О СВОЙСТВЕ РЕШЕТОЧНОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ π-РАЗРЕШИМЫХ ФИТТИНГОВЫХ ФУНКТОРОВ

Е.А. Витько

Витебский государственный университет имени П.М. Машерова
Московский пр-т 33, 210038 Витебск, Беларусь alenkavit@tut.by

В определениях и обозначениях мы следуем [1].

Все рассматриваемые в работе группы конечны.

Пусть $\mathfrak{X}$ — некоторый непустой класс Фиттинга. Отображение f, которое каждой группе $G \in \mathfrak{X}$ ставит в соответствие некоторое непустое множество ее подгрупп $f(G)$, называется [2] фиттинговым $\mathfrak{X}$-функтором, если выполняются следующие условия:

(i) если $\alpha : G \to \alpha(G)$ — изоморфизм, то $f(\alpha(G)) = \{\alpha(X) : X \in f(G)\}$;

(ii) если $N \trianglelefteq G$, то $f(N) = \{X \cap N : X \in f(G)\}$.

Фиттингов $\mathfrak{X}$-функтор называется:

1) π-разрешимым, если $\mathfrak{X} = \mathfrak{S}^\pi$ — класс всех π-разрешимых групп;

2) сопряженным, если для каждой группы $G \in \mathfrak{X}$ множество $f(G)$ есть класс сопряженных подгрупп группы G;

3) π-связанным, если каждая подгруппа $X \in f(G)$ является π-связанной подгруппой группы $G \in \mathfrak{X}$;

4) пронормальным, если каждая подгруппа $X \in f(G)$ является пронормальной в группе $G \in \mathfrak{X}$.

Фиттинговы π-разрешимые функторы f и g называются перестановочными, если $XY = YX$ для любых подгрупп $X \in f(G)$ и $Y \in g(G)$ таких, что существует холловская система группы G, которая редуцируется в X и в Y.

Пусть f — фиттингов $\mathfrak{X}$-функтор. Тогда $\mathrm{Char} f$ — множество всех простых чисел p, для которых существует группа $G \in \mathfrak{X}$ и подгруппа $X \in f(G)$ такие, что число p является делителем $|X|$. Множество $\mathrm{Char} f$ называется характеристикой функтора f.

Определение. Пусть $\{f_i : i \in I\}$ — множество пронормальных сопряженных попарно перестановочных π-разрешимых π-связанных фиттинговых функторов и $\mathrm{Char} f_i \cap \mathrm{Char} f_j = \emptyset$ для всех $i, j \in I$, если $i \neq j$. Определим операцию $\vee$ следующим образом: $(\vee_{i \in I} f_i)(G) = \{\prod_{i \in I} X_i : X_i \in f_i(G)$, существует холловская система группы G, которая редуцируется в подгруппу X_i для всех $i \in I\}$.

Пусть f — сопряженный фиттингов $\mathfrak{X}$-функтор. Тогда f^* — отображение, которое каждой группе $G \in \mathfrak{X}$ сопоставляет множество $\{\pi_1(T) : T \in f(G \times G)\}$, где π_1 — проекция подгруппы T на первую компоненту.

Теорема. *Пусть $\{f_i : i \in I\}$ — множество пронормальных сопряженных попарно перестановочных π-разрешимых π-связанных фиттинговых функторов, $\mathrm{Char} f_i \cap \mathrm{Char} f_j = \emptyset$ для всех $i, j \in I$, если $i \neq j$. Тогда $(\vee_{i \in I} f_i)^* = \vee_{i \in I} f_i^*$.*

Литература

1. Doerk K. *Finite Soluble Groups.* Berlin New York : Walter de Gruyter, 1992.

2. Витько Е. А., Воробьев Н. Т. *Фиттинговы функторы и радикалы конечных групп* // Сиб. матем. журнал. 2011. Т. 52. № 6. С. 1253–1263.