

УДК 517.955

Л о м о в ц е в Ф. Е. Задачи Коши для гиперболических дифференциально-операторных уравнений четных порядков с переменными областями определения разрывных коэффициентов // Доклады НАН Беларуси. 2002. Т. 46. № 4. С. 43–47.

Доказана корректная сильная разрешимость задач Коши

$$\left(d^2/dt^2 + A_m(t)\right)L\left(d^2/dt^2 + A_1(t)\right)u(t) = f(t), t \in]0, T[,$$

$$d^i u / dt^i \Big|_{t=0} = j_i \in H, 0 \leq i \leq 2m-1, m = 1, 2, \dots,$$

где линейные положительные самосопряженные различные, но сравнимые, операторы $A_k(t)$ в гильбертовом пространстве H с зависящими от t областями определения негладки и разрывны по t , а их ограниченные обратные $A_k^{-1}(t)$ имеют в H локально по t ограниченные сильные регулярные производные $\left(A_k^{-1}(t)\right)^{(i)}, i = 1, 2$, что локально по t при $\forall g, v \in H$

$$-\left(\left(A_k^{-1}(t)\right)^{(1)} g, g\right)_H \leq c_k^{(1)} \left(A_k^{-1}(t) g, g\right)_H, \quad \left|\left(\left(A_k^{-1}(t)\right)^{(2)} g, v\right)_H\right| \leq c_k^{(2)} |g|_H \left(A_k^{-1}(t) v, v\right)_H^{1/2}.$$

Библиогр. 6 назв.

Ф. Е. ЛОМОВЦЕВ

ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТНЫХ ПОРЯДКОВ С ПЕРЕМЕННЫМИ ОБЛАСТЯМИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗРЫВНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

(Представлено академиком И.В. Гайшуном)

Задачи Коши для гиперболических дифференциально-операторных (г. д.-о.) уравнений четных порядков с постоянными областями определения операторных коэффициентов исследованы в [1]. Задачи Коши для г. д.-о. уравнений четных порядков с переменными областями определения гладких операторных коэффициентов изучались в [2]. В случае негладких и разрывных операторных коэффициентов эти задачи изучены только для уравнений второго порядка [3,4].

1. Постановка задач. Пусть H – гильбертово пространство (г.п.) со скалярным произведением $(\cdot, \cdot)$ и нормой $|\cdot|$. На ограниченном интервале $]0, T[$ рассматриваются задачи Коши (З.К.)

$$L_m(t)u \equiv (d^2/dt^2 + A_m(t))L(d^2/dt^2 + A_1(t))u = f, t \in]0, T[, \quad (1)$$

$$I_j u \equiv d^j u / dt^j \Big|_{t=0} = j_j, j \in H, 0 \leq j \leq 2m-1, m=1, 2, \dots, \quad (2)$$

где u и f – функции переменной t со значениями в H , $A_k(t), t \in q$, – линейные самосопряженные положительные операторы в H с зависящими от t областями определения $D(A_k(t))$ и q – некоторое множество полной меры из $[0, T]$ с $t=0 \in q$.

Предполагается, что операторы $A_k(t)$ удовлетворяют следующим условиям.

I. Операторы $A_k(t), t \in q$, являются сужениями на $D(A_k(t))$ линейных операторов $\tilde{A}_k(t)$ в H с кусочно-постоянными по t областями определения $D(\tilde{A}_k(t))$.

II. Области определения $D(A_k^m(t))$ степеней $A_k^m(t), 1 \leq k \leq m$, плотны в H ; эквивалентны нормы: $|A_s(t)u| \sim |A_k(t)u| \sim |A_s(t)u - A_k(t)u| \forall u \in D(A_k(t)), t \in q, 1 \leq s \neq k \leq m$;
 $|A_s(t)A_k(t)u - A_k(t)A_s(t)u|_{a(t)} \leq c_{s,k} |u|_{(a+3)(t)} \forall u \in W^{a+4}(t), t \in q, a \leq 2m-4, s \neq k, c_{s,k} \geq 0$, где гильбертовы пространства (г.п.) $W^a(t)$ – области определения $D(A_1^{a/2}(t))$ степеней $A_1^{a/2}(t)$, наделенные эрмитовыми нормами $|v|_{a(t)} = |A_1^{a/2}(t)v|, a \leq 2m$, и $W^0(t) = H$.

