

МОДЕЛЬ МЕЖДУНАРОДНОЙ ТОРГОВЛИ

Е. Комкова (ГИУСТ БГУ)

Научный руководитель:

кандидат физ.-мат. наук, доцент Л.Г. Третьякова

Модель международной торговли (модель обмена) служит для ответа на следующий вопрос: какими должны быть соотношения между государственными бюджетами стран, торгующих между собой, чтобы торговля была взаимовыгодной, т. е. не было значительного дефицита торгового баланса для каждой из стран-участниц.

Рассмотрим n стран-участниц торговли с государственными бюджетами $X_1, X_2, \dots, X_n$. Будем считать, что весь бюджет каждой страны тратится на закупку товаров либо внутри страны, либо на импорт из других стран.

Пусть a_{ij} – часть бюджета, которую страна j тратит на закупку товаров страны i . Тогда можно ввести структурную матрицу торговли с неотрицательными элементами $A = (a_{ij})$, сумма элементов каждого столбца которой равна единице. После подведения итогов торговли за год страна i получит выручку

$$p_i = a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + \dots + a_{in}X_n. \quad (1)$$

Для того чтобы торговля была сбалансированной, необходимо требование бездефицит-ной торговли для каждой страны, т. е. выполнение условия $p_j \geq X_i$ для всех i . Условием бездефицитной торговли являются равенства $p_i = X_i$ для всех i . В матричном виде это условие запишется как

$$AX = X, \text{ где } X = (X_1, X_2, X_3)^T. \quad (2)$$

$$X = \begin{bmatrix} J & X_1 & N \\ K & & O \\ K & X_2 & O \\ K & & O \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ K & X_n & O \\ I & & P \end{bmatrix}$$

называется собственным вектором квадратной матрицы A порядка n , если $AX = \lambda X$, где λ – некоторое число. При этом число λ называется собственным значением матрицы A . Это условие можно переписать в виде:

$$(A - \lambda E)X = 0. \quad (3)$$

Однородная система уравнений (3) имеет ненулевое решение тогда и только тогда, когда ее определитель равен нулю:

$$\det(A - \lambda E) = 0. \quad (4)$$

Данное уравнение называется характеристическим уравнением матрицы A .

Таким образом, собственные значения матрицы A являются корнями ее характеристического уравнения.

Из условий (2) и (4) следует, что вектор бюджетов X является собственным вектором структурной матрицы торговли A , а соответствующее ему собственное значение равно 1. Сбалансированность торговли стран-участниц может быть достигнута только в том случае, когда бюджеты их стран находятся в отношении, в котором находятся компоненты собственного вектора матрицы торговли.

Рассмотрим применение модели обмена на конкретном примере. Возьмем три страны-участницы торговли с государственными бюджетами X_1 , X_2 , X_3 , которые условно назовем США, Германия и Кувейт. Будем считать, что весь госбюджет каждой страны тратится на закупки товаров либо внутри страны, либо на импорт из других стран.

Введем структурную матрицу торговли $A = (a_{ij})$ этих трех стран, где a_{ij} – часть госбюджета, которую j -я страна тратит на закупки товаров i -й страны

$$A = \begin{bmatrix} J_1 & 1 & 1 & N \\ K_2 & 3 & 2 & O \\ K_4 & 1 & 1 & O \\ K_1 & 3 & 2 & O \\ K_4 & 1 & 0 & O \\ & 3 & 0 & P \end{bmatrix}$$

После подведения итогов торговли за год страна под номером i получит выручку

$$p_i = a_{i1} X_1 + a_{i2} X_2 + a_{i3} X_3.$$

Например, США будут иметь выручку:

$$p_1 = \frac{1}{2} X_1 + \frac{1}{3} X_2 + \frac{1}{2} X_3.$$

Далее используем условие бездефицитной торговли, записанное в матричном виде: $AX = X$, где $X = (X_1, X_2, X_3)^T$.

Система уравнений для нахождения X имеет вид

$$\begin{pmatrix} J & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ K & \frac{1}{4} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{5} \\ K & \frac{1}{4} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{5} \\ L & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & -1 \end{pmatrix} X = 0.$$

Нетрудно найти общее решение этой системы:

$$\begin{aligned} X_1 &= 2X_3 \\ X_2 &= \frac{3}{2}X_3, \end{aligned}$$

поэтому в качестве собственного вектора можно взять вектор $X = (4; 3; 2)$.

В частности, это означает, что сбалансированность торговли этих трех стран может быть достигнута только в том случае, когда госбюджеты находятся в отношении $X_1:X_2:X_3 = 4:3:2$.

Таким образом, мы на конкретном примере убедились в том, что данная модель международной торговли применима для нахождения условий бездефицитной торговли.

Литература

1. Солодовников, А.С. Математика в экономике / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 224 с.
2. Поттосина, С.А. Экономико-математические модели и методы / С.А. Поттосина, В.А. Журавлев. – Минск: БГУИР, 2003. – 94 с.
3. Власов, М.П. Моделирование экономических процессов / М.П. Власов, П.Д. Шимко. – Ростов н/Д: Феникс, 2005. – 409 с.