

ОТРАЖЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ ОТ МНОГОСЛОЙНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТРУКТУР И МИКРОРЕЗОНАТОРОВ: ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

Развиты теоретическая и численная модели процессов распространения электромагнитных волн в многослойных диэлектрических структурах. На основе решения уравнений Максвелла методом конечно-разностной аппроксимации в пространственной и временной области предложен метод расчета спектра пропускания и отражения одномерных фотонных структур при рассмотрении задачи о распространении в них сверхкоротких световых импульсов. Исследованы закономерности преобразования временной структуры оптических импульсов в слоистых средах и микрорезонаторах, рассчитаны спектральные коэффициенты отражения в зависимости от параметров диэлектрических слоев.

Ключевые слова: фотонные кристаллы; микрорезонаторы; численное моделирование; уравнения Максвелла; *FDTD*-метод.

In this work, the theoretical and numerical models for electromagnetic wave propagation through multilayer dielectric structures have been developed. The method to calculate the transmission and reflection spectra of one-dimensional photonic crystals based on *FDTD*-modelling of the propagation of ultrashort light pulses has been proposed. The propagation features of ultrashort light pulses in layered media and microresonators have been studied; spectral reflection and transmission coefficients for electromagnetic radiation have been calculated depending on the medium parameters.

Key words: photonic crystals; microresonator; numerical modelling; Maxwell equations; *FDTD*-method.

Развитие исследований в области оптики фотонных кристаллов в последние два десятилетия обусловлено перспективами их применения в различных оптических приложениях. Так, фотонные структуры различных геометрий (одномерный фотонный кристалл, микрорезонаторы, микроструктурированные волноводы и т. д.) служат в качестве логических элементов, переключателей, мультиплексоров в волоконно-оптических линиях связи и системах обработки лазерных сигналов [1, 2].

Необходимым этапом исследования фотонных структур является теоретический анализ их оптических свойств. В настоящее время особое внимание уделяется методам моделирования распространения излучения в фотонных кристаллах и структурах, основанным на непосредственном численном интегрировании уравнений Максвелла [3]. Данный подход позволяет проследить динамику взаимодействия электромагнитного излучения с разного рода сложными оптическими системами, не прибегая к каким-либо приближениям и упрощениям, что особенно важно для таких сильно неоднородных сред, как фотонные кристаллы. Адекватное численное моделирование дает возможность во многом заменить трудоемкие и затратные экспериментальные работы на начальных этапах исследований.

В данной работе представлены результаты моделирования процессов распространения сверхкоротких оптических импульсов через многослойные диэлектрические структуры и микрорезонаторы, исследованы закономерности распространения сверхкоротких световых импульсов в слоистых средах, рассчитаны спектральные коэффициенты отражения световых импульсов от различных многослойных структур. Для расчета пространственных распределений напряженности электрического и магнитных полей в работе использовался метод конечно-разностной аппроксимации уравнений Максвелла в пространственной и временной области (*FDTD*-метод) для одномерной геометрии неоднородностей показателя преломления.

Теоретическая модель

Рассмотрим общую постановку задачи о распространении электромагнитного излучения в оптически неоднородной линейной среде с произвольным видом пространственной модуляции диэлектрической проницаемости $\varepsilon(x, y, z)$. При этом система уравнений Максвелла для векторов напряженности электрического и магнитного полей \vec{E} и \vec{H} выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \nabla \times \vec{H} &= \frac{\varepsilon(x, y, z)}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

и может быть представлена в виде 6 дифференциальных уравнений для компонент векторов:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{c}{\mu} \left[\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right], \quad \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{c}{\varepsilon(x, y, z)} \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right], \quad (1)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{c}{\mu} \left[\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right], \quad \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{c}{\varepsilon(x, y, z)} \left[\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right], \quad (2)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{\chi}{\mu} \left[\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right], \quad \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{c}{\varepsilon(x, y, z)} \left[\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right]. \quad (3)$$

В современных реализациях *FDTD*-метода используется явная схема второго порядка точности по шагу временной Δt и пространственной $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ -дискретизации, предложенная Yee [4]. В рамках этого подхода применяется специальная пространственная сетка – так называемая сетка Yee, где каждая *E*-компонента окружена четырьмя *H*-компонентами, и наоборот. Второй порядок точности временных производных достигается простой симметричной разностью.

