ПРИМЕНЕНИЕ J-ИНТЕГРАЛА К ВЫЧИСЛЕНИЮ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ О СТАЦИОНАРНО РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ ТРЕЩИНЕ В УПРОЧНЯЮЩЕМСЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОМ МАТЕРИАЛЕ

В. А. Нифагин, М. А. Гундина (Минск, Беларусь)

Рассмотрим стационарный режим распространения трещины, так что поля напряжений и деформаций не зависят явным образом от параметра нагружения. Случай упругопластичности отличает наличие начального этапа распространения трещины в условиях докритического роста. После инкубационного периода при докритических внешних нагрузках начинается медленный рост трещины. Трещина основную часть этого периода проходит со скоростью, близкой к постоянной. Это позволяет исследовать задачу в квазистатической постановке.

Ищется решение краевой задачи для нелинейно упрочняющегося упругопластического материала с конечной трещиной нормального отрыва в определяющих соотношениях неголономной теории течения относительно производных деформаций и напряжений по длине трещины при условиях плоской деформации и плосконапряженного состояния. Применяя вариант метода асимптотических разложений [1], редуцируем краевую задачу к рекуррентной последовательности граничных задач для дифференциальных операторов четвертого порядка, решение которых предполагает отыскание собственных значений наряду с функциями. При этом начальная нетривиальная асимптотика порождает нелинейную однородную граничную задачу, число граничных условий которой равно пяти, что превышает порядок дифференциального уравнения. Найдем собственное значение задачи из условия конечности интегрального энергетического инварианта [2].

J-интеграл для описанной задачи представляется в виде:

$J = \int_\Gamma ((U_0 + \frac{1}{2}\rho \cdot \overset{\circ}{l} \cdot u_{i,x_1} u_{i,x_1})n_1 - \sigma_{ij} n_j u_{i,x_1}) d\varsigma$, здесь $u_{i,x_1} = \frac{\partial u_i}{\partial x_1}$, $\overset{\circ}{l}$ – скорость распространения трещины. Заметим, что J-интеграл не зависит от выбора Г.

При продвижении трещины на величину Δl, конфигурация контура у вершины трещины не меняется. В результате изменения длины трещины на Δl изменяется потенциальная энергия и $J = -\frac{d}{dl}\Pi$. J-интеграл в этом случае представляет собой скорость уменьшения энергии при любом выборе кривой.

Рассматривая интеграл по замкнутому контуру, окаймляющем вершину трещины, получим уравнение для нахождения λ_0. Для стали 12Х18Н9Т найдены следующие значения для λ_0. Для случая плоской деформации $\lambda_0 = 1,668$, для случая плоского напряженного состояния $\lambda_0 = 1,762$, эти значения близки к тем, которые найдены при численном решении задачи.

Литература

1. *V.Nifagin, M.Hundzina Quasistatic stationary growth of elastoplastical single crack // Int. J. of Eng., Business and Enterprise App. – 2014.– Issue 10.P. 6-12.*

2. *Rice J.R. A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks//Trans.ASME.J.Appl.Mech.1968.35.P.379.*