КНИГА КНИГОЙ, НО И САМ МОЗГАМИ ДВИГАЙ*

Амелькин В.В., Тимохович В.Л.

Белорусский государственный университет, г. Минск

В своё время нам удалось познакомиться с учебником по математике для Российского императорского училища. Оказалось, что будущие артиллеристы того времени могли решать задачи, которые не под силу многим нынешним студентам математических и физических специальностей университетов. Коллега, который обратил наше внимание на упомянутый учебник, пояснил эту ситуацию очень просто: «У них же за плечами была гимназия».

Вспомним и уровень школьного образования, сформировавшегося к концу 50-х и началу 60-х годов прошлого века. Ученики тех лет неплохо ориентировались в началах комбинаторики, достаточно свободно обращались с комплексными числами (алгебраические операции, формула Муавра и т. п.). Любая формула, алгебраическая или тригонометрическая, не мыслилась без вывода, а теорема – без доказательства. Во время же учебы в вузах студенты первых курсов не испытывали никаких особых «проблем адаптации». Сложившаяся в школе привычность к строгой логике рассуждений и необходимости доказательства любого утверждения позволяла с самых первых дней занятий быстро вливаться в процесс учёбы.

Но в какой-то момент сложившаяся многими годами система школьного математического образования (и совсем неплохая) была потрясена серьёзными реформами. В частности, были выброшены из программы упомянутые выше темы, но появились «производная» и «интеграл», что «осовременило» школьную математику и что, на наш взгляд, весьма спорно.

До реформ, например, корень $\sqrt[3]{-8}$ и степень $-8^{\;1/3}$ не различались и считалось, что это просто разные способы записи одного и того же числа.

Но уже в учебном пособии [1] под редакцией А. Н. Колмогорова на стр. 173 читаем: «при $a < 0$ рациональная степень числа a не определяется…» (?!). В учебнике для 8-го класса средней школы [2] под редакцией А.И. Маркушевича на стр. 122 утверждается, что «Такие выражения, как $0^{-1/5}$, $(-2)^{3/8}$ и $(-8)^{1/3}$, не имеют смысла». Но «бессмысленность» последних выражений авторы учебника никак не комментируют. А вот в [1] сложность (или невозможность?) определения степени $(-8)^{1/3}$ комментируется таким образом: пусть «например, значение $(-8)^{1/3}$ равнялось бы $\sqrt[3]{-8}$, т. е. –2. Но, с другой стороны, 1/3 = 2/6, и поэтому должно выполняться равенство

$$-2 = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \sqrt[6]{\left(-8\right)^{2}} = \sqrt[6]{8^2} = 2».$$

Такой «комментарий» сразу же провоцирует вопрос: а что такое показатель степени? Это число или его изображение (представление)? Но ведь у любого числа может быть много (и даже бесконечно много) изображений. Например, число 1/3 можно представить так:

$$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}=\ldots=\frac{-1}{-3}=\frac{-2}{-6}=\frac{-3}{-9}=\frac{-4}{-12}=\ldots$$

Всё это, конечно же, не могло не предопределить творческую полемику. И каждый участник этой полемики предлагал свои способы «спасения ситуации». Авторы настоящих тезисов также, грешным делом, попытались внести свою лепту в решение этого вопроса (см. [3]). Математически строго обоснованный в [3] вывод здесь следующий: при $a, r \in \mathrm{R}$, $a < 0$, степень a^r определяется как действительное число тогда и только тогда, когда показатель является числом рациональным и представимым в виде

$$r = \frac{m}{2k+1}, \text{ где } m, k \in \mathrm{Z}, k \geq 0.$$

При этом число a^r определяется однозначно и может быть вычислено по формуле

$$a^r = \sqrt[2k+1]{a^m}.$$

Здесь, по-видимому, уместно напомнить народную мудрость, которую мы и вынесли в заголовок настоящих тезисов, «Книга книгой, но сам мозгами двигай».

Можно привести множество примеров, когда очередная реформа школьного образования приводила к различным, мягко говоря, несуразностям. И это касается самых разных стран и континентов. Так, например, в книге [4] академик В.И. Арнольд пишет, что в современной России математик с мировым именем, академик Аносов пришёл к выводу, что «у математики нет ничего общего с геометрией» и что по плану разработанных Министерством новых программ для школ в соответствии с мнением Аносова курс геометрии был полностью исключен из всех учебных планов. Но, всё-таки, вопреки мнению Аносова, «геометрия вернулась на своё старинное место».

