#### В. Т. ЕРОФЕЕНКО, В. Ф. БОНДАРЕНКО

# ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО ЗАТУХАЮЩИХ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ С МНОГОСЛОЙНЫМИ КОМПОЗИТНЫМИ ЭКРАНАМИ

Разработана новая методика решения краевых задач дифракции плоских электромагнитных волн на многослойном биизотропном экране. Получено аналитическое решение задачи проникновения затухающих колеблющихся полей через экран. Использованы двусторонние граничные условия на плоских многослойных экранах и нелокальные граничные условия развиты для структур из биизотропных материалов, с помощью которых сформулирована краевая задача проникновения Е- и Н-волн для уравнений Максвелла. Применены специальные условия ортогональности для комплексных векторов. Полученные результаты обобщают известные результаты для композитных экранов на случай электромагнитных полей с комплексной частотой. Вычислены коэффициенты отражения и ослабления поля. Исследованы однослойные и двухслойные экраны со специальными материальными параметрами киральности.

*Ключевые слова:* задача экранирования; электромагнитные поля; уравнения Максвелла; многослойные экраны; биизотропная среда; комплексная частота; численные расчеты.

The new procedures of the solution of the boundary-value problem of diffraction of a plane electromagnetic fields on a multilayered biisotropic screen is developed. The analytical solution of a task of penetration of damped oscillating wave trough screen is obtained. The bilaterial boundary conditions on plane multilayered composite screens are used and nonlocal boundary conditions are developed for structures from biisotropic materials by means of which the boundary-value problem of the penetration of E-waves and H-waves for Maxwell equations are formulated. The special conditions of orthogonality for complex vectors are applied. The results of article generalize known results for composite screens on electromagnetic fields with complex-valued frequency. The coefficients of reflection and relaxation for field are computed. The one-layer and two-layer screens with the special chiral material parameters are investigated.

Key words: problem shielding; electromagnetic fields; Maxwell equations; multilayered screens; biisotropic media; complex-valued frequency; numerical calculations.

В настоящее время актуальным является исследование электродинамических свойств композитных материалов с достаточно сложной материальной структурой [1]. Одно из важнейших приложений в технике – мультислойные композиты, слои которых выполнены из обычных материалов [2, 3], многослойные композитные структуры из киральных материалов [4, 5], композиты из биизотропных и бианизотропных материалов [6, 7]. Многослойные композиты используются для конструирования электромагнитных экранов и покрытий [8], применяемых для решения проблем электромагнитной совместимости технических средств и защиты информации [3].

Большинство работ в научной печати посвящено исследованию взаимодействия электромагнитных волн с экранами на заданной частоте. Представляет интерес изучение полей с комплексной частотой, что позволит моделировать экспоненциально затухающие колеблющиеся поля и их распространение в сложных средах.

В данной работе предложена новая методика аналитического решения краевой задачи проникновения экспоненциально затухающих полей через биизотропные плоские экраны. Приведены результаты вычислительного эксперимента. Исследованы коэффициенты прохождения и отражения для многослойных экранов со специальными материальными параметрами.

#### 1. Постановка задачи

Рассмотрим пространство  $R^3$  с фиксированной системой декартовых координат 0*хуz*. В пространстве с электрической и магнитной постоянными  $\varepsilon_0, \mu_0$  расположен плоский экран  $D(0 < z < \Delta)$ , состоящий из *n* слоев  $\Omega_s(z_s < z < z_{s+1})$ ,  $s = \overline{1, n}$ ,  $z_1 = 0, z_{n+1} = \Delta$ ,  $\Delta_s = z_{s+1} - z_s$ , где  $\Delta_s$  – толщина *s*-го слоя,  $\Delta = \sum_{s=1}^{n} \Delta_s$ . Слои заполнены биизотропными композитными материалами с электромагнитными

комплексными параметрами  $\varepsilon_s = \varepsilon_{rs}\varepsilon_0$ ,  $\mu_s = \mu_{rs}\mu_0$ ,  $Z_s = Z_{rs}/c$ ,  $G_s = G_{rs}/c$ . Из полупространства  $D_1(z < 0)$  на слой D воздействует первичное электромагнитное поле  $\vec{E}_0$ ,  $\vec{H}_0$  с временной зависимостью  $\exp(-i\omega_0 t)e^{-t/t_0}$ ,  $\omega_0 = 2\pi f$ , f – несущая частота,  $t_0$  – время релаксации, c – скорость света,

$$\vec{E}_0 = A\vec{W}^{(+1)} + B\vec{W}^{(+2)}, \quad \vec{H}_0 = \frac{1}{iZ_0} \left( A\vec{W}^{(+2)} + B\vec{W}^{(+1)} \right), \quad z < 0, \tag{1}$$