III. Интервал $]0, T[$ разбит на взаимно непересекающиеся интервалы $I_r =]t_r, t_{r+1}[$,

$r = \overline{0, R}$, $t_0 = 0, t_{R+1} = T$, так, что на $\forall I_r$ существуют сильные регулярные производные [5]
 $d^i A_k^{-1}(t) / dt^i \in L_\infty(I_r, \mathcal{L}(H)), i = 1, 2$, удовлетворяющие при почти всех $t \in I_r \cap q$ неравенствам

$$-\left((dA_k^{-1}(t) / dt)g, g\right) \leq c_k^{(1)} (A_k^{-1}(t)g, g) \forall g \in H, c_k^{(1)} \geq 0, \quad (3)$$

$$\left| \left((d^2 A_k^{-1}(t) / dt^2)g, v \right) \right| \leq c_k^{(2)} |g| (A_k^{-1}(t)v, v)^{1/2} \forall g, v \in H, c_k^{(2)} \geq 0, 1 \leq k \leq m.$$

IV. На $\forall I_r$ существуют не зависящие от t банаховы пространства (б. п.) V_r^{2i} , $0 \leq i \leq m$, такие, что $V_r^0 = H; V_r^2 \supset D(A_k(t)); V_r^{2j} \subset V_r^{2i}, j > i; W^{2i}(t) \subset V_r^{2i}, t \in q, 0 \leq i \leq m$; и существуют сильные регулярные производные $d^i A_k(t) / dt^i \in L_\infty(I_r, \mathcal{L}(V_r^{2[j/2]+2}, V_r^{2[j/2]}))$, $0 \leq j \leq 2m-2-i, 0 \leq i \leq 2m-2$, где $[\cdot]$ – целая часть числа.

Согласно [2], условий I-IV достаточно для существования (единственных) локальных сильных решений ЗК для уравнений (1) на каждом I_r в отдельности. Чтобы из этих локальных сильных решений можно было склеивать глобальные сильные решения ЗК (1), (2) нужны дополнительные условия согласования. Предполагается, что в неустраимых точках разрывов [3] и негладкости $t_r, r = \overline{1, R}$, операторов $A_k(t)$ выполняются следующие условия согласования.

V. Для каждых двух соседних интервалов I_{r-1} и I_r

а) в их общей граничной точке t_r пересечения областей определения $D(A_1^{3m/2}(t_r - 0)) \cap D(A_1^{3m/2}(t_r + 0))$ степеней $A_1^{3m/2}(t_r - 0)$ и $A_1^{3m/2}(t_r + 0)$ плотны в $W^{2m-1}(t_r - 0), r = \overline{1, R}$, и

$$\left| A_1^{m-1/2}(t_r + 0)u \right|^2 \leq c_1 \left| A_1^{m-1/2}(t_r - 0)u \right|^2 \forall u \in W^{2m-1}(t_r - 0), r = \overline{1, R}, c_1 \geq 1, \quad (4)$$

где $A_1^{a/2}(t_r - 0)$ и $A_1^{a/2}(t_r + 0)$ — односторонние продолжения слева и справа операторов $A_1^{a/2}(t)$;

б) на левом интервале I_{r-1} неравенства (3) имеют место со знаком абсолютной величины в их левых частях;

с) существуют сильные регулярные производные $d^i A_k^{-(2m-k)/2}(t) / dt^i \in L_\infty(I_p, \mathcal{L}(H))$,

$i = 1, 2, p = r - 1, r, 1 \leq k \leq m$, что $A_k^{(2m-k)/2}(t) \left(d^i A_k^{-(2m-k)/2}(t) / dt^i \right) \in L_\infty(I_p, \mathcal{L}(W^{i-1}(t), H))$,

$p = r - 1, r, i = 1, 2, 1 \leq k \leq m$, и существуют сильные регулярные производные $d^j A_k^{-1}(t) / dt^j \in L_\infty(I_p, \mathcal{L}(H)), 1 \leq j \leq 2m - 2k, p = r - 1, r, 1 \leq k < m$, что $d^j A_k^{-1}(t) / dt^j \in L_\infty(I_p, \mathcal{L}(W^{2m-k-2-s+n+j}(t), W^{2m-k-s+n}(t))), p = r - 1, r, 1 \leq n \leq i - j + 1, 1 \leq j \leq i, 1 \leq i \leq s, 1 \leq s \leq 2m - 2k, 1 \leq k < m$.

