

Министерство образования Республики Беларусь  
Государственное учреждение образования  
"Республиканский институт высшей школы"

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра  
образования Республики Беларусь

  
А.И. Жук

Регистрационный № 72 / тин.

№ ТФ - в. 121 / тин.

## ОСНОВЫ ВЕКТОРНОГО И ТЕНЗОРНОГО АНАЛИЗА

Учебная программа для специальности 1-31 04 01 «Физика»

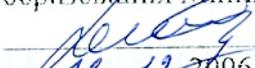
СОГЛАСОВАНО

Председатель Учебно-методического объединения вузов  
Республики Беларусь по естественнонаучному образованию

  
В.В. Самохвал

04. 12. 2006

Начальник управления высшего и среднего специального  
образования Министерства образования Республики Беларусь

  
Ю.И. Миксюк

12. 12. 2006

Первый проректор Государственного учреждения образования  
"Республиканский институт высшей школы"

  
В.И. Дымч

11. 12. 2006

Эксперт

  
С.М. Артемьева

08. 12. 2006

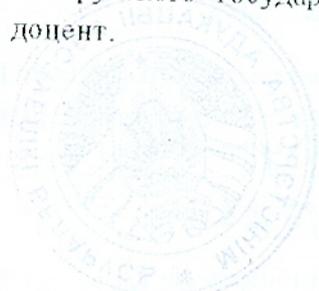
МИНСК

2006

### Составители:

**Н.Г. Абрашнина-Жадаева** – заведующая кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Л.Л. Березкина** – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.



### Рецензенты:

*Кафедра* математического анализа Учреждения образования "Белорусский государственный педагогический университет им. М.Танка";

**А.А. Пекарский** – профессор кафедры высшей математики Учреждения образования "Белорусский государственный технологический университет", доктор физико-математических наук, профессор;

**С.С. Белявский** – заведующий кафедрой высшей математики и информатики Учреждения образования "Институт современных знаний им. А.М.Широкова", кандидат физико-математических наук, профессор.

Рекомендована  
к утверждению в качестве типовой.

Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета (протокол № 7 от 6 марта 2006 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 26 октября 2006 г.);

Научно-методической секцией по специальности 1-31 04 01 «Физика» (протокол № 1 от 21 октября 2006 г.);

Президиумом Совета Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 1 от 08.11.2006 г.)

Ответственный за редакцию: **Н.Г. Абрашнина-Жадаева**

Ответственный за выпуск: **Е.М. Машук**

## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Основы векторного и тензорного анализа» развивает у студентов практические навыки, необходимые в дальнейшем для ознакомления с новейшими достижениями науки. Дисциплина даст студентам знания и методы, которые используются в других математических дисциплинах, в общей и теоретической физике, а также при изучении специальных дисциплин.

Программа курса рассчитана на 72 аудиторных часов (лекции – 34 часа, практические занятия – 34 часа и 4 часа для контроля самостоятельной работы студентов).

По дисциплине предусмотрены 2 контрольные работы и один коллоквиум.

По каждому разделу лекционного курса предусмотрены практические занятия.

Программа составлена на основе учебных планов и учитывает многолетний опыт преподавания курса «Основы векторного и тензорного анализа» на физическом факультете Белорусского государственного университета.

Изложение основных тем программы определяется характером вуза и наличием соответствующих технических средств обучения.

## II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

### а) ПРОГРАММА ЛЕКЦИОННОГО КУРСА

#### ЭЛЕМЕНТЫ ТЕНЗОРНОЙ АЛГЕБРЫ

Сопряженные линейные пространства. Взаимные базисы. Общее определение тензора. Алгебраические операции над тензорами. Прямой и обратный тензорные признаки. Линейное пространство тензоров. Полилинейные формы и их связь с тензорами. Метрический тензор в евклидовом пространстве. Ковариантные и контравариантные координаты векторов. Операции поднятия и опускания индексов. Определение ортогонального тензора. Определение и примеры тензорных полей. Теорема Остроградского-Гаусса для тензорных полей второго ранга. Символ Леви-Чевита и его свойства. Операции векторной алгебры в тензорных обозначениях.

#### ЭЛЕМЕНТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Предел, непрерывность, дифференцируемость векторных функций скалярного аргумента. Формула Тейлора и интегрирование. Кривые в трехмерном пространстве, их параметризация. Сопровождающий трехгранник кривой. Формулы Френе. Кривизна и кручение. Поверхности в трехмерном пространстве. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая и вторая квадратичные формы и их применение. Площадь поверхности.

#### КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Криволинейные интегралы I и II рода и их приложения. Формула Грина. Независимость криволинейных интегралов II рода от пути интегрирования.

#### ПОВЕРХНОСТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Поверхностные интегралы I и II рода и их приложения для решения геометрических и физических задач. Теоремы Остроградского-Гаусса и Стокса.

#### ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Предел, непрерывность, дифференцируемость скалярного и векторного полей. Градиент, производная по направлению, поверхности уровня скалярного поля. Силовые линии, дивергенция, ротор векторного поля. Оператор Гамильтона и его свойства. Дифференциальные операции второго порядка. Поток векторного поля через поверхность. Теорема Остроградского-Гаусса в векторной форме. Инвариантное определение дивергенции векторного поля и градиента скалярного поля. Циркуляция векторного поля. Теорема Стокса в векторной форме. Потенциальные векторные поля. Критерий потенциальности и нахождение потенциала.

Инвариантное определение ротора векторного поля. Соленоидальные векторные поля. Критерий соленоидальности и нахождение векторного потенциала.

#### **КРИВОЛИНЕЙНЫЕ КООРДИНАТЫ В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

Криволинейные ортогональные системы координат. Выражение элементов длины дуги для координатных кривых, элементов площадей для координатных поверхностей и элемента объема через коэффициенты Ламе. Основные дифференциальные операции теории поля в ортогональных криволинейных координатах.

#### **б) РЕКОМЕНДУЕМЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

1. Элементы тензорной алгебры.
2. Элементы дифференциальной геометрии.
3. Криволинейные интегралы.
4. Поверхностные интегралы.
5. Элементы теории поля.
6. Криволинейные координаты в трехмерном пространстве.

#### **в) РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ТЕМЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

1. Вторая квадратичная форма.
2. Кривизна нормального сечения. Главные кривизны.
3. Символ Кристоффеля. Определение ковариантной производной.

#### **г) РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ТЕМЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ И КОЛЛОКВИУМОВ**

1. Элементы дифференциальной геометрии. Криволинейные интегралы.
2. Поверхностные интегралы. Элементы теории поля.
3. Криволинейные координаты в трехмерном пространстве. Элементы тензорной алгебры (коллоквиум по теоретическому материалу).

### **III. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

#### **Основная литература**

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч. 2. М., Наука, 1980.
2. Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. М., Наука, 1965.
3. Мак-Коннел А.Дж. Введение в тензорный анализ с приложениями к геометрии, механике и физике. М., Физматгиз, 1963.
4. Шикан Е.В. Линейные пространства и отображения. М., МГУ, 1987.

5. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М., Наука, 1987.
6. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М., Наука, 1990.
7. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Векторный анализ. М., Наука, 1978.

#### Дополнительная литература

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Ч. 2. М., Наука, 1981.
2. Акивис М.А., Гольдберг В.В. Тензорное исчисление. М., Наука, 1972.