где *A*, *B* – заданные комплексные амплитуды,  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ .

$$\vec{W}^{(\mp 1)} = i \left( \sin \varphi_0 \, \vec{e}_x - \cos \varphi_0 \, \vec{e}_y \right) \Phi(x, y) \exp\left( \pm \left( \frac{1}{t_0} + i \omega_0 \right) \frac{\alpha z}{c} \right),$$

$$\vec{W}^{(\mp 2)} = \left( \mp \cos \theta_0 \left( \cos \varphi_0 \, \vec{e}_x + \sin \varphi_0 \, \vec{e}_y \right) + \sin \theta_0 \, \vec{e}_z \right) \Phi(x, y) \exp\left( \pm \left( \frac{1}{t_0} + i \omega_0 \right) \frac{\alpha z}{c} \right),$$
(2)

где

e  $\Phi(x,y) = \exp(ik_0(\overline{\alpha}_1 x + \overline{\alpha}_2 y)), \quad k_0 = \omega/c, \qquad \omega = \omega_0 - \frac{i}{t_0} - \text{комплексная} \quad \text{частота} \quad [9],$ 

 $\overline{\alpha}_1 = \cos \varphi_0 \sin \theta_0, \ \overline{\alpha}_2 = \sin \varphi_0 \sin \theta_0, \ \alpha = \cos \theta_0, \ 0 \le \theta_0 < \frac{\pi}{2}, \ 0 \le \varphi_0 < 2\pi.$ 

При прохождении электромагнитного поля через плоскости раздела сред  $\gamma_s(z=z_s), \gamma_1 = \Gamma_1(z=0), \gamma_{n+1} = \Gamma_2(z=\Delta)$  выполняются условия непрерывности тангенциальных составляющих полей.

В результате взаимодействия поля (1) с экраном D образуются поля:  $\vec{E}_1', \vec{H}_1'$  – отраженное поле в  $D_1$ ;  $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1', \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_1'$  – суммарное в  $D_1$ ;  $\vec{E}^{(s)}, \vec{H}^{(s)}$  – поле в слое  $\Omega_s$ ;  $\vec{E}_2, \vec{H}_2$  – поле, проникшее в область  $D_2(z > \Delta)$ . Поле в слое  $\Omega_s$  подчиняется уравнениям Максвелла [10]

$$\operatorname{rot}\vec{E}^{(s)} = i\omega\left(\mu_s\vec{H}^{(s)} + Z_s\vec{E}^{(s)}\right), \quad \operatorname{rot}\vec{H}^{(s)} = -i\omega\left(\varepsilon_s\vec{E}^{(s)} + G_s\vec{H}^{(s)}\right)$$
(3)

с комплексной частотой  $\omega = \omega_0 - i/t_0$  [10].

Сформулируем краевую задачу проникновения первичного поля (1) через многослойный экран D, используя нелокальные граничные условия, связывающие поля  $\vec{E}_1$ ,  $\vec{H}_1$  и  $\vec{E}_2$ ,  $\vec{H}_2$  по обе стороны экрана [11]. При этом уравнения (3) учитываются в граничных условиях, что позволяет упростить формулировку задачи и исключить поля  $\vec{E}^{(s)}$ ,  $\vec{H}^{(s)}$  из постановки задачи.

Краевая задача экранирования. Требуется для заданного поля (1) определить поля  $\vec{E}_1', \vec{H}_1', \vec{E}_2, \vec{H}_2$  соответственно в областях  $D_1, D_2$ , которые удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{E}_{1}' = i\omega\mu_{0}\vec{H}_{1}', \quad \operatorname{rot} \vec{H}_{1}' = -i\omega\varepsilon_{0}\vec{E}_{1}', \quad z < 0,$$
  
$$\operatorname{rot} \vec{E}_{2} = i\omega\mu_{0}\vec{H}_{2}, \quad \operatorname{rot} \vec{H}_{2} = -i\omega\varepsilon_{0}\vec{E}_{2}, \quad z > \Delta,$$
(4)