Докажем корректную сильную разрешимость ЗК (1), (2), которыми в приложениях являются, в частности, смешанные задачи для гиперболических факторизованных

дифференциальных уравнений с высшими порядками производных по временной переменной и переменными порядками частных производных по пространственным переменным [6].

2. Теорема существования и единственности. Сначала введем пространства и дадим определение сильных решений. Обозначим символами $\mathcal{H}^a$ г.п. $L_2([0, T[, W^a(t)), a \leq 2m$, $\mathcal{H}^0 = \mathcal{H}$. За пространства сильных решений ЗК (1),(2) возьмем б.п. E^m – пополнения множеств

$$D(L_m) = \{u \in D(\mathbb{L}_m) : d^s u / dt^s \in L_\infty([0, T[, W^{2m-2[(s+1)/2]}(t)) \cap \mathcal{H}, 0 \leq s \leq 2m, r = \overline{0, R}\},$$

где $D(\mathbb{L}_m) = \{u \in \mathcal{H} : d^s u / dt^s \in L_2(I_r, V_r^{2m-2[(s+1)/2]}), 0 \leq s \leq 2m, r = \overline{0, R};$

$$\frac{d^{2m-2}u}{dt^{2m-2}}, \frac{d^{a_1} \mathbb{A}_{k_1}(t)}{dt^{a_1}} \mathbf{L} \frac{d^{a_p} \mathbb{A}_{k_p}(t)}{dt^{a_p}} \frac{d^{2m-2p-2-|a(p)|}u}{dt^{2m-2p-2-|a(p)|}} \in L_2(I_r, W^2(t)),$$

$$0 \leq |a(p)| \leq 2m-2p-2, 1 \leq p \leq m-1, 1 \leq k_1, \dots, k_p \leq m, k_i \neq k_j, r = \overline{0, R},$$

$[\cdot]$ – целая часть числа, $a(p) = (a_1, \dots, a_p) \in Z_+^p$ и $|a(p)| = a_1 + \dots + a_p$, по нормам

$$\|u\|_m = \left\{ \text{ess sup}_{0 < t < T} \sum_{i=0}^{2m-1} \left| \frac{d^i u(t)}{dt^i} \right|_{(2m-1-i)(t)}^2 \right\}^{1/2}.$$

Для правых частей уравнений (1) и начальных условий (2) возьмем г.п. $F^m = \mathcal{H} \times W^{2m-1}(0) \times \mathbf{L}$

$\times H$ – множества всех элементов $\mathfrak{Z} = \{f, j_0, \dots, j_{2m-1}\} \in F^m$ с эрмитовыми нормами

$$\langle \|\mathfrak{Z}\| \rangle_m = \left\{ \int_0^T |f(t)|^2 dt + \sum_{j=0}^{2m-1} |j_j|_{(2m-1-j)(0)}^2 \right\}^{1/2}.$$

ЗК (1), (2) соответствуют линейные неограниченные операторы $L_m = \{L_m(t), \mathbf{l}_0, \dots, \mathbf{l}_{2m-1}\}$:

$E^m \supset D(L_m) \rightarrow F^m$. Если выполняются условия I, IV и $D(L_m)$ плотны в $\mathcal{H}$, то операторы

L_m допускают замыкания $\overline{L_m} \equiv \{\overline{L_m}(t), \mathbf{l}_0, \dots, \mathbf{l}_{2m-1}\}$ с областями определения $D(\overline{L_m})$.

