

## НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ МАТЕРИАЛОВ С ГРАДИЕНТНОЙ СТРУКТУРОЙ

В.Д. Сарычев, С.А. Невский, В.Е. Громов  
 Сибирский государственный индустриальный университет,  
 ул. Кирова, 42, Новокузнецк, 654007, Россия,  
 sarychev\_vd@mail.ru, nevskiy\_sa@physics.sibsiu.ru, gromov@physics.sibsiu.ru

Проведен анализ напряженно-деформированного состояния материалов с упрочненным слоем, полученным при воздействии концентрированных потоков энергии, с использованием матричных алгоритмов теории упругости при контактном нагружении. Получены зависимости нормальных и касательных напряжений от продольных размеров образца в переходной зоне между упрочненным слоем и матрицей. Установлено, что по мере увеличения жесткости слоя происходит увеличение максимальных значений нормальных и касательных напряжений.

### Введение

В последнее время предложено большое число методов и способов упрочнения поверхности. Среди их многообразия можно выделить различные способы электровзрывного легирования и нанесения покрытий [1, 2], электронно-пучковую обработку [3, 4] и др. Эти методы приводят к формированию градиентной наноразмерной структуры и, соответственно, повышению механических свойств. Так, в работе [5] показано, что электронно-пучковая обработка приводит к увеличению усталостного ресурса рельсовой стали в 2.5 раза. Причина этого увеличения заключается в формировании игольчатого профиля границы раздела между зоной оплавления и термического влияния, которая приводит к диспергированию концентраторов напряжений, а также в формировании наноразмерного мартенсита. В работе [2] установлено, что нанесение покрытий на различные материалы электровзрывным методом приводит к увеличению их износостойкости и стойкости к электрической эрозии.

Исследование влияния электронных пучков на структуру и механические свойства литейных алюминиевых сплавов [6] показало, что они приводят к измельчению пластин кремния и, соответственно, повышению микротвердости поверхностных слоев. Отметим также, что градиентная структура может образовываться в ходе длительной эксплуатации, например, рельсов [7, 8]. В работе [9] показано, что воздействие электростатических полей на металл также приводит к упрочнению поверхности и повышению предела текучести. В [10] показано, что эти поля увеличивают скорость релаксации напряжений.

Таким образом, важным достижением технологии поверхностного упрочнения является создание твердого и износостойкого поверхностного слоя в сочетании с мягкой пластичной матрицей, способной перераспределять внешние напряжения изделий, работающих в тяжело нагруженных условиях, и значительно продлевать срок их службы. Однако в некоторых случаях указанная градиентная структура может приводить к разупрочнению и аварийным ситуациям, требующего отдельного детального изучения. Поэтому возникает необходимость разработки теоретических моделей поведения материала с упрочненным слоем при внешних механических воздействиях, но их создание находится в стадии развития. В

этом направлении интенсивно развиваются градиентная теория упругости [11, 12], физическая мезомеханика [13]. Градиентная теория упругости основывается на введении в закон Гука дополнительных членов [12], однако константы, стоящие при них, чаще всего являются подгоночными и не имеют явного физического смысла. Отметим также работы [14-16] по контактными задачам теории упругости неоднородных сред, в которых излагается асимптотические методы решения таких задач, позволяющие получать решения для тонких и толстых относительно мягких слоев. Особенностью этих задач является приближенное удовлетворение условиям равновесия внутри слоя и точное удовлетворение смешанным граничным условиям. Решение таких задач сводится к интегральным уравнениям, требующим развития специфических методов решения, на которые в основном направлены усилия исследователей. При этом расчеты зависимостей полей напряжений в расчетной области носят иллюстративный характер, и нет анализа особенностей их распределений, а основной упор делается на расчетах ширины и глубины зоны контакта и характера распределений контактных напряжений.