нелокальным граничным условиям

 $\hat{\boldsymbol{B}}_{cn} \mathbf{W}_2(\boldsymbol{M}_2) = \mathbf{W}_1(\boldsymbol{M}_1), \quad \boldsymbol{M}_1 \in \boldsymbol{\Gamma}_1(\boldsymbol{z} = \boldsymbol{0}), \boldsymbol{M}_2 \in \boldsymbol{\Gamma}_2(\boldsymbol{z} = \boldsymbol{\Delta})$ (5)

и условиям на бесконечности

$$\lim_{z \to \infty} \vec{E}_2 = 0, \quad \lim_{z \to -\infty} \vec{E}_1' = 0, \tag{6}$$

где  $\mathbf{W}_{j} = \left(E_{jx}, E_{jy}, H_{jx}, H_{jy}\right)^{\mathrm{T}}, \quad j = 1, 2; \mathrm{T} - \mathrm{транспонирование}; \hat{B}_{cn} = \hat{B}_{1} \hat{B}_{2} \dots \hat{B}_{n} - \mathrm{матрица}$  размерности 4х4:  $\hat{B}_{s} = \hat{B}(\theta_{0}, \phi_{0}, \omega; \varepsilon_{rs}, \mu_{rs}, Z_{rs}, G_{rs}, \Delta_{s}) - \mathrm{передаточная}$  матрица для слоя  $\Omega_{s}$ . Элементы матрицы  $\hat{B} = \hat{B}(\theta_{0}, \phi_{0}, \omega; \varepsilon_{r}, \mu_{r}, Z_{r}, G_{r}, \Delta) = \{B_{ml}\}$  задаются формулами

$$B_{11} = p(p_1(\Phi_2 S_2 + C_2) - p_2(\Phi_1 S_1 + C_1)), \quad B_{12} = p(p_2 \theta_1 S_1 - p_1 \theta_2 S_2),$$
  

$$B_{13} = p(\Phi_1 S_1 - \Phi_2 S_2 + C_1 - C_2), \quad B_{14} = p(\theta_2 S_2 - \theta_1 S_1),$$
  

$$B_{21} = p(p_1 \delta_2 S_2 - p_2 \delta_1 S_1), \quad B_{22} = p(p_1(C_2 - \Phi_2 S_2) + p_2(\Phi_1 S_1 - C_1)),$$
  

$$B_{23} = p(\delta_1 S_1 - \delta_2 S_2), \quad B_{24} = p(\Phi_2 S_2 - \Phi_1 S_1 + C_1 - C_2),$$
(7)

63

$$B_{31} = -p_1 p_2 B_{13}, \quad B_{32} = -p_1 p_2 B_{14}, \quad B_{33} = p \left( p_1 \left( C_1 + \Phi_1 S_1 \right) - p_2 \left( \Phi_2 S_2 + C_2 \right) \right),$$
  

$$B_{34} = p \left( p_2 \theta_2 S_2 - p_1 \theta_1 S_1 \right), \quad B_{41} = -p_1 p_2 B_{23}, \quad B_{42} = -p_1 p_2 B_{24},$$
  

$$B_{43} = p \left( p_1 \delta_1 S_1 - p_2 \delta_2 S_2 \right), \quad B_{44} = p \left( p_1 \left( C_1 - \Phi_1 S_1 \right) + p_2 \left( \Phi_2 S_2 - C_2 \right) \right),$$

где

$$S_{j} = \operatorname{sh}(k_{0}\Delta v_{j}), \quad C_{j} = \operatorname{ch}(k_{0}\Delta v_{j}), \quad \Phi_{j} = \frac{\overline{\alpha}_{1}\overline{\alpha}_{2}g_{j}}{gv_{j}}, \\ \theta_{j} = \frac{g_{j}(\overline{\alpha}_{1}^{2} - k_{j}^{2})}{gv_{j}}, \quad \delta_{j} = \frac{g_{j}(\overline{\alpha}_{2}^{2} - k_{j}^{2})}{gv_{j}}, \quad j = 1, 2; \\ k_{j} = \sqrt{g + \frac{1}{2}a^{2} + af_{j}}, \quad 0 \le \arg k_{j} < \pi, \quad f_{j} = (-1)^{j} f_{0}, \\ f_{0} = \sqrt{\varepsilon_{r}\mu_{r} - b^{2}}, \quad 0 \le \arg f_{0} < \pi, \quad a = i(G_{r} - Z_{r}), \\ b = \frac{1}{2}(G_{r} + Z_{r}), \quad g = \varepsilon_{r}\mu_{r} - G_{r}Z_{r}, \quad g_{j} = f_{j} - \frac{1}{2}a, \\ v_{j} = \sqrt{\sin^{2}\theta_{0} - k_{j}^{2}}, \quad -\frac{\pi}{2} \le \arg v_{j} < \frac{\pi}{2}, \\ p_{j} = \frac{1}{Z_{0}\mu_{r}}\left(\frac{ig}{g_{j}} - Z_{r}\right), \quad p = \frac{1}{p_{1} - p_{2}}. \end{cases}$$