Для дальнейшего анализа удобно ввести безразмерные величины, используя формулы: $x = \tilde{x}\lambda_0$, $t = \tilde{t}T$, где λ_0 – длина волны в вакууме, $T = 1/\nu$ – период (ν – частота) электромагнитных колебаний. При этом система уравнений (1) – (3) для случая пространственно одномерной модуляции диэлектрической проницаемости $\epsilon = \epsilon(x)$ и $\mu = 1$ с учетом формулы $c = \nu\lambda_0$ переписывается в виде

$$\frac{\partial H_{\tilde{z}}}{\partial \tilde{t}} = -\frac{\partial E_{\tilde{y}}}{\partial \tilde{x}}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial E_{\tilde{y}}}{\partial \tilde{t}} = -\frac{1}{\epsilon(x)} \frac{\partial H_{\tilde{z}}}{\partial \tilde{x}}. \quad (5)$$

Согласно *FDTD*-методу, дифференциальные уравнения (4) – (5) заменяются следующими конечно-разностными уравнениями в пространстве и времени [5]:

$$H_{\tilde{z}}^{l+1/2}(i+1/2) = H_{\tilde{z}}^{l-1/2}(i+1/2) - \frac{\Delta \tilde{t}}{\Delta \tilde{x}} [E_{\tilde{y}}^l(i+1) - E_{\tilde{y}}^l(i)], \quad (6)$$

$$E_{\tilde{y}}^{l+1}(i) = E_{\tilde{y}}^l(i) - \frac{\Delta \tilde{t}}{\Delta \tilde{x}\epsilon(i)} [H_{\tilde{z}}^{l+1/2}(i+1/2) - H_{\tilde{z}}^{l+1/2}(i-1/2)]. \quad (7)$$

В данных уравнениях $\Delta \tilde{x}$ – шаг пространственной сетки вдоль координаты \tilde{x} , $\Delta \tilde{t}$ – шаг временной сетки. Искомые функции аппроксимированы следующим образом: $F(\tilde{x}, \tilde{t}) = F(i\Delta \tilde{x}, l\Delta \tilde{t}) = F^l(i)$. При проведении расчетов учитывалось условие Куранта для обеспечения стабильности численной схемы [5]: $\Delta t \leq \Delta x/\nu$, где ν – скорость света в среде. Для введенной нами безразмерной пространственно-временной сетки данное условие записывается следующим образом: $\Delta \tilde{t} \leq \Delta \tilde{x}/n$.

Результаты расчетов и их обсуждение

Вначале продемонстрируем метод расчета спектров отражения многослойных структур при прохождении через них сверхкоротких оптических импульсов. В качестве примера рассмотрим распространение светового импульса длительностью $\tau_i = 5$ фс (длина волны $\lambda_0 = 1$ мкм) через структуру, состоящую из чередующихся слоев с показателями преломления $n_1 = 1,45$ (SiO_2) и $n_2 = 2,28$ (TiO_2). Толщина слоев подбиралась таким образом, чтобы оптическая длина пути составляла четверть длины волны падающего излучения: $n_i L_i \approx \lambda_0/4$. В таком случае реализуется интерференционное усиление отраженной волны, и многослойная структура соответствует диэлектрическому зеркалу [6]. Отметим, что рассматриваемые материалы прозрачны в широком диапазоне длин волн видимого и ближнего инфракрасного диапазона [7].