В этой связи целью настоящей работы является описание механического поведения материалов с упрочненными слоями в условиях контактного нагружения. Для этого воспользуемся подходом, предложенным в [17] и развитым в работах [18, 19]. Согласно этому подходу, связь между граничными величинами напряжений и смещений в слоях осуществляется с помощью матриц перехода.

### Постановка задачи

Рассмотрим краевую задачу о равновесии упругого слоя толщиной  $2h$ , находящегося в условиях плоской деформации. Пусть нормальное сечение слоя будет полоса, занимающая область  $-\infty < x < \infty$ ,  $-h \leq y \leq h$ . При решении подобных задач может быть использовано интегральное преобразование Фурье по переменной, пробегаящей бесконечный интервал (в данном случае по  $x$ ). Уравнения движения в перемещениях (уравнения Ламе) имеют вид [16]:

$$\Delta u + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\Delta v + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0$$

где  $\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ ;  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ . Запишем выра-

жения для деформации и напряжений:  $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$ ;

$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$ ;  $\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$ . Обобщенный закон Гука

имеет вид:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2G}{1-2\nu} [(1-\nu)\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y] \\ \sigma_y &= \frac{2G}{1-2\nu} [(1-\nu)\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x] \\ \tau &= G\gamma_{xy} \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $u$  и  $v$  – перемещения соответственно по осям  $x$  и  $y$ ,  $G$  – модуль сдвига,  $\nu$  – коэффициент Пуассона. Будем считать, что на границах полосы  $y = \pm h$  заданы усилия, тогда граничные условия принимают вид:

$$\begin{aligned} \sigma_y(x, h) = \sigma_1(x), \sigma_y(x, -h) = \sigma_2(x), \\ \tau(x, h) = \tau_1(x), \tau(x, -h) = \tau_2(x). \end{aligned} \quad (3)$$

### Система уравнений для образов Фурье

Применяя к (1) и (2) преобразование Фурье по координате  $x$ , получим:

$$\begin{aligned} (1-2\nu)U'' - 2(1-\nu)\alpha^2 U - i\alpha V' &= 0 \\ 2(1-\nu)V'' - (1-2\nu)\alpha^2 V - i\alpha U' &= 0 \\ \sum_y &= \frac{2G}{(1-2\nu)} [(1-\nu)V' - i\nu\alpha U] \\ T &= G(U' - i\alpha V) \end{aligned} \quad (4)$$

где  $U$ ,  $V$ ,  $\sum_x$ ,  $\sum_y$ ,  $T$  – образы Фурье смещений и напряжений соответственно. Решение этой системы для первого и второго слоев приводит к системе линейных алгебраических уравнений, которая в матричной форме имеет вид:

$$f_n = G_n \cdot f_{n+1} \quad (5)$$

где  $G_n$  матрица перехода между слоями,

$$f_n = \begin{bmatrix} U_n \\ V_n \\ \sum_n \\ T_n \end{bmatrix}, \quad f_{n+1} = \begin{bmatrix} U_{n+1} \\ V_{n+1} \\ \sum_{n+1} \\ T_{n+1} \end{bmatrix}.$$

### Расчет напряженно-деформированного состояния при контактом нагружении

Применим аппарат матриц перехода к решению задачи распределения напряжений в материале на границе упрочненный слой/подложка. Считаем, что величина прогиба зависит от действующей нагрузки, то есть реализуются условия Винклера. В этом случае смещения  $V$  при  $y=0$  пропорциональны  $\sigma_y$ :

$$V(0, x) = k_v \sigma_y(0, x) \quad (10)$$

где  $k$  – константа Винклера. При реализации этих условий, как правило, касательные напряжения отсутствуют, т.е.  $\sigma_{xy}(0, x) = 0$ . Будем считать, что

толщина первого слоя много меньше толщины второго слоя, тогда поставленная задача сводится к задаче на полубесконечном основании. Результаты расчета представлены на рисунках 1 и 2.