## 2. Аналитическое решение задачи

Решение краевой задачи (4) – (6) в областях  $D_j$  представим в виде комбинации базисных полей (2), которые удовлетворяют уравнениям (4) и условиям на бесконечности (6):

$$\vec{E}_{1}' = x_{1}\vec{W}^{(-1)} + x_{2}\vec{W}^{(-2)}, \quad \vec{H}_{1}' = \frac{1}{iZ_{0}} \Big( x_{1}\vec{W}^{(-2)} + x_{2}\vec{W}^{(-1)} \Big),$$

$$\vec{E}_{2} = y_{1}\vec{W}^{(+1)} + y_{2}\vec{W}^{(+2)}, \quad \vec{H}_{2} = \frac{1}{iZ_{0}} \Big( y_{1}\vec{W}^{(+2)} + y_{2}\vec{W}^{(+1)} \Big),$$
(9)

где коэффициенты  $x_j$ ,  $y_j$  подлежат определению. Заметим, что в формулах (9) знаки в верхних индексах полей противоположны, в отличие от знаков полей, используемых в работах [7, 12]. Такой выбор необходим для выполнения условий на бесконечности (6).

Введем вспомогательные комплексные векторы размерности 4:

$$\vec{a}_{1} = i(-\alpha\alpha_{2}, \alpha\alpha_{1}, Z_{0}\alpha_{2}), \qquad \vec{a}_{2} = (\alpha_{1}, \alpha_{2}, Z_{0}\alpha\alpha_{2}, -Z_{0}\alpha\alpha_{1}),$$

$$\vec{a}_{1}' = -i(\alpha\alpha_{2}, -\alpha\alpha_{1}, Z_{0}\alpha_{1}, Z_{0}\alpha_{2}), \qquad \vec{a}_{2}' = -(\alpha_{1}, \alpha_{2}, -Z_{0}\alpha\alpha_{2}, Z_{0}\alpha\alpha_{1}),$$

$$\vec{b}_{1} = -i\left(-\alpha_{2}, \alpha_{1}, \frac{\alpha\alpha_{1}}{Z_{0}}, \frac{\alpha\alpha_{2}}{Z_{0}}\right)^{\mathrm{T}}, \qquad \vec{b}_{2} = \left(\alpha\alpha_{1}, \alpha\alpha_{2}, \frac{\alpha_{2}}{Z_{0}}, -\frac{\alpha_{1}}{Z_{0}}\right)^{\mathrm{T}},$$

$$\vec{b}_{1}' = i\left(\alpha_{2}, -\alpha_{1}, \frac{\alpha\alpha_{1}}{Z_{0}}, \frac{\alpha\alpha_{2}}{Z_{0}}\right)^{\mathrm{T}}, \qquad \vec{b}_{2}' = -\left(\alpha\alpha_{1}, \alpha\alpha_{2}, -\frac{\alpha_{2}}{Z_{0}}, \frac{\alpha_{1}}{Z_{0}}\right)^{\mathrm{T}}, \qquad \alpha_{1} = \cos\varphi_{0}, \alpha_{2} = \sin\varphi_{0}.$$
(10)

