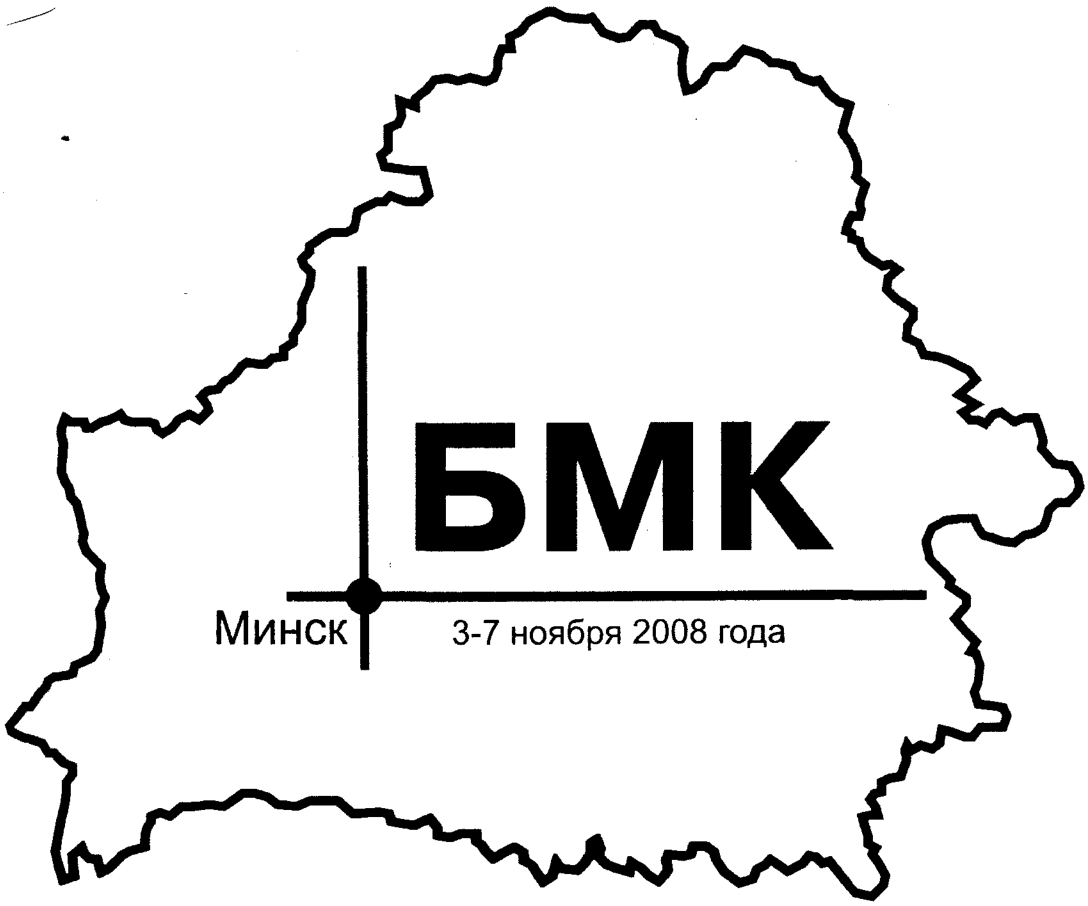
ГРАНТ БРФФИ



Международная научная конференция «X Белорусская математическая конференция»

Тезисы докладов

Часть 2

3 – 7 ноября 2008 года
Минск, Беларусь

Данные задачи решаются с помощью рекуррентных соотношений для напряжений и перемещений, найденных на основе специальных представлений функций нескольких комплексных переменных. Возникающая пространственная задача сопряжения редуцируется к связанным плоским задачам по проекциям пространственного сечения на координатные плоскости. Решения плоских задач сопряжения позволяют восстановить решение внутри трехмерной области.

На основе полученных представлений решена задача о шаровом концентраторе напряжений в упругопластическом пространстве, при равномерном внешнем нагружении. На ее основе с использованием конформного отображения шара на эллипсоид решена задача о напряженно- деформированном состоянии в окрестности эллипсоидной полости. Проведен многопараметрический анализ состояния среды в окрестности полости. Сделаны выводы о перераспределении напряжений в непосредственной окрестности полости за счет более полного учета упругопластических свойств, в сравнении с нелинейной упругостью и деформационной пластичностью. Коэффициенты концентрации напряжений уменьшается пропорционально кривизне граничной кривой.

Литература

1. *Богашов Ф.А.* О представлении пространственных задач теории упругости в функциях комплексных переменных // Прикл. проб. прочн. и пластич. ГГУ, 1989. Вып. 41. С. 110–118.

2. *Нифагин В.А.* Методы функций многих комплексных переменных в пространственных задачах математической теории пластичности. Мн.: БНТУ, 2008. 191 с.

ОБ ОПИСАНИИ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В ТЕРМИНАХ ФУНКЦИЙ ГИПЕРКОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Н.Я. Радыно

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

mir@bsu.by

Предлагается форма уравнений движения механической системы с n степенями свободы. Указанная форма использует функции гиперкомплексного переменного.