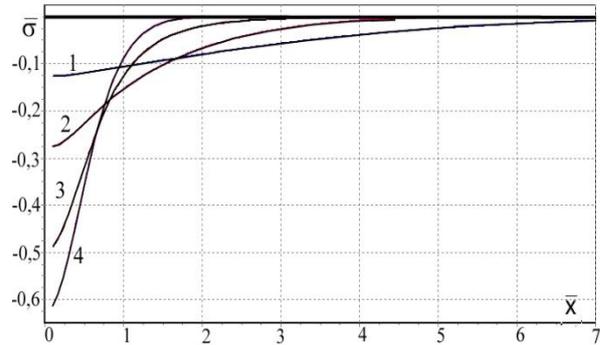


Рис. 1. Распределение безразмерных нормальных напряжений вдоль линии раздела сред в зависимости от безразмерной продольной координаты.

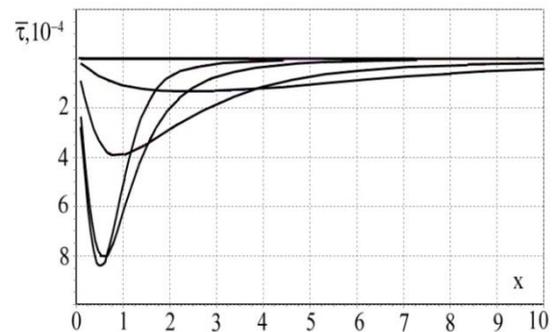


Рис. 2. Распределение безразмерных касательных напряжений вдоль линии раздела сред в зависимости от безразмерной продольной координаты.

Из представленных данных следует, что наибольшие по модулю нормальные напряжения достигают на оси симметрии и по мере уменьшения жесткости слоя, т.е. уменьшения  $B$ , увеличиваются для всех значений  $s$ . Более жесткие слои не приводят к резким пикам напряжений (кривые 1, 2 на рис. 1) и нагрузка распределяется по большей площади и меньшим значением в центре. В этом случае проявляется благоприятная роль более жесткого поверхностного слоя как распределителя нормальных сжимающих напряжений, уменьшающих их максимум. Анализ касательных напряжений (рис. 2) показывает, что при всех параметрах ширины нагрузки имеет место максимум модуля касательного напряжения. Он достигает наибольшего значения для  $B=1$  (рис. 2, табл. 1). При дальнейшем увеличении параметра  $s$  он перестает быть ярко выраженным и меняет свое положение относительно кривых, соответствующих другим параметрам  $B$ . Возникновение этого эффекта обусловлено наличием острых пиков касательных напряжений. При дальнейшем увеличении параметра  $s$  пик становится пологим, эффект пробки исчезает, а значение максимума принимает промежуточное положение между  $B > 1$  и  $B < 1$ . В отличие от распределения нормальных напряжений распределения касательных напряжений ведут себя сложным образом, меняя

своё положение друг относительно друга в зависимости от параметров  $c$  и  $B$ , меняя тем самым свою ведущую роль в напряженном состоянии. Следовательно, можно сделать вывод, что при малой ширине нагрузки в материале выгодно создавать градиентную структуру с жестким верхним слоем, при этом однородный слой может оказаться неблагоприятным.

Таблица 1. Максимальные значения касательных напряжений в зоне сопряжения слоев.

$c/B$	Касательное напряжение			
	100	10	1	0,01
0.1	-0.0007	-0.0002	-0.0004	-0.00042
1	-0.0067	-0.0165	-0.0248	-0.0214
2	-0.025	-0.0490	-0.052	-0.0369
5	-0.112	-0.130	-0.0882	-0.051
7	-0.169	-0.168	-0.0984	-0.0535
10	-0.249	-0.214	-0.107	-0.051

