ся открытым в этом пространстве. Следующая теорема показывает, что для слабо и почти экспоненциально дихотомических систем свойство грубости места не имеет.

Теорема 2. *Для любого натурального* $n \geqslant 2$ *в метрическом пространстве* $\mathcal{M}_n$ *с метрикой равномерной сходимости на полуоси внутренность* $\operatorname{int} WE_n$ *множества* WE_n *слабо экспоненциально дихотомических систем и внутренность* $\operatorname{int} AWE_n$ *множества* AWE_n *почти экспоненциально дихотомических систем совпадают между собой и совпадают с множеством экспоненциально дихотомических систем, т. е.* $\operatorname{int} WE_n = \operatorname{int} AWE_n = E_n$ *для любого* $n \geqslant 2$.

Напомним, что краем множества M в топологическом пространстве называется [5] разность между множеством и его внутренностью: $M \setminus \operatorname{int} M$. Из теоремы 2 с помощью несложных рассуждений вытекает

Следствие. *В метрическом пространстве* $\mathcal{M}_n$, $n \geqslant 2$, *с метрикой равномерной сходимости на полуоси каждое из множество* WE_n *и* AWE_n *не является ни открытым, ни замкнутым, все их точки предельные, а край* $\operatorname{ed} WE_n$ *множества* WE_n *(край* $\operatorname{ed} AWE_n$ *множества* AWE_n*) составляют в точности слабо (почти) экспоненциально дихотомические системы, не являющиеся экспоненциально дихотомическими.*

Литература

1. Бекряева Е. Б. *О равномерности оценок норм решений экспоненциально дихотомических систем* // Дифференц. уравнения. 2010. Т. 46. № 5. С. 626–636.
2. Бекряева Е. Б. *Линейные дифференциальные системы, близкие к экспоненциально дихотомическим* // Докл. НАН Беларуси. 2011. Т. 55. № 1. С. 36–40.
3. Далецкий Ю. Л., Крейн М. Г. *Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве.* М.: Наука, 1970. 536 с.
4. Барабанов Е. А., Конюх А. В. *Равномерные показатели линейных систем дифференциальных уравнений* // Дифференц. уравнения. 1994. Т. 30. № 10. С. 1665–1676.
5. Александрян Р. А., Мирзаханян Э. А. *Общая топология.* М.: Высшая школа, 1979. 336 с.

МНОГОТОЧЕЧНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА С ПАРАМЕТРОМ

А.Н. Бондарев

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь
alex-bondarev@tut.by

Рассмотрим краевую задачу для матричного уравнения Ляпунова

$$\frac{dX}{dt} = (A_0(t) + \lambda A_1(t))X + XB(t) + F(t), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times m}, \tag{1}$$

с условием

$$\sum_{i=1}^{k} M_i X(t_i) = 0, \quad 0 = t_1 < t_2 < \ldots < t_k = \omega, \tag{2}$$

где $A_0(t)$, $A_1(t)$, $B(t)$, $F(t)$ — матрицы класса $\mathbb{C}[0,\omega]$ соответствующих размерностей, M_i — заданные постоянные $(n \times n)$-матрицы, $\lambda \in \mathbb{R}$.

В данной работе, являющейся продолжением [1, 2] и развитием [3, 4], с помощью подхода [5, гл. I] получены конструктивные достаточные условия однозначной разрешимости и оценка области локализации решения задачи (1), (2).

Примем следующие обозначения:

$$\gamma = \|\Phi^{-1}\|, \quad \mu_1 = \max_t \|V(t)\|, \quad \mu_2 = \max_t \|V^{-1}(t)\|, \quad v_i = \|V_i\|, \quad m_i = \|M_i\|, \quad \varepsilon = |\lambda|,$$

$$\beta_2 = \max_t \|B_2(t)\|, \quad \alpha_i = \max_t \|A_i(t)\|(i = 0, 1), \quad q_0 = \gamma\mu_1\mu_2(\alpha_0 + \beta_2)\omega \sum_{i=1}^{k} m_i v_i,$$

$$q_1 = \gamma\mu_1\mu_2\alpha_1\omega \sum_{i=1}^{k} m_i v_i, \quad N = \gamma\mu_1\mu_2\omega h \sum_{i=1}^{k} m_i v_i,$$

где $t \in [0, \omega]$, Φ — линейный оператор, $\Phi Y \equiv \sum_{i=1}^{k} M_i Y V_i$; $V_i = V(t_i)$, $V(t)$ — фундаментальная матрица уравнения $dV/dt = VB_1(t)$, $B_2(t) = B(t) - B_1(t)$; $\|\cdot\|$ — согласованная норма матриц.

Лемма. *Пусть оператор* Φ *обратим и выполнено условие* $q_0 + \varepsilon q_1 < 1$. *Тогда задача* (1), (2) *однозначно разрешима.*

Теорема. *Пусть оператор* Φ *обратим и выполнено условие* $q_0 < 1$. *Тогда в области (значений параметра* λ) $|\lambda| < (1 - q_0)/q_1$ *задача* (1), (2) *однозначно разрешима. Ее решение* $X(t, \lambda)$ *представимо как предел равномерно сходящейся последовательности матричных функций, определяемых рекуррентным интегральным соотношением и удовлетворяющих условию* (2), *при этом справедлива оценка*

$$\|X(t, \lambda)\| \leqslant \frac{N}{1 - q_0 - \varepsilon q_1}.$$

Литература

1. Бондарев А. Н. *О многоточечной краевой задаче для матричного уравнения Ляпунова с параметром* // XV Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2013): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2013. Ч. 1. С. 44–45.
2. Бондарев А. Н. *О разрешимости многоточечной краевой задачи для матричного уравнения Ляпунова с параметром* // XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2014): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2014. Ч. 1. С. 51—52.
3. Бондарев А. Н., Лаптинский В. Н. *О многоточечной краевой задаче для матричного уравнения Ляпунова* // Тр. ИСА РАН: Динамика неоднородных систем. 2008. Т. 32(3). С. 19–26.
4. Бондарев А. Н., Лаптинский В. Н. *Многоточечная краевая задача для уравнения Ляпунова в случае сильного вырождения краевых условий* // Дифференц. уравнения. 2011. Т. 47. № 6. С. 776–784.
5. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: ИМ НАН Беларуси, 1998.

ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ С L^p-ДИХОТОМИЕЙ НА ОСИ

Л.И. Бортницкая, Р.А. Прохорова

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

izobov@im.bas-net.by

Рассматриваем линейную систему

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}, \tag{1}$$

с кусочно-непрерывными, вообще говоря, неограниченными коэффициентами и фундаментальной матрицей $X(t)$, $X(0) = E$.

Будем говорить, что система (1) обладает L^p-дихотомией на оси с параметром $p > 0$ и обозначать это включением $A \in L^pD$, если существует пара взаимно дополнительных проекторов P_1 и P_2 и положительная постоянная $K_p(A)$ такие, что выполнено условие

$$\int_{-\infty}^{t} \|X(t)P_1X^{-1}(\tau)\|^p d\tau + \int_{t}^{+\infty} \|X(t)P_2X^{-1}(\tau)\|^p d\tau \leqslant K_p(A), \quad t \in \mathbb{R}.$$