Утверждается [1, 2], что систему дифференциальных уравнений, описывающих движение механической системы можно преобразовать таким образом, что решение, вновь полученной системы, будет эквивалентно решению одного дифференциального уравнения вида $dq = f(q)g(t)\,dt$, где q является гиперкомплексной переменной и характеризует состояние механической системы.

Теорема 1. *Движение механической системы с n степенями свободы можно описать с помощью дифференциального уравнения $dq = f(q)g(t)dt$, q — гиперкомплексная переменная, характеризующая систему (состояние системы), t — время, f — функция гиперкомплексного переменного, g — функция времени.*

Вся информация о движении системы содержится в переменной z и в функциях $f(z)$, $g(t)$. Во многих задачах $f(z) = az$, а вид $g(t)$ зависит от потенциальной энергии системы и начальных условий, поэтому при решении задач используются аналоги формулы Эйлера и формулы логарифма гиперкомплексных чисел.

Так, одномерное движение свободной частицы может быть описано следующим образом: $dz = \varepsilon z dt$, $z(0) = \xi_1 + \varepsilon\xi_0$, z — дуальное число. Решение этой задачи: $\ln z - \ln z(0) = \varepsilon t$. Здесь $\ln z$ — логарифм дуального числа.

Падение тела — задача Галилея, описывается при помощи уравнения: $dz = (\varepsilon z + g)dt$, $z(0) = \xi_1 + \varepsilon\xi_0$, $g \in \mathbb{R}$.

Малые колебания плоского маятника: $dz = i\omega_* z dt$, $z(0) = \xi_1 + i\omega_*\xi_0$, $\omega_* = \sqrt{g/l}$, z — комплексная переменная. Решение задачи: $\ln z - \ln z(0) = i\omega_* t$.

Движение нелинейного маятника: $dz = i\omega_* \operatorname{dn}\left(\omega_* t, \frac{\xi_1}{2\omega_*}\right) z\,dt$, $z(0) = \xi_1$.

Движение тела, брошенного под углом α к горизонту: $dq = \{(2\boldsymbol{i} + \boldsymbol{k})q - g\}dt$, $q = q_0 + q_1\boldsymbol{i} + q_2\boldsymbol{j} + q_3\boldsymbol{k}$, q — дуальная паракомплексная переменная. Начальное состояние: $q(0) = -\frac{2}{3} v_0 \cos\alpha + v_0 \sin\alpha + \frac{1}{3} v_0 \cos\alpha\, \boldsymbol{j}$, $g \in \mathbb{R}$. Правило умножения мнимых единиц дуальных паракомплексных чисел: $\boldsymbol{i}^2 = 0$, $\boldsymbol{j}^2 = 1$, $\boldsymbol{k}^2 = 0$, $\boldsymbol{ij} = \boldsymbol{ji} = \boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{ik} = \boldsymbol{ki} = 0$, $\boldsymbol{jk} = \boldsymbol{kj} = \boldsymbol{i}$.

Малые колебания сферического маятника: $dq = -\boldsymbol{i}qdt$, $q(0) = \xi$, q — кватернион. Решение этого уравнения есть $\ln q - \ln\xi = -\boldsymbol{i}t$ или $q(t) = e^{-\boldsymbol{i}t}\xi$. Здесь $\ln q$ — логарифм кватерниона q.

Задача Кеплера:

$$dq = -\boldsymbol{i}q\frac{\dot{E}(t)}{2}dt, \quad q(0) = \sqrt{A} + \frac{v_0}{2\sqrt{A}}\boldsymbol{k},$$

q — кватернион. Зависимость $E = E(t)$ — функция Кеплера, которая определяется из уравнения Кеплера $E - e\sin E = nt$. Решение дифференциального уравнения —

$$q(t) = e^{-\boldsymbol{i}E(t)/2}\left(\sqrt{A} + \frac{v_0}{2\sqrt{A}}\boldsymbol{k}\right).$$

Литература

1. *Радыно Н.Я.* О функциях гиперкомплексного переменного и их применении к описанию движения // Труды XII Международной научной конференции по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ — 2007), Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2007. С. 133–140.

2. *Радыно Н.Я.* О функциях гиперкомплексного переменного и их применении к интегрированию систем дифференциальных уравнений в замкнутом виде // Вестник БГУ. Сер. 1. 2008. № 1. С. 83–88.

РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

В.С. Романчик

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
romanchik@bsu.by

Под прямой спектральной задачей понимается расчет спектральных характеристик колебательного процесса при заданных параметрах, входящих в уравнение колебаний. Под обратными задачами понимают задачи, в которых на основании экспериментальных данных восстанавливаются значения параметров задачи. Наибольшую известность в этом направлении получили обратные задачи Штурма-Лиувилля, в которых задача однозначно определяется по двум полным спектрам для двух видов граничных условий. Экспериментальное определение полных спектров является затруднительным. Обычно известными являются несколько собственных частот колебаний, а неизвестно местоположение некоторого "дефекта" колебательной системы. Указанный дефект характеризует неоднородность этой системы.

Одна из рассматриваемых в докладе задач моделируется задачей колебания неоднородных стержней. Последняя рассматривается в формулировке МКЭ, близкой по форме к разностной задаче для соответствующих ОДУ. К достоинствам МКЭ относится возможность простого распространения, не сложные неоднородные системы, в том числе для двумерного и трехмерного случаев.