### Список литературы

1. Granovskii A.Yu., Sarychev V.D., Gromov V.E. // Technical Physics. 2013. V. 58. № 10. P. 1544.
2. Budovskikh E.A., Gromov V.E., Romanov D.A. // Doklady Physics - 2013. - Volume 58. - Issue 3. - P. 82.
3. Иванов Ю.Ф., Громов В.Е., Гришунин В.А., Тересов А.Д., Коновалов С.В. // Физическая мезомеханика. 2013. Т. 16. № 2. С. 47.
4. Углов В.В., Коваль Н.Н., Иванов Ю.Ф., Петухов Ю.А., Калинин А.В., Тересов А.Д. // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2013. № 3. С. 57.
5. Grishunin V.A., Gromov V.E., Ivanov Yu.F., Teresov A.D., Kononov S.V. // Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques. 2013. V. 7. № 5. P. 990-995.
6. Черенда Н.Н., Иванов Ю.Ф., Бибик Н.В., Углов В.В., Петрикова Е.А., Асташинский В.М., Кузьмицкий А.М.

// Известия высших учебных заведений. Порошковая металлургия и функциональные покрытия. 2013. № 4. С. 50.

7. Lojkowski W., Millman Y., Chugunova S.I., Goncharova I.V., Djahanbakhsh M., Burkle G., Fecht H.-J. // Materials Science and Engineering. A. 2001. V. 303. P. 209.
8. Mohammadzadeh S., Sharavi M., Keshavarzian H. // Engineering Failure Analysis. 2013. V. 29. P. 132.
9. Троицкий О.А., Баранов Ю.В., Авраамов Ю.С., Шляпин А.Д. Физические основы и технологии обработки современных материалов (теория, технология, структура и свойства): в 2 т. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. Т. 1. 590 с.
10. Nevskii S.A., Kononov S.V., Gromov V.E. // Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics. 2011. V. 56. № 6. P. 877-880.
11. Samuel Forest, Elias C. Aifantis. // International Journal of Solids and Structures. 2010. V. 47. P. 3367.
12. Zhang N.H., Meng W.L., Aifantis E.C. // Composite Structures. 2011. V. 93. P. 3130.
13. Panin V.E., Moiseenko D.D., Panin S.V., Maksimov P.V., Goryacheva I.G., Cheng C.H. // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2014. V. 55. № 2, P. 318.
14. Александров В.М., Пожарский Д.А. Неклассические пространственные задачи механики контактных взаимодействий упругих тел. М.: Факториал, 1998. 288 с.
15. Александров В.М., Чебаков М.И. Аналитические методы в контактных задачах теории упругости. М.: Физматлит, 2004. 304 с.
16. Александров В.М., Мхитарян С.М. Контактные задачи с тонкими покрытиями и прослойками. М.: Наука. Главная ред. ф.-м. лит.-ры, 1987. 488 с.
17. Шевляков Ю.А. Матричные алгоритмы в теории упругости неоднородных сред. Киев: Одесса: Вища школа, 1977. 216 с.
18. Молотков Л.А. Матричный метод в теории распространения волн в слоистых упругих и жидких средах. М.: Наука, 1984. 204 с.
19. Сарычев В.Д., Бердышев В.А., Петров В.И. // Изв. вузов. Черная металлургия. 1998. № 4. С. 17-20.

## THE STRESS-STRAIN STATE OF THE MATERIAL WITH GRADIENT STRUCTURE

V.D. Sarychev, S.A. Nevskii, V.E. Gromov

Siberian State University of Industry,

Kirov Street 42, Novokuznetsk, 654007, Russia

sarychev\_vd@mail.ru, nevskiy\_sa@physics.sibsiu.ru, gromov@physics.sibsiu.ru

The analysis of the stress-strain state of a material with a hardened layer obtained when exposed to concentrated energy fluxes using matrix algorithms, theory of elasticity by contact loading. The dependences of the normal and tangential stresses from the longitudinal dimensions of the sample in the transition zone between the hardened layer and the matrix. It was found that increasing the stiffness of the layer increases the maximum values of normal and tangential stresses.