $\|B(t)\| < \varepsilon_A$, $t \in \mathbb{R}$, также обладает L^p-дихотомией на $\mathbb{R}$.*

Однако свойство L^p-дихотомии не является грубым при возмущениях следующего вида:

1) матрица возмущения $B(t)$ — интегрально мала;

2) матрица $B(t)$ — суммируема на оси со степенью $q \geqslant 1$;

3) матрица $B(t)$ — исчезающая на бесконечности.

Литература

1. Coppel W. A. *Stability and asymptotic behavior of differential equations*: Heath. Math. Monographs. D.C. Heath and Company. Boston, 1965. 166 pp.

2. Conti R. *On the boundedness of solutions of ordinary differential equations* // Funkcialaj Ekvacioj. 1966. Vol. 9, № 1. P. 23–26.

3. Изобов Н. А., Прохорова Р. А. *Линейные дифференциальные системы Копеля — Конти.* Мн.: Белорусская наука, 2008. 230 с.

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ СТАРШЕГО ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ ИЗОБОВА СИСТЕМЫ С НЕОГРАНИЧЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В.В. Быков

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
vvbykov@gmail.com

Для заданного $n \in \mathbb{N}$ обозначим через $\mathcal{M}^n$ пространство линейных систем вида

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}^+, \tag{1}$$

с непрерывными (не обязательно ограниченными) оператор-функциями A (которые будем отождествлять с соответствующими системами) с естественными для функций операциями сложения и умножения на действительное число.