Решения операторных уравнений $\overline{L_m} u = \mathfrak{Z}, \mathfrak{Z} \in F^m$, называются сильными решениями (с. р.)

ЗК (1), (2). Корректную сильную разрешимость ЗК (1), (2) дает следующая

Т е о р е м а 1. Пусть выполняются условия I-V. Если существует сильная регулярная производная $dA^{-1}(t)/dt \in L_\infty(I_r, \mathcal{L}(H, W^{2m-1}(t))), r = \overline{0, R}$, обратных $A^{-1}(t) \in L_\infty([0, T[, \mathcal{L}(H))$

операторов $A(t) = A_1^m(t)$ при $m > 1$ и $D(L_m)$ плотны в $\mathcal{H}$, то для каждой $f \in \mathcal{H}$ и

$j_j \in W^{2m-1-j}(0), 0 \leq j \leq 2m-1$, существует единственное с. р. $u \in E^m$ ЗК (1), (2), что

$$\|u\|_m^2 = c_0(m) \langle \|\mathfrak{S}\| \rangle_m^2, \mathfrak{S} = \{f, j_0, \dots, j_{2m-1}\} \in F^m, c_0(m) > 0, m = 1, 2, \dots \quad (5)$$

Доказательство. По теореме 1 из [2] для $\forall u \in D(\overline{L_{m,1}})$ имеем неравенства

$$\operatorname{ess\,sup}_{t_0 < t < t_1} \sum_{i=0}^{2m-1} \left| \frac{d^i u}{dt^i} \right|_{(2m-1-i)(t)}^2 \leq c_2 e^{c_3(t_1-t_0)} \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \left| \overline{L}_m(t)u \right|^2 dt + \sum_{j=0}^{2m-1} \left| \mathbf{1}_j u \right|_{(2m-1-j)(0)}^2 \right\}, c_2, c_3 > 0, \quad (6)$$

где $D(\overline{L_{m,1}})$ получаются из $D(\overline{L_m})$ заменой $]0, T[$ на $]t_0, t_1[$. По теореме 2 из [2] для $\forall f_1 = f \in L_2(I_0, H), \forall j_j \in W^{2m-1-j}(0) \exists$ с.р. $u_1 \in E_1^m$ уравнений $\overline{L_{m,1}}u = \mathfrak{S}_1 = \{f_1, j_0, \dots, j_{2m-1}\} \in F_1^m$, где нормы б. п. E_1^m и F_1^m определяются левой и правой частями (6). По теореме 1 из [2] для $\forall u \in D(\overline{L_{m,2}})$

$$\operatorname{ess\,sup}_{t_1 < t < t_2} \sum_{i=0}^{2m-1} \left| \frac{d^i u}{dt^i} \right|_{(2m-1-i)(t)}^2 \leq c_2 e^{c_3(t_2-t_1)} \left\{ \int_{t_1}^{t_2} \left| \overline{L}_m(t)u \right|^2 dt + \sum_{j=0}^{2m-1} \left| \frac{d^j u(t_1)}{dt^j} \right|_{(2m-1-j)(t_1+0)}^2 \right\}, \quad (7)$$

где $D(\overline{L_{m,2}})$ получаются из $D(\overline{L_m})$ заменой $]0, T[$ на $]t_1, t_2[$. По теореме 2 из [2] в силу (4) для

$\forall f_2 = f \in L_2(I_1, H), j_{j,2} = d^j u_1(t_1) / dt^j \in W^{2m-1-j}(t_1+0) \exists$ с.р. $u_2 \in E_2^m$ уравнений

$\overline{L_{m,2}}u = \mathfrak{S}_2 = \{f_2, j_{0,2}, \dots, j_{2m-1,2}\} \in F_2^m$, где нормы б. п. E_2^m и F_2^m определяются левой и правой

частями (7). Сложим (6) и (7), правую часть в (7) оценим сначала с помощью (4), а потом

правой частью из (6) и получим функцию $u_{1,2} \in E_{1,2}^m$, равную u_r на $I_{r-1}, r = 1, 2$, и

