

Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение высших учебных заведений
Республики Беларусь по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь

А.И. Жук

14.04.2010
(дата утверждения)

Регистрационный № ТД- Г- 468/тип.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ

Типовая учебная программа

для высших учебных заведений по специальностям:

- | | |
|---------------------------------|---|
| 1-31 03 03 | Прикладная математика (по направлениям); |
| 1-31 03 04 | Информатика; |
| 1-31 03 05 | Актuariяная математика; |
| по направлениям специальностей: | |
| 1-31 03 06-01 | Экономическая кибернетика (математические
методы и компьютерное моделирование в
экономике); |
| 1-98 01 01-01 | Компьютерная безопасность (математические
методы и программные системы) |

СОГЛАСОВАНО

Председатель Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию

В.В. Самохвал



СОГЛАСОВАНО

Начальник Управления высшего и среднего специального образования

Ю.И. Миксюк

14.04.2010
(дата)

Проректор по учебной и воспитательной работе государственного учреждения образования «Республиканский институт высшей школы»

В.И. Шупляк



Эксперт-нормоконтролер

П.М. Кисельский
22.03.2010
(дата)

Вычислительные методы анализа

СОСТАВИТЕЛЬ:

А.В. Самусенко, доцент кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра вычислительных методов и программирования Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

Л.А. Янович, главный научный сотрудник отдела нелинейного и стохастического анализа Института математики Национальной академии наук Беларуси, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой вычислительной математики Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 21 октября 2008 г.)

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 1 декабря 2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10 марта 2009 г.)

Научно-методическим советом по специальности 1-98 01 01 «Компьютерная безопасность» Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 1 от 11 марта 2009 г.)

Ответственный за выпуск:

В.И. Репников

Пояснительная записка

Дисциплина «Вычислительные методы алгебры» посвящена изложению основ теории вычислительных алгоритмов линейной алгебры и аспектов их практического использования.

Изучение дисциплины ставит своей целью обучение студентов теоретическим основам методов решения задач линейной алгебры и состоит из нескольких этапов: ознакомление студентов с основными математическими моделями линейной алгебры, возникающими при решении прикладных задач в различных областях естествознания; теоретическое исследование численных методов и алгоритмов решения рассматриваемых задач; закрепление материала путем решения типовых задач и упражнений; практическая реализация алгоритмов с привлечением современной вычислительной техники.

Задачи дисциплины: формирование у студентов твердых навыков в выборе алгоритма для решения конкретной задачи (ориентируясь на теоретические характеристики данного алгоритма) и приобретение практического опыта при решении типовых задач.

Дисциплина «Вычислительные методы алгебры» непосредственно связана с дисциплинами «Геометрия и алгебра», «Математический анализ» и является базовой для дисциплин «Методы численного анализа» и «Численные методы математической физики».

В результате изучения дисциплины выпускник должен

знать:

- основные методы решения систем линейных алгебраических уравнений и нахождения собственных значений и собственных векторов;

- методы исследования свойств приближенных алгоритмов линейной алгебры;

уметь:

- решать с применением компьютеров основные задачи линейной алгебры, возникающие в различных областях естествознания.

В соответствии с типовыми учебными планами по специальностям 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)», 1-31 03 04 «Информатика», 1-31 03 05 «Актuarная математика» и направлениям специальностей 1-31 03 06-01 «Экономическая кибернетика (математические методы и компьютерное моделирование в экономике)», 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 145 учебных часов, в том числе 68 аудиторных часов: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 34 часа.

Примерный тематический план

№	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
		Всего	В том числе	
			Лекции	Практические занятия
1.	Введение.	2	2	
	Раздел I. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений			
2.	Обусловленность	4	2	2
3.	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений	22	10	12
4.	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	20	10	10
	Раздел II. Методы решения задач на собственные значения			
5.	Полная проблема собственных значений	12	6	6
6.	Частичная проблема собственных значений	8	4	4
	Всего	68	34	34

Содержание

1. Введение

Предмет «Вычислительные методы алгебры» и основные задачи, излагаемые в указанном курсе.

Раздел I. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений

2. Обусловленность

Общая характеристика проблем решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), решения задач на собственные значения, понятий корректности и устойчивости СЛАУ. Устойчивость решения СЛАУ по правой части и коэффициентная устойчивость. Число обусловленности матрицы и его свойства. Хорошо обусловленные и плохо обусловленные СЛАУ. Геометрическая интерпретация понятия обусловленности. Метод регуляризации.

3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Общая характеристика прямых методов решения СЛАУ. Теорема об LU-разложении. Схема единственного деления и ее связь с теоремой об LU-разложении. Методы Гаусса с выбором главного элемента. Вычисление определителей и обращение матриц с помощью метода Гаусса. Метод квадратного корня. Метод Жордана обращения матриц. Диагонально доминирующие матрицы. Ортогональные преобразования. Методы отражений, вращений и ортогонализации. Метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Связь метода прогонки

с методом Гаусса. Теорема о корректности метода прогонки. Методы правой, встречной и циклической прогонки. Теорема о корректности метода циклической прогонки

4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ. Сходимость матричной геометрической прогрессии. Градиент функционала. Методы простой итерации и Зейделя. Теоремы сходимости. Элементы теории двухслойных итерационных методов. Основная теорема сходимости. Методы Якоби, Гаусса-Зейделя и релаксации. Оптимизация сходимости итерационных процессов. Итерационные методы вариационного типа и теоремы их сходимости.

Раздел II. Методы решения задач на собственные значения

5. Полная проблема собственных значений

Общая постановка задачи на собственные значения. Устойчивость задачи на собственные значения. Методы Данилевского, Крылова, Леверье и видоизменение Фаддеева. Прямые методы отражений и вращений. Итерационный метод вращений. QR-алгоритм. Метод бисекций решения полной проблемы собственных значений.

6. Частичная проблема собственных значений

Степенной метод вычисления наибольшего по модулю собственного значения и его модификации. Метод обратных итераций. Метод λ -разности. Ускорение сходимости степенного метода.

Литература

Основная

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Бином, 2004. – 636 с.
2. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977. – 304 с.
3. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. – 512 с.
4. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы высшей математики. Т. 1. Минск: Вышэйш. шк., 1972. – 584 с.
5. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы. Т. 1. М.: Наука, 1976. – 304 с.
6. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989. – 432 с.
7. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М.: Физматгиз, 1963. – 734 с.

Дополнительная

8. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. М.: Высш. шк., 2000. – 190 с.
9. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984. – 320 с.
10. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1967. – 576 с.

11. Годунов С.К. Решение систем линейных уравнений. Новосибирск: Наука, 1980. – 177 с.
12. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. М.: Мир, 1999. – 548 с.
13. Коновалов А.Н. Введение в вычислительные методы линейной алгебры. Новосибирск: НГУ, 1983. – 84 с.
14. Парлетт Б. Симметричная проблема собственных значений. Численные методы. М.: Мир, 1983. – 384 с.
15. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1987. – 288 с.
16. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978. – 592 с.
17. Стренг Г. Линейная алгебра и ее применение. М.: Мир, 1980. – 454 с.
18. Уилкинсон Дж. Х. Алгебраическая проблема собственных значений. М.: Наука, 1970. – 564 с.