

«О ПРОГРАММЕ УЧЕБНОГО СЕМИНАРА ПО СТОХАСТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Егоров А.Д.

Институт математики НАН Беларуси, г. Минск

В предисловии к одной из первых книг по стохастическому анализу, в названии которой используется термин «стохастический анализ», вышедшей в русском переводе лет 25 тому назад, можно прочитать, что цель предлагаемой читателю книги состоит в том, чтобы познакомить с теорией стохастического исчисления специалистов по теории систем и радиоинженеров. Что удивляет более всего, когда раскрываешь эту предназначенную по замыслу автора для «прикладников» и вышедшую в серии «Applications of mathematics» книгу, так это то, что с позиций существующих в наши дни представлений книга доступна лишь выпуск-нику механико-математического факультета, и то лишь прошедшему соответствующую вероятностную специализацию.

Скорее всего, и в то время математическая подготовка круга лиц (не математиков), которым предназначалась эта книга, вряд ли соответствовала указанному уровню. Тем не менее, факт такого выбора круга читателей книги наверняка был не случайным. Предполагалось, что эффективное новое в теории должно осваиваться практикой вне зависимости от степени своей сложности. Конечно, реальность не всегда соответствовала этому требованию, и многие результаты абстрактной математики и сейчас вряд ли можно отнести к числу подручных средств у «прикладников». Однако мы затрагиваем здесь рассматриваемое явление в связи с тем, что в последние годы все чаще приходится сталкиваться с ситуацией, когда даже мысль о возможном повышении уровня математической сложности предмета лекции для инженерных и прикладных специальностей вызывает сомнение в своей целесообразности.

Последнее обстоятельство, как кажется, связано, прежде всего, с незаметно происходящей реструктуризацией учебного времени студента и даже рабочего времени исследователя в пользу «конкретной» работы, направленной на изготовление конечного продукта (часто связанной с программированием). Направленность усилий на предсказуемый результат, подкрепленная материальными стимулами, как правило, вызывает цепную реакцию действий, среди которых изучению нового как правило не находится места – хотя бы хватило времени на освоение того, что себя зарекомендовало или даже уже применяется. Тем не менее, очевидно, что постепенное введение в учебный процесс новых результатов теоретических исследований в области математики в силу ряда причин является неизбежным процессом.

Это обусловлено в том числе и необходимостью постоянной заботы о создании главных условий развития науки – поддержания высокого уровня исследований и формирования востребованности ее результатов. Таким образом, встает задача «внедрения» сложной теории в учебный процесс в условиях

упомянутой выше тенденции к упрощению. И по-видимому, главным инструментом в решении этой задачи может явиться в данной ситуации только совершенствование самой теории и способов ее изложения до уровня, порождающего эстетическую и эмоциональную потребность в ее изучении.

В данном докладе обсуждаются некоторые аспекты опыта чтения спецкурса и проведения семинарских занятий по стохастическому анализу в группах студентов, специализирующихся по прикладной математике на факультете прикладной математики и информатики БГУ. В настоящее время термин «стохастический анализ» не является однозначно определенным. Часто его используют в различных исследовательских группах для обозначения того факта, что предметом исследований являются случайные явления. Тем не менее, первоначально сам термин возник в связи с необходимостью обозначения области исследований, находящейся на стыке теории случайных процессов, функционального анализа и математической физики, – области, специфической особенностью которой фактически является широкое использование в комбинации с традиционными вероятностными подходами методов бесконечномерного анализа и функционального интегрирования.

Приведем для определенности вышесказанного лишь некоторые моменты истории становления стохастического анализа: описание броуновского движения интегралами Винера, теорема А.Н. Колмогорова о продолжении мер, формулировка квантовой механики на языке континуальных интегралов, установление связи пространств интегрируемых функционалов с пространством Фока и работы по евклидовой квантовой теории поля, кратные интегралы Ито, работы по преобразованию мер в функциональных пространствах, по представлению решений дифференциальных уравнений функциональными интегралами и математическими ожиданиями от решений стохастических уравнений, обобщенные случайные процессы, сравнительно недавнее исчисление вариаций, функциональные интегральные преобразования, обобщенные стохастические интегралы и хаотические разложения.

Методологическое объединение столь различных направлений исследований в математике и физике не только послужило мощным толчком к дальнейшему развитию этих направлений, но и привело в итоге к определенному психологическому скачку в сознании исследователей. Результатом этого скачка явилось принятие естественности использования в теории случайных процессов методов бесконечномерного анализа как обыденного инструмента исследователя, без какого-либо налета представлений об их «чрезмерной абстрактности». Конечно, этот в определенной мере идеальный для судьбы любой теории результат явился следствием длительного и интенсивного развития, но в то же время он отражает в себе типичное для процесса расширения знания требование к новым возникшим инструментам – служить в качестве удобных «подручных» средств.

В представленном докладе рассматривается вопрос о том, в каком направлении можно совершенствовать методику преподавания стохастического анализа, как дисциплины, имеющей высокий уровень абстракт-

ности, с тем, чтобы при существующих обстоятельствах она соответствовала указанному требованию. С подходом автора данного сообщения к изложению элементов анализа в линейных пространствах, лежащих в основе ряда основных конструкций стохастического анализа, можно ознакомиться в [1].

Литература

1. Егоров, А.Д. Введение в теорию и приложения функционального интегрирования / А.Д. Егоров, Е.П. Жидков, Ю.Ю. Лобанов. – М.: Физматлит, 2006.