Для комплексных векторов  $\vec{a} = \{a_m\}$ ,  $\vec{b} = \{b_m\}$  введем скалярное произведение  $(\vec{a}, \vec{b}) = \sum_{m=1}^{n} a_m b_m$ , тогда для векторов (10) выполнены условия ортогональности

$$\begin{pmatrix} \vec{a}_j, \vec{b}_j \end{pmatrix} = 2\alpha, \begin{pmatrix} \vec{a}_j', \vec{b}_j' \end{pmatrix} = 2\alpha, \quad j = 1, 2; \begin{pmatrix} \vec{a}_j, \vec{b}_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{a}_j, \vec{b}_l' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{a}_j', \vec{b}_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{a}_j', \vec{b}_l' \end{pmatrix} = 0, \quad j \neq l.$$

$$(11)$$

Спроектируем поля (1), (9) на плоскость 0ху, тогда

$$\begin{split} \vec{W}_{0}\Big|_{z=0} &= \left(E_{0x}, E_{0y}, H_{0x}, H_{0y}\right)^{T} = \left(A\vec{b}_{1} + B\vec{b}_{2}\right)\Phi, \\ \vec{W}_{1}\Big|_{z=0} &= \left(E_{1x}', E_{1y}', H_{1x}', H_{1y}'\right)^{T} = \left(x_{1}\vec{b}_{1}' + x_{2}\vec{b}_{2}'\right)\Phi, \\ \vec{W}_{2}\Big|_{z=\Delta} &= \left(E_{2x}, E_{2y}, H_{2x}, H_{2y}\right)^{T} = \left(y_{1}\vec{b}_{1} + y_{2}\vec{b}_{2}\right)\Phi F, \\ F &= \exp\left(-ik_{0}\alpha\Delta\right). \end{split}$$
(12)

Для определения неизвестных коэффициентов  $x_j$ ,  $y_j$  преобразуем векторное граничное условие (5). После подстановки выражений (12) в (5)

$$\vec{B}_{cn} \left( y_1 \vec{b}_1 + y_2 \vec{b}_2 \right) F = A \vec{b}_1 + B \vec{b}_2 + x_1 \vec{b}_1' + x_2 \vec{b}_2'.$$

Умножая это равенство скалярно на  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_1', \vec{a}_2'$  и используя условия ортогональности (11), получим систему алгебраических уравнений

$$y_1 Q_{11} + y_2 Q_{12} = \frac{2A\alpha}{F}, \qquad y_1 Q_{21} + y_2 Q_{22} = \frac{2B\alpha}{F},$$
 (13)

$$x_{1} = (y_{1}Q'_{11} + y_{2}Q'_{12})\frac{F}{2\alpha}, \quad x_{2} = (y_{1}Q'_{21} + y_{2}Q'_{22})\frac{F}{2\alpha}, \quad (14)$$

где  $Q_{11} = (\vec{a}_1, \hat{B}_{c\pi}, \vec{b}_1), \quad Q_{12} = (\vec{a}_1, \hat{B}_{c\pi}, \vec{b}_2), \quad Q_{21} = (\vec{a}_2, \hat{B}_{c\pi}, \vec{b}_1), \quad Q_{22} = (\vec{a}_2, \hat{B}_{c\pi}, \vec{b}_2),$  $Q'_{11} = (\vec{a}'_1, \hat{B}_{c\pi}, \vec{b}'_1), \quad Q'_{12} = (\vec{a}'_1, \hat{B}_{c\pi}, \vec{b}_2), \quad Q'_{21} = (\vec{a}'_2, \hat{B}_{c\pi}, \vec{b}'_1), \quad Q'_{22} = (\vec{a}'_2, \hat{B}_{c\pi}, \vec{b}'_2).$ 

Из уравнений (13) определим

$$y_1 = \frac{\alpha G}{Q} (AQ_{22} - BQ_{12}), \quad y_2 = \frac{\alpha G}{Q} (BQ_{11} - AQ_{21}), \tag{15}$$

где  $Q = Q_{11}Q_{22} - Q_{12}Q_{21}$ ,  $G = 2\exp(ik_0\alpha\Delta)$ . Подставляя (15) в (14), получим формулы

$$x_{1} = \frac{1}{Q} \Big\{ A \Big( Q_{22} Q'_{11} - Q_{21} Q'_{12} \Big) + B \Big( Q_{11} Q'_{12} - Q_{12} Q'_{11} \Big) \Big\},$$

$$x_{2} = \frac{1}{Q} \Big\{ A \Big( Q_{22} Q'_{21} - Q_{21} Q'_{22} \Big) + B \Big( Q_{11} Q'_{22} - Q_{12} Q'_{21} \Big) \Big\}.$$
(16)

Таким образом, амплитуды искомых полей (9) представлены аналитически (15), (16) через матричные элементы (7). Для поля (1)  $(A \neq 0, B = 0)$  обозначим  $T_j = |y_j|/|A|$  – коэффициенты прохождения,  $R_i = |x_i|/|A|$  – коэффициенты отражения.

