

ОБ АВТОМОРФИЗМАХ СИЛЬНО РЕГУЛЯРНЫХ ГРАФОВ С ПАРАМЕТРАМИ (204,28,2,4) И (595,144,18,40)

А.А. Махнев, Д.В. Падучих¹,

¹Институт математики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Ковалевской 16, 620990 Екатеринбург, Россия
makhnev@imm.uran.ru, dpaduchikh@gmail.com

Мы рассматриваем неориентированные графы без петель и кратных ребер. Для вершины a графа Γ через $\Gamma_i(a)$ обозначим i -окрестность вершины a , то есть, подграф, индуцированный Γ на множестве всех вершин, находящихся на расстоянии i от a . Положим $[a] = \Gamma_1(a)$.

Если вершины u, w находятся на расстоянии i в Γ , то через $b_i(u, w)$ (через $c_i(u, w)$) обозначим число вершин в пересечении $\Gamma_{i+1}(u)$ ($\Gamma_{i-1}(u)$) с $[w]$. Граф Γ диаметра d называется *дистанционно регулярным с массивом пересечений* $\{b_0, b_1, \dots, b_{d-1}; c_1, \dots, c_d\}$, если значения $b_i(u, w)$ и $c_i(u, w)$ не зависят от выбора вершин u, w на расстоянии i в Γ для любого $i = 0, \dots, d$.

Дистанционно регулярный граф Γ с массивом пересечений $\{204, 175, 48, 1; 1, 12, 175, 204\}$ является $AT_4(4, 6, 5)$ -графом (см. [1]). Антиподальное частное $\bar{\Gamma}$ имеет параметры $(800, 204, 28, 60)$ и неглавные собственные значения $4, -36$, первая и вторая окрестности вершины в $\bar{\Gamma}$ сильно регулярны с параметрами $(204, 28, 2, 4)$ и $(595, 144, 18, 40)$, вторая окрестность вершины в Γ является дистанционно регулярным графом с массивом пересечений $\{144, 125, 32, 1; 1, 8, 125, 144\}$. В работе исследуются автоморфизмы сильно регулярных графов с параметрами $(204, 28, 2, 4)$ и $(595, 144, 18, 40)$.

Теорема 1. Пусть Γ является сильно регулярным графом с параметрами $(204, 28, 2, 4)$, $G = \text{Aut}(\Gamma)$, g — элемент из G простого порядка p и $\Omega = \text{Fix}(g)$. Тогда $\pi(G) \subseteq \{2, 3, 5, 7, 17\}$ и выполняется одно из следующих утверждений:

- (1) Ω — пустой граф, $p = 2, 3, 17$;
- (2) Ω является n -кликкой, либо $n = 1, p = 7$, либо $n = 4, p = 5$;
- (3) Ω является l -коккликой, $p = 2$ и $l = 8, 10, \dots, 34$;
- (4) Ω содержит геодезический 2-путь и либо
 - (i) $p = 3$, Ω — октаэдр, либо
 - (ii) $p = 2$, степени вершин в Ω равны $2, 4, \dots, 26$ и $|\Omega| = 4, 6, \dots, 34$.

Следствие. Сильно регулярный граф с параметрами $(204, 28, 2, 4)$ не является вершинно симметричным.

Теорема 2. Пусть Γ является сильно регулярным графом с параметрами $(595, 144, 18, 40)$, $G = \text{Aut}(\Gamma)$, g — элемент из G простого порядка p и $\Omega = \text{Fix}(g)$. Тогда $\pi(G) \subseteq \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$ и выполняется одно из следующих утверждений:

- (1) Ω — пустой граф, $p = 5, 7, 17$;
- (2) Ω является n -кликкой, либо $n = 1, p = 3$ или $p = 2$, либо $n = 5, p = 5$;
- (3) Ω является l -коккликой, $p = 2$ и $l = 5, 7, \dots, 91$;
- (4) Ω является объединением t изолированных 5-клик, $p = 5$, $\alpha_1(g) = 20t - 6l + 4$ и $l = 8, 10, \dots, 34$;
- (5) Ω содержит геодезический 2-путь и $p \leq 29$.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ (проект 14-11-00061).

Литература

1. Махнев А.А., Падучих Д.В. О сильно регулярных графах с собственным значением μ и их расширениях // Труды Института математики и механики. 2013. Т. 19. № 3. С. 207–214.