При численном решении системы уравнений (6) – (7) вся расчетная область вдоль оси распространения светового импульса разбивалась на пространственные ячейки с шагом $\Delta x = \lambda_0/200$ ($\Delta \tilde{x} = 1/200$), что не только обеспечивало выполнение требований устойчивости численного решения системы уравнений Максвелла *FDTD*-методом ($\Delta x \leq \lambda_0/20$), но и позволяло с большой степенью точности аппроксимировать структуру каждого диэлектрического слоя. Световой импульс на границе расчетной области $x = 0$ моделировался функцией $E(x = 0, t) = E_0 \exp\left[-\frac{(t-t_0)^2}{\tau_i^2}\right] \sin\left(2\pi \frac{c}{\lambda_0} t\right)$. На рис. 1, а, представлено мгновенное распределение напряженности в падающем световом импульсе, а на рис. 1, б, – распределения напряженности в отраженном и прошедшем импульсах. На вставке к рис. 1, б, изображено пространственное распределение показателя преломления в многослойной структуре. Выполняя фурье-преобразование над временными функциями падающего, отраженного и прошедшего импульсов, можно рассчитать их частотные спектры $\hat{E}_i(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E_i(t) e^{-i\omega t} dt$, которые представлены на рис. 1, в,

с учетом нормировки на максимальное значение на несущей частоте. Как видно, для рассматриваемого примера при $\omega \approx \omega_0$ ($\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$) амплитуда отраженного сигнала практически равна амплитуде

падающего, что соответствует высокому коэффициенту отражения от рассматриваемой многослойной диэлектрической структуры. В то же время при отстройке от несущей частоты ($\omega \approx 0,8\omega_0$ или $\omega \approx 1,2\omega_0$) наблюдается обратная зависимость – амплитуда прошедшего сигнала намного превосходит амплитуду отраженного. С использованием данного графика были рассчитаны энергетические спектры отражения различных многослойных диэлектрических структур $R(\omega) = E_{\text{отр}}^2(\omega)/E_{\text{пад}}^2(\omega)$ (рис. 1, з). В отсутствие поглощения спектр пропускания диэлектрической структуры однозначно рассчитывается из спектра отражения: $T(\omega) = 1 - R(\omega)$. Таким образом, в одном численном эксперименте удается рассчитать спектры отражения и пропускания многослойной диэлектрической структуры в принципе произвольной конфигурации. Отметим, что для рассматриваемого примера увеличение числа слоев приводит к значительному увеличению коэффициента отражения в области несущей частоты (см. рис. 1, з) и формированию так называемой фотонной запрещенной зоны одномерного фотонного кристалла [3].