Хочется надеяться, что не бесполезными в школьном геометрическом образовании являются, в частности, книги [5–7]. Надеемся также и на полезность книг [8–9].

---

* Народная мудрость

Несколько слов о тестах. В [4, с. 11] читаем: «Нелепость тестовых испытаний хорошо показывает опыт США, где десятилетиями роль проверки геометрических знаний давалась задаче: «Найти площадь прямоугольного треугольника с гипотенузой 10 дюймов и опущенной на неё высотой в 6 дюймов».

Окончившие российские школы испытуемые не могли дать искомое «решение» ($S = a{\cdot}h/2 = 30$ кв. дюймов), так как понимали, что таких треугольников нет: вершина прямого угла лежит на окружности, диаметр которой – гипотенуза. Поэтому высота не может быть длиннее пяти дюймов.

Но это не останавливает любителей тестов: они «доказали» слабое умственное развитие московских школьников их неспособностью ответить на тестовый вопрос: «Что общего у ежа с молоком?». Оказалось «они оба свёртываются»!

Далее, на стр. 29 в [4] автор говорит о том, что американские студенты давно уже думают, что $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$. Калифорния приняла даже постановление, …, оспаривавшееся федеральными властями как «антиконституционное» требовать от поступающих в университеты математиков умение делить 111 на 3 без компьютера (чего большинство из них не умеет).

У нас в республике тоже достаточно «ярких» примеров. Так, одна из минских учителей младших классов (думаем, что она не одинока в своем заявлении) объявила, что школьникам не обязательно знать таблицу умножения, поскольку у каждого из них есть калькулятор.

А вот (см. [4, с.75]) французский школьник-отличник на вопрос «Сколько будет два плюс три?» отвечает: «Три плюс два, так как сложение коммутативно», а считать до пяти, хотя бы на пальцах, его не научили (видимо, вследствие «компьютерной дидактики»).

Конечно же, говоря о реформах школьного образования и их связи с вузовским образованием, следует иметь в виду профессиональный уровень преподавателя.

Что можно сказать об учительнице средней школы по математике, которая вместо слова «парабола» говорит «парамбула», а вместо слова «тангенс» говорит «тангус».

Высшая школа также вносит свой «посильный вклад» в образовательный процесс подготовки кадров, результатом которого нередко появляются «специалисты», заявляющие словами одного из персонажей А. Райкина «я давно уже понял — зачем мне учиться, когда я могу других учить!».

Да минует нас чаша сия.

Литература

1. Колмогоров, А.Н. Алгебра и начала анализа. Учебное пособие для 9-10 классов средней школы / А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Б.Е. Вейц, О.С. Ивашев-Мусатов, Б.М. Ивлев, С.И. Шварцбурд. – М.: Просвещение, 1986. – 336 с.
2. Макарычев, Ю.Н. Алгебра / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, В.М. Монахов, К.С. Муравин, С.Б. Суворова. – Издание 4-е, переработанное. – М.: Просвещение, 1982. – 256 с.
3. Амелькин, В.В. Степень отрицательного числа с рациональным показателем / В.В. Амелькин, В.Л. Тимохович. // Матэматыка: праблемы выкладання. – 2006. – № 5 (46). – С. 39–45.
4. Арнольд, В.И. Что такое математика? / В.И. Арнольд. – М.: МЦНМО, 2004. – 104 с.
5. Амелькин, В.В. Геометрия на плоскости. Теория, задачи, решения / В.В. Амелькин, В.Л. Рабцевич, В.Л. Тимохович. – Минск: Асар; М.: Изд. дом «Оникс 21 век», 2003. – 592 с.
6. Амелькин, В.В. Планиметрия. Теория и задачи / В.В. Амелькин, В.Л. Рабцевич, В.Л. Тимохович. – Минск: Асар, 2005. – 320 с.
7. Амелькин, В.В. Задачи с параметрами / В.В. Амелькин, В.Л. Рабцевич. – 3-е изд. Доработанное. – Минск: Асар, 2004. – 464 с.

Амелькин, В.В. Тригонометрия. На страницах и за страницами школьного учебника / В.В. Амелькин, Т.И. Рабцевич. – Минск: Красико-Принт, 2011. – 256 с.