СЛОЖНОСТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ РАДИУСОВ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ NP-ТРУДНЫХ ТРАЕКТОРНЫХ ЗАДАЧ

Кузьмин К. Г.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
e-mail: kuzminkg@bsu.by

Рассмотрим следующую модель n-критериальной траекторной задачи. Пусть заданы множество $N_m = \{1, 2, \ldots, m\}$, $m \geq 2$, и система подмножеств t множества N_m, называемых траекториями, т. е. $T \subseteq 2^{N_m} \setminus \{\varnothing\}$, причем $|T| \geq 2$. Пусть компонентами (частными критериями) вектор-функции $f(t, A) = \left(f_1(t, A_1), f_2(t, A_2), \ldots, f_n(t, A_n) \right)$ являются линейные критерии

$$f_i(t, A_i) = \sum_{j \in N(t)} a_{ij} \to \min_{t \in T}, \quad i \in N_n,$$

где $N(t) = \{ j \in N_m : \ j \in t \}$, A_i – i-я строка матрицы $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times m}$.

Под n-критериальной траекторной задачей $Z^n(A)$, $n \geq 1$, будем понимать задачу поиска множества Парето (множества эффективных траекторий).

$$P^n(A) = \left\{ t \in T : \ \not\exists t' \in T \ \left(f(t, A) \geq f(t', A) \ \& \ f(t, A) \neq f(t', A) \right) \right\}.$$

Следует отметить, что такая постановка задачи является весьма общей. Даже в однокритериальном случае ($n = 1$) в подобную схему траекторных задач вкладываются [1] многие экстремальные задачи на графах (о коммивояжере, паросочетаниях, остовах, разрезах и др.), ряд задач булева программирования и теории расписаний.

Радиусом устойчивости эффективной траектории t называется [2] число

$$\rho(t, A) = \sup \left\{ \varepsilon > 0 : \ \forall A' \in \mathbf{R}^{n \times m} \ \& \ \|A'\| < \varepsilon \ \left(t \in P^n(A + A') \right) \right\}.$$

При этом полагаем, что $\sup \varnothing = 0$.

Комбинаторная задача называется [3] труднорешаемой, если для нее не существует полиномиального алгоритма решения.

Установлен следующий факт. Если однокритериальная задача $Z^1(A_1)$ является NP-трудной и существует полиномиальный алгоритм нахождения хотя бы одной траектории t^0 из множества T, не лежащей внутри никакой другой траектории, то при $\mathrm{P} \neq \mathrm{NP}$ задача нахождения радиуса устойчивости $\rho(t, A)$ эффективной траектории t многокритериальной задачи $Z^n(A)$ является труднорешаемой.

Литература

1. Сотсков, Ю. Н. Теория расписаний. Системы с неопределенными числовыми параметрами / Ю. Н. Сотсков, Н. Ю. Сотскова. – Минск: НАН Беларуси, 2004. – 290 с.
1. Емеличев, В. А. Устойчивость эффективного решения векторной комбинаторной задачи в метрике l_1 / В. А. Емеличев, К. Г. Кузьмин // Доклады НАН Беларуси. – 2003. – Т. 47, № 5. – С. 25–28.