удовлетворяющую неравенствам

$$\operatorname{ess\,sup}_{t_0 < t < t_2} \sum_{i=0}^{2m-1} \left| \frac{d^i u}{dt^i} \right|_{(2m-1-i)(t)}^2 \leq c_2 (c_1 c_2 + 1) e^{c_3(t_2-t_0)} \left\{ \int_{t_0}^{t_2} \left| \overline{L}_m(t)u \right|^2 dt + \sum_{j=0}^{2m-1} \left| \mathbf{1}_j u \right|_{(2m-1-j)(0)}^2 \right\}. \quad (8)$$

Функция $u_{1,2}$ будет с.р. уравнений $\overline{L_{m,1,2}}u = \mathfrak{S}_{1,2} = \{f, j_0, \dots, j_{2m-1}\} \in F_{1,2}^m$, если $\exists u_{1,2}^{(n)} \in D(L_{m,1,2})$,

что $u_{1,2}^{(n)} \rightarrow u_{1,2}$ в $E_{1,2}^m$ и $L_{m,1,2} u_{1,2}^{(n)} \rightarrow \mathfrak{S}_{1,2}$ в $F_{1,2}^m$ при $n \rightarrow \infty$. Нормы б. п. $E_{1,2}^m$ и $F_{1,2}^m$

определяются левой и правой частями (8), а $D(L_{m,1,2})$ — из $D(L_m)$ заменой $]0, T[$ на $]t_0, t_2[$.

Используя V b), для $\forall u \in D(\overline{L_{m,1}})$ выводятся неравенства

$$\operatorname{ess\,sup}_{t_0 < t < t_1} \sum_{i=0}^{2m-1} \left| \frac{d^i u}{dt^i} \right|_{(2m-1-i)(t)}^2 \leq c_2 e^{c_3(t_1-t_0)} \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \left| \overline{L}_m(t)u \right|^2 dt + \sum_{j=0}^{2m-1} \left| \frac{d^j u(t_1)}{dt^j} \right|_{(2m-1-j)(t_1-0)}^2 \right\}. \quad (9)$$

Функция u_1 – единственное с. р. ЗК с обратным временем на $[t_0, t_1]$ для f_1 и $j_{j,1} = j_{j,2} \in W^{2m-1-j}(t_1 - 0)$. В силу $\overline{L_2(I_0, W^m(t))} = L_2(I_0, H) \ni f_1^{(n)} \in L_2(I_0, W^m(t))$, что $f_1^{(n)} \rightarrow f_1$ в $L_2(I_0, H)$, и в силу V а) $\exists j_{j,1}^{(n)} \in D(A_1^{3m/2}(t_1 - 0)) \cap D(A_1^{3m/2}(t_1 + 0))$, что $j_{j,1}^{(n)} \rightarrow j_{j,1}$ в $W^{2m-1-j}(t_1 - 0)$ при $n \rightarrow \infty$.

Т е о р е м а 2. Если выполняются I-IV, $dA^{-1}(t)/dt \in L_\infty(I_{r-1}, \mathcal{L}(H, W^{2m-1}(t)))$, $r = \overline{1, R+1}$, при $m > 1$ и $D(L_m)$ плотны в $\mathcal{H}_r$, то для каждой $f_r \in \mathcal{H}_r$ и $j_{j,r} \in W^{2m-1-j}(t_{r-1} + 0)$, $0 \leq j \leq 2m-1$, существует единственное с. р. $u \in E_r^m$ ЗК для уравнений (1) на I_{r-1} со свойствами $d^i u / dt^i \in \mathcal{H}_r^{2m-i}$, $0 \leq i \leq 2m$.

Пространства $\mathcal{H}_r^a$ и E_r^m получаются из пространств $\mathcal{H}^a$ и E^m заменой $]0, T[$ на $]t_r, t_{r+1}[$.

