АЛГОРИТМ РАСПОЗНАВАНИЯ A_4-СТРУКТУРЫ ОДНОГО РАСШИРЕНИЯ ПОРОГОВЫХ ГРАФОВ

Ю.М. Метельский, В.А. Тимофеева

Белгосуниверситет, механико-математический факультет
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь
metelsky@bsu.by, varvara.timofeeva@gmail.com

В работе рассматриваются конечные неориентированные графы без петель и кратных ребер.

Определение 1. A_4-структурой графа G называется гиперграф, вершинами которого являются вершины графа G, а ребрами – все 4-элементные подмножества вершин, порождающие в G какой-либо из графов $2K_2$, C_4 или P_4.

Понятие A_4-структуры ввели Баррус и Вест [1]. Оно подсказано широко известным в теории совершенных графов понятием P_4-структуры, введенным В. Хваталом.

Исследование A_4-структур интересно в силу целого ряда соображений.

Во-первых, известно, что для ряда трудно вычислимых в общем случае параметров графа (таких как плотность, число независимости, хроматическое число и др.) в классе совершенных графов существуют полиномиальные алгоритмы их нахождения. Известно, что два графа с одинаковыми A_4-структурами либо оба совершенны, либо оба не совершенны. Тем самым, в любом классе графов, A_4-изоморфных графам из некоторого подкласса P совершенных графов, упомянутые выше параметры вычисляются за полиномиальное время. Особо стоит отметить, что класс графов, A_4-изоморфных графам из P, является расширением класса P.

Во-вторых, каждое ребро A_4-структуры графа порождает в этом графе подграф, допускающий операцию переключения. В результате применения этой операции степенная последовательность графа не меняется, хотя результат операции, вообще говоря, уже не изоморфен исходному графу. Один из центральных результатов теории степенных последовательностей утвержает, что графы с одинаковыми степенными последовательностями могут получены один из другого с помощью некоторой цепочки переключений. Таким образом, при исследовании A_4-структур могут быть установлены новые связи между A_4-структурой и степенной последовательностью графа.

Определение 2. Граф называется пороговым, если он не содержит порожденных подграфов, изоморфных $2K_2$, C_4 или P_4.

Известно, что граф является пороговым тогда и только тогда, когда он может быть получен из одновершинного графа последовательными добавлениями доминирующих и изолированных вершин.

Поскольку A_4-структура порогового графа не содержит ребер, представляется интересным изучение A_4-структуры ближайших расширений пороговых графов. Так, в [1] исследована A_4-структура расщепляемых графов.

В данной работе в качестве расширения пороговых графов рассмотрен класс $(1, \infty)$–простых графов.

Определение 3. Граф назовем $(1, \infty)$-простым, если его можно получить из одновершинного графа с помощью последовательных операций соединения с одновершинным графом и дизъюнктного объединения с полным графом.

Авторами разработан полиномиальный алгоритм распознования A_4-структуры $(1, \infty)$–простых графов.

Литература

1. Barrus M. D., West D. B. *The A_4-structure of a graph* // J. Graph Theory. 2012. V. 71. No. 2. P. 159–175.