## 3. Специальные биизотропные экраны

Рассмотрим многослойные биизотропные экраны с материальными параметрами

$$G_r = \chi + i\kappa, \quad Z_r = \chi - i\kappa, \tag{17}$$

где  $\chi$  – параметр невзаимности,  $\kappa$  – параметр киральности.

Для величин (8) потребуем выполнения условий  $v_j = 0$ , j = 1, 2, тогда  $k_j^2 = \sin^2 \theta_0$ ,  $k_1^2 = k_2^2$ . Следует  $f_0 = 0$ .

В результате получено условие

$$\varepsilon_r \mu_r = \frac{1}{4} \left( G_r + Z_r \right)^2. \tag{18}$$

Условие (18) преобразуем к равенству  $\sin^2 \theta_0 = \kappa_j^2 = -\frac{1}{4} (G_r - Z_r)^2$ .

Для биизотропной среды (17) получим соотношения  $\chi = \pm \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ ,  $\kappa = \pm \sin \theta_0$ . Для однослойного экрана выберем специальные параметры экрана

$$G_r = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r + \tau} + i \sin \theta_0, \quad Z_r = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r + \tau} - i \sin \theta_0, \quad (19)$$

где  $\tau$  – малый параметр ( $\tau \rightarrow 0$ ),  $\theta_0$  – угол падения на экран.

Для *n*-слойного экрана выберем углы  $\psi_s$ ,  $0 < \psi_1 < \psi_2 < ... < \psi_n < \frac{\pi}{2}$ ,

65

$$G_{rs} = \sqrt{\varepsilon_{rs}\mu_{rs} + \tau} + i\sin\psi_s, \quad Z_{rs} = \sqrt{\varepsilon_{rs}\mu_{rs} + \tau} - i\sin\psi_s.$$
(20)

Для более сложной среды  $G_r = \chi + i\kappa_1, Z_r = \chi - i\kappa_2, \mu_r = \mu'_r + i\mu''_r, \quad \varepsilon_r = \varepsilon'_r + i\varepsilon''_r = = \left(\chi + \frac{i}{2}(\kappa_1 - \kappa_2)\right)^2 / \mu_r; \chi, \kappa_j, \mu'_r, \mu''_r, \varepsilon'_r, \varepsilon''_r - действительные. Тогда <math>\sin \theta_0 = \frac{1}{2} |\kappa_1 + \kappa_2|, |\kappa_j| < 1.$ 

## 4. Вычислительный эксперимент

Численные результаты исследований представим графически для однослойного и двухслойного экранов со специальными параметрами киральности и невзаимности. Углы выберем  $\psi_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\psi_2 = \frac{2\pi}{5}$ .

На рис. 1, *а*, *б*, показаны зависимости от несущей частоты *f* коэффициентов прохождения и отражения (15), (16) для основной и кроссполяризационной компонент поля в случае однослойного кирального экрана с параметрамим $\Delta = 0.05 <$ ,  $\varepsilon_r = 4$ ,  $\mu_r = 1$ ,  $G_r = i \sin \psi_2$ ,  $Z_r = -i \sin \psi_2$ . Рассмотрено первичное поле (1) при A = 1, B = 0,  $\theta_0 = \psi_2$  с различными временами релаксации  $t_0$ . Показано, что при увеличении  $t_0(t_0 > 10^{-9} \text{ c})$  графики практически совпадают с графиками для монохроматических полей [12]. При уменьшении  $t_0$  характер графиков существенно изменяется.



Рис. 1. Графики модулей коэффициентов прохождения  $T_1, T_2$  и отражения  $R_1, R_2$  для однослойного кирального экрана ( $\chi = 0$ ):  $a - t_0 = 10^{-9}, \quad \delta - t_0 = 10^{-10} (I - |T_1|, 2 - |T_2|, 3 - |R_1|, 4 - |R_2|)$ 

На рис. 2, *a*, изображены частотные зависимости коэффициентов  $T_j$ ,  $R_j$  для однослойного экрана с коэффициентами киральности и невзаимности в соответствии с формулами (19):  $\Delta = 0,05$  м,  $\varepsilon_r = 4$ ,  $\mu_r = 1$ ,  $G_r = \sqrt{4 + \tau} + i \sin \psi_1$ ,  $Z_r = \sqrt{4 + \tau} - i \sin \psi_1$ ,  $\tau = 0,01$ . Рассмотрено поле (1) с параметрами A = 1, B = 0,  $\theta_0 = \psi_1$ ,  $t_0 = 10^{-9}$  с.