По этой теореме, которая вытекает из теоремы 4 в [3], ЗК с обратным временем на $[t_0, t_1]$ для $f_1^{(n)}$ и $j_{j,1}^{(n)}$ имеют с. р. $u_1^{(n)} \in D(L_{m,1})$, благодаря Vc). Из (9) видно, что $u_1^{(n)} \rightarrow u_1$ в E_1^m , когда $f_1^{(n)} \rightarrow f_1$ в $L_2(I_0, H)$ и $j_{j,1}^{(n)} \rightarrow j_{j,1}$ в $W^{2m-1-j}(t_1 - 0)$ при $n \rightarrow \infty$. По теореме 2 для $f_2^{(n)} \in L_2(I_1, W^m(t))$ и $j_{j,2}^{(n)} = j_{j,1}^{(n)}$ ЗК на $[t_1, t_2]$ имеют с.р. $u_2^{(n)} \in D(L_{m,2})$, благодаря Vc). Из (7) видно, что $u_2^{(n)} \rightarrow u_2$ в E_2^m , когда $f_2^{(n)} \rightarrow f_2$ в $L_2(I_1, H)$ и $j_{j,2}^{(n)} \rightarrow j_{j,2}$ в $W^{2m-1-j}(t_1 + 0)$ при $n \rightarrow \infty$. Пусть $u_{1,2}^{(n)} = u_r^{(n)}$ на I_{r-1} , $r = 1, 2$, так как из (8) следует, что $u_{1,2}^{(n)} \rightarrow u_{1,2}$ в $E_{1,2}^m$, когда $L_{m,1,2} u_{1,2}^{(n)} \rightarrow \mathfrak{S}_{1,2}$ в $F_{1,2}^m$ при $n \rightarrow \infty$.

По теоремам 1 и 2 из [2] для $f \in L_2(I_2, H)$ и $j_{j,3} = d^j u_2(t_2) / dt^j \in W^{2m-1-j}(t_2 + 0) \ni u_3 \in E_{1,3}^m$ — с.р. ЗК на $[t_2, t_3[$. Функция $u_{1,3}$, равная u_r на I_{r-1} , $r = 1, 2, 3$, будет с.р. на $[t_0, t_3[$, если $\exists u_{1,3}^{(n)} \in D(L_{m,1,3})$, что $u_{1,3}^{(n)} \rightarrow u_{1,3}$ в $E_{1,3}^m$ и $L_{m,1,3} u_{1,3}^{(n)} \rightarrow \mathfrak{S}_{1,3} = \{f, j_0, \dots, j_{2m-1}\}$ в $F_{1,3}^m$ при $n \rightarrow \infty$. Нормы б. п. $E_{1,3}^m$ и $F_{1,3}^m$ определяются левой и правой частями неравенств $(\forall u \in D(\overline{L_{m,1,3}}))$

$$\text{ess sup}_{t_0 < t < t_3} \sum_{i=0}^{2m-1} \left| \frac{d^i u}{dt^i} \right|_{(2m-1-i)(t)}^2 \leq c_2 (c_1 c_2 + 1)^2 e^{c_3(t_3 - t_0)} \left\{ \int_{t_0}^{t_3} \left| \overline{L}_m(t) u \right|^2 dt + \sum_{j=0}^{2m-1} \left| \mathbf{1}_j u \right|_{(2m-1-j)(0)}^2 \right\}, \quad (10)$$

а $D(L_{m,1,3})$ получаются из $D(L_m)$ заменой $]0, T[$ на $]t_0, t_3[$. Аналогично на $]t_1, t_3[\ni u_{2,3}^{(n)} \in D(L_{m,2,3})$, что $u_{2,3}^{(n)} \rightarrow u_{1,3}$ в $E_{2,3}^m$, $L_m(t) u_{2,3}^{(n)} \rightarrow f$ в $L_2([t_1, t_3[, H)$ и $d^j u_{2,3}^{(n)}(t_1) / dt^j \rightarrow d^j u_2(t_1) / dt^j$ в $W^{2m-1-j}(t_1 + 0)$ при $n \rightarrow \infty$, где $E_{2,3}^m, F_{2,3}^m$ и $D(L_{m,2,3})$ определяются аналогично $E_{1,2}^m, F_{1,2}^m$ и $D(L_{m,1,2})$. Тогда $u_{1,3}^{(n)} = q_n^- u_{1,2}^{(n)} + q_n^+ u_{2,3}^{(n)} \in D(L_{m,1,3})$ при всех больших n , где $q_n^-(t) + q_n^+(t) = 1$ для