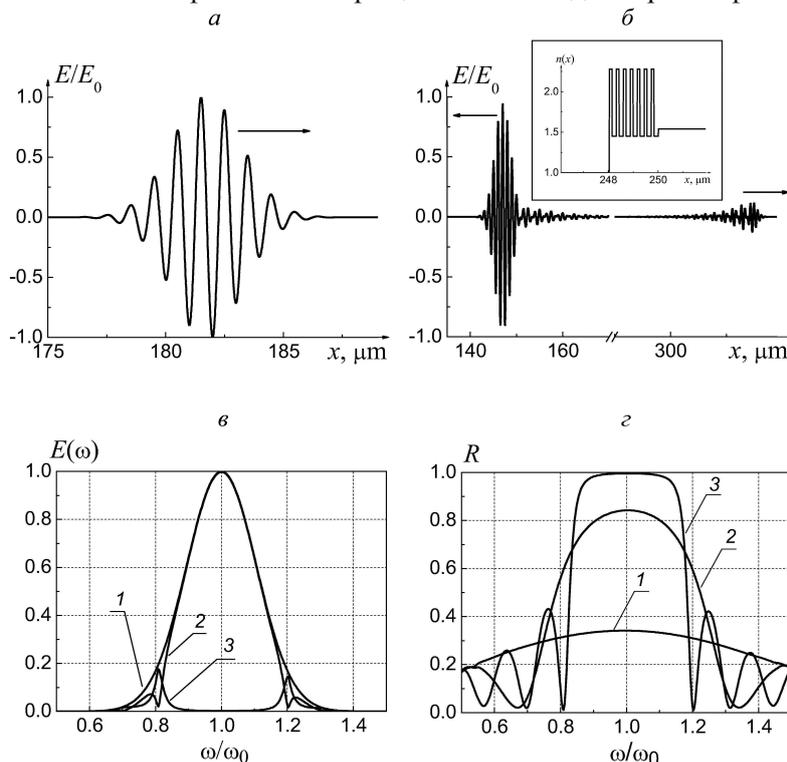


Рис. 1. Мгновенное распределение напряженности электрического поля входного (а), отраженного и прошедшего (б) световых импульсов (стрелки указывают направление распространения); в – фурье-спектр световых импульсов (1 – падающего, 2 – отраженного, 3 – прошедшего); з – спектр отражения многослойной диэлектрической структуры (1 – $N=1$; 2 – $N=3$; 3 – $N=7$)

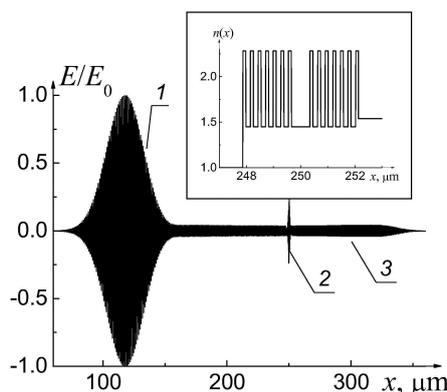


Рис. 2. Мгновенное распределение напряженности электрического поля после отражения светового импульса от микрорезонатора: 1 – отраженный импульс, 2 – поле внутри резонатора, 3 – прошедший импульс

Далее рассмотрим задачу об отражении сверхкороткого светового импульса длительностью $\tau_i = 50$ фс (длина волны $\lambda_0 = 1$ мкм) от многослойной диэлектрической структуры с дефектным слоем (микрорезо-

натора). Микрорезонатор состоит из двух зеркал, сформированных из чередующихся диэлектрических слоев с показателями преломления $n_1 = 1,45$ (SiO_2) и $n_2 = 2,28$ (TiO_2) толщиной $n_i L_i \approx \lambda_0/4$ и слоя внутрирезонаторного материала с показателем преломления $n_1 = 1,45$ и толщиной $n_1 L_c \approx (2m-1)\lambda_0/2$ ($m = 1, 2, \dots$). Вся структура расположена на подложке стекла ВК-7 ($n = 1,54$). Распределение показателя преломления такой структуры представлено на вставке к рис. 2. В результате проведенных численных экспериментов была изучена структура светового поля отраженного и прошедшего сигналов, а также поля внутри резонатора (см. рис. 2), рассчитаны спектры отражения микрорезонатора в зависимости от параметров диэлектрических слоев (рис. 3, а–в).

Так, на рис. 2 представлено мгновенное распределение напряженности электрического поля после отражения светового импульса от микрорезонатора, состоящего из диэлектрических зеркал с числом чередующихся слоев $N=7$ и внутрирезонаторного слоя $n_1 L_c \approx \lambda_0/2$. Как видно, отраженный импульс I характеризуется наличием двух временных компонент, одна из которых воспроизводит по форме и длительности падающий световой импульс, а вторая представляет собой слабо затухающий практически монохроматический сигнал, формируемый при медленном затухании поля внутри резонатора 2. Прошедший импульс 3 характеризуется слабым временным затуханием и узким спектральным составом. В спектре отражения такой структуры вблизи несущей частоты $\omega \approx \omega_0$ формируется провал, спектральная ширина которого $\Delta\omega$ сужается при увеличении числа диэлектрических слоев, формирующих зеркала резонатора (рис. 3, а). Положение и количество пиков пропускания микрорезонатора зависит от толщины внутрирезонаторного слоя $n_1 L_c$. Как видно из рис. 3 б, отклонение $n_1 L_c$ от полуволновой толщины (даже в пределах шага аппроксимации структуры) дает существенное смещение максимума пропускания микрорезонатора. Увеличение базы резонатора на величину, кратную длине волны излучения λ_0 , приводит к формированию многомодовой структуры электромагнитного поля внутри резонатора и, как следствие, нескольких пиков пропускания (рис. 3, в).