Для рис. 2,  $\delta$ , использованы аналогичные параметры экрана и первичного поля с заменой угла  $\psi_1$  на  $\psi_2$ . Показано, что введение специального параметра невзаимности существенно ослабляет поле, проникшее через экран, в сравнении с рис. 1.







 $\delta$  – угловая зависимость,  $f = 3,8 \cdot 10^9 (I - |T_1|, 2 - |T_2|, 3 - |R_1|, 4 - |R_2|)$ 

На рис. 3, *a*, *б*, представлены результаты экранирования плоскополяризованного *TE*-поля (1) ( $A = 1, B = 0, t_0 = 10^{-9}$  с, вектор  $\vec{E}_0$  параллелен экрану) двухслойным экраном со структурой (20), параметры слоев которого совпадают, за исключением параметров киральности:  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0,025 \text{ M}$ ,  $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 4$ ,  $\mu_{r1} = \mu_{r2} = 1$ ,  $G_{rj} = \sqrt{4 + \tau} + i \sin \psi_j$ ,  $Z_{rj} = \sqrt{4 + \tau} - i \sin \psi_j$ ,  $\tau = 0,01$ . На рис. 3, *a*, представлена частотная зависимость коэффициентов  $T_j, R_j$  при фиксированном угле падения  $\theta_0 = \psi_1$  поля (1). На рис. 3, *б*, – угловая зависимость коэффициентов  $T_j, R_j$  от угла  $\theta_0$  при фиксированной частоте осцилляции  $f = 3,8 \cdot 10^9$  Гц поля (1).

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. В и н о г р а д о в А. П. Электродинамика композитных материалов. М., 2001.

2. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М., 1957.

3. Лыньков Л. М., Богуш В.А., Глыбин В. П., Гусинский А. В., Кострикин А. М., Дзисяк А. Б., Петрова В. А., Свадковский И. В., Завадский С. М., Хижняк А. В., Чембрович В. Е. Гибкие конструкции экранов электромагнитного излучения. Минск, 2000.

4. L i L. W., Y o u D., Leong M.S., Yeo T.S., Kong J.A. Electromagnetic scattering by multilayered chiral-media structures: a scattering-to-radiation transform // Progress in Electromagnetics Research. 2000. PIER 26. P. 249–291.

5. Н е г а н о в В. А., О с и п о в О. В. Отражение электромагнитных волн от плоских киральных структур // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. XLII. № 9. С. 870–878.

6. И в а н о в О. В. Распространение электромагнитных волн в анизотропных и бианизотропных слоистых структурах. Ульяновск, 2010.

7. Е р о ф е е н к о В. Т., М а л ы й С. В. Алгоритм численного исследования экранирующих свойств многослойных экранов из композитных материалов // Информатика. 2010. № 4 (28). С. 96–103.

8. Е р о ф е е н к о В. Т. Импедансные граничные условия для краевых задач дифракции на поверхностях многослойных композитных структур // Изв. НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. 2011. № 3. С. 40–46.

9. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. М., 1989.

10. Е рофеенко В. Т., Козловская И. С. Аналитическое моделирование в электродинамике. Минск, 2010.

11. Е р о ф е е н к о В. Т., Т а в а к к о л и Д. П. Модели граничных условий электродинамики на экранах и оболочках с распределенными неоднородностями // Изв. НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. 2008. № 1. С. 49–55.

12. Е р о ф е е н к о В. Т., М а л ы й С. В. Дифракция плоской электромагнитной волны на плоском слое из биизотропного материала // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2010. № 2. С. 11–16.

#### Поступила в редакцию 25.06.13.

Виктор Тихонович Ерофеенко – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник Научноисследовательского института прикладных проблем математики и информатики.

*Валентин Федорович Бондаренко* – кандидат физико-математических наук, доцент программного обеспечения сетей телекоммуникаций Высшего государственного колледжа связи.