$$\forall t \in R, \quad q_n^+(t) = n \int_R w(n(t-s)) c(s) ds, \quad w \in C^\infty(R), \quad w \geq 0, \quad w(t) = 0 \quad \text{при} \quad |t| > 1, \quad \int_i w(t) dt = 1,$$

$$c(t) = 0 \quad \text{при} \quad t < \bar{t} = t_1 + (t_2 - t_1)/2 \quad \text{и} \quad c(t) = 1 \quad \text{при} \quad t \geq \bar{t}.$$

Из оценок $|d^i q_n^+(t)/dt^i| \leq c_4 n^i$, $t \in R, i \leq 2m, c_4 \neq c_4(n), c_4 > 0$, при всех больших n

$$\int_{t_0}^{t_3} |L_m(t) u_{1,3}^{(n)} - f|^2 dt \leq 3 \int_{t_0}^{t_2} |L_m(t) u_{1,2}^{(n)} - f|^2 dt + 3 \int_{t_1}^{t_3} |L_m(t) u_{2,3}^{(n)} - f|^2 dt +$$

$$4c_4^2 c_5 n^{2m-1} \left(\|u_{1,2}^{(n)} - u_{1,3}\|_{E_{1,2}^m}^2 + \|u_{2,3}^{(n)} - u_{1,3}\|_{E_{2,3}^m}^2 \right), c_5 \neq c_5(n), c_5 > 0,$$

где $\|\cdot\|_{E_{1,2}^m}$ и $\|\cdot\|_{E_{2,3}^m}$ — нормы б. п. $E_{1,2}^m$ и $E_{2,3}^m$. Отсюда $L_m(t) u_{1,3}^{(n)} \rightarrow f$ в $L_2([t_0, t_3], H)$ и,

следовательно, из (10) $u_{1,3}^{(n)} \rightarrow u_{1,3}$ в $E_{1,3}^m$ при $n \rightarrow \infty$ и т. д. В итоге, для $\forall f \in \mathcal{H}$ и $\forall j_j \in$

$W^{2m-1-j}(0), 0 \leq j \leq 2m-1$, $\exists u \in E^m$ — с. р. 3К (1), (2), равное u_r на $I_{r-1}, r = \overline{1, r+1}$, удовлетворяющее неравенствам (5) при $c_0(m) = c_2(c_1 c_2 + 1)^R \exp(c_3 T)$.

З а м е ч а н и е. Методом продолжения по параметру утверждение теоремы 1 (возможно, с большими $c_0(m)$) распространяются на уравнения с младшими частями

$$L_m(t)u + \sum_{k=0}^{2m-1} B_k(t) \frac{d^k u}{dt^k} = f, \quad t \in]0, T[, \quad m = 1, 2, \dots,$$

если $B_k(t) \in L_\infty([0, T], \mathcal{L}(W^{2m-1-k}(t), H))$, $0 \leq k \leq 2m-1$.

Литература

1. Р а д ы н о Я. В., Ю р ч у к Н. И. // Дифференц. уравнения. 1976. Т. 12, № 2. С. 311-342.
2. Л о м о в ц е в Ф. Е. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1.
3. Л о м о в ц е в Ф. Е. // Дифференц уравнения. 1997. Т. 33, № 10. С. 1394-1403.
4. Л о м о в ц е в Ф. Е. // Докл. НАН Беларуси. 2001. Т. 45, № 3. С. 37-40.
5. Л о м о в ц е в Ф. Е. // Дифференц. уравнения. 1995. Т. 31, № 7. С. 1132-1141.
6. Л о м о в ц е в Ф. Е. // Понтрягинские чтения XII: Тез. Докл. Воронежской весенней математической школы. 2001. С. 102-103.

Белорусский государственный университет

Поступило 5.04.01 г.

Р Е З Ю М Е

Доказана корректная сильная разрешимость задач Коши для гиперболических факторизованных дифференциальных уравнений четных порядков с переменными областями определения негладких и разрывных операторных коэффициентов.