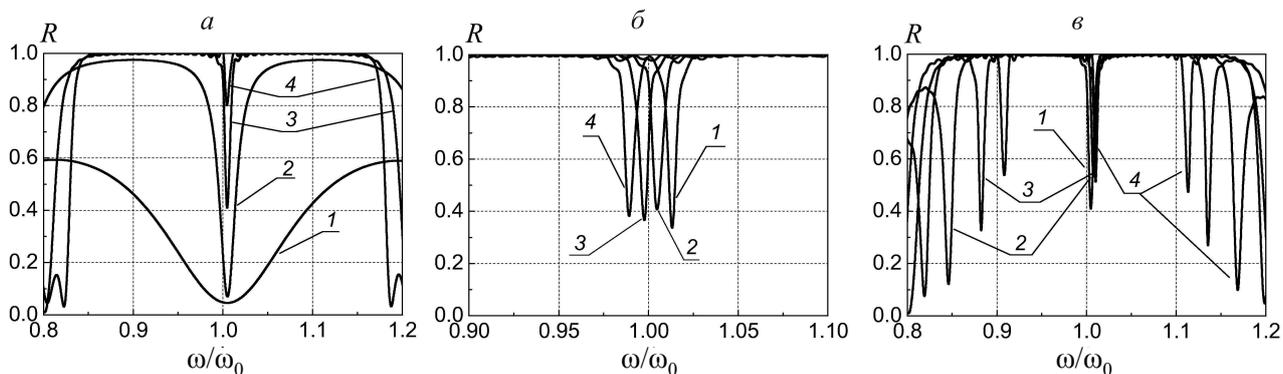


Рис. 3. Спектры отражения микрорезонатора:
 а – в зависимости от числа диэлектрических слоев, формирующих зеркала ($1 - N=1$; $2 - N=3$; $3 - N=5$; $4 - N=7$);
 б, в – в зависимости от толщины внутрирезонаторного слоя при $N=7$
 (б: $1 - n_1 L_c = 0,4785\lambda_0$, $2 - 0,493\lambda_0$, $3 - 0,5075\lambda_0$, $4 - 0,522\lambda_0$; в: $1 - n_1 L_c \approx \lambda_0/2$, $2 - 3\lambda_0/2$, $3 - 5\lambda_0/2$, $4 - 7\lambda_0/2$)

В заключение отметим, что разработанные в данной работе модели распространения сверхкоротких световых импульсов в периодических микроструктурах и микрорезонаторах могут быть развиты для исследования нелинейно-оптических эффектов взаимодействия лазерного излучения с неоднородными средами, в частности, для анализа задачи о режиме оптической бистабильности в нелинейных микрорезонаторах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гапоненко С. В., Розанов Н. Н., Ивченко Е. Л., Федоров А. В., Бонч-Бруевич А. М., Вартамян Т. А., Пржибельский С. Г. Оптика наноструктур. СПб., 2005.
2. Кившарь Ю. С., Агравал Г. П. Оптические солитоны. От волоконных световодов к фотонным кристаллам. М., 2005.
3. Joannopoulos J. D., Johnson S. G., Winn J. N., Meade R. D. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. Princeton University Press, 2008.
4. Yee K. S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media // IEEE Trans. Antennas Propagat. 1966. Vol. AP-14. P. 302–307.
5. Kawano K., Kitoh T. Introduction to Optical Waveguide Analysis: Solving Maxwell's Equations and the Schrödinger Equation. John Wiley and Sons Inc. 2001.
6. Звелто О. Принципы лазеров. М., 1990.
7. Hummel R. E., Guenther K. H. (Eds.). Handbook of Optical Properties, Thin Films for Optical Coatings. CRC-Press, 1995.

Поступила в редакцию 17.12.13.

Нушин Дадашзаде – аспирант кафедры лазерной физики и спектроскопии. Научный руководитель – О. Г. Романов.
Олег Геннадьевич Романов – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры лазерной физики и спектроскопии.