УДК 512.542

Р. В. БОРОДИЧ

О ПЕРЕСЕЧЕНИИ *A*-ДОПУСТИМЫХ МАКСИМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП, НЕ СОДЕРЖАЩИХ $\mathfrak{I}$-РАДИКАЛ

В теории конечных групп особую роль играют максимальные подгруппы, а также связанные с ними различные обобщения подгруппы Фраттини. Данная статья посвящена исследованию в группах с операторами пересечений максимальных подгрупп, не содержащих $\mathfrak{I}$-корадикал, которые либо содержат, либо не содержат $\mathfrak{I}$-радикал, где $\mathfrak{I}$ – формация Фиттинга. В частности, в качестве следствия из результатов работы вытекает, что если в разрешимой группе G с определенной группой операторов A существуют ненильпотентные абнормальные максимальные A-допустимые подгруппы, не содержащие подгруппу Фиттинга $F(G)$, то пересечение всех таких подгрупп совпадает с подгруппой $\Delta(G, A)$ и, как следствие, является нильпотентной подгруппой, а пересечение абнормальных максимальных A-допустимых подгрупп, содержащих подгруппу Фиттинга $F(G)$, – метанильпотентной подгруппой.

Ключевые слова: формация; нормальная подгруппа; максимальная подгруппа; группа операторов.

In the theory of finite groups the objects which are extremely situated in the group, take the central position. In the first place, maximal subgroups belong to these objects. This paperwork is dedicated to the investigations within the groups with the operators of maximal groups crossing without $\mathfrak{I}$-residual which either contain or not $\mathfrak{I}$-radical, where $\mathfrak{I}$ is Firting’s formation. Particularly, according to the results of the investigation, there is a conclusion that if there are Fitting $F(G)$ free nonnilpotent abnormal maximal A-permissible subgroups in solvable group G with a certain group of A operators, the crossing of all such groups coincides with the $\Delta(G, A)$ group is the nilpotent subgroup. The crossing of the abnormal maximal A-permissible subgroups with the Fitting $F(G)$ subgroup is the metanilpotent group.

Key words: formation; normal subgroups; maximal subgroup; group of operators.

Все рассматриваемые в статье группы предполагаются конечными. В теории конечных групп центральное место занимают объекты, экстремально расположенные в группе. К таким объектам в первую очередь относятся максимальные подгруппы. Одно из направлений теории пересечений максимальных подгрупп связано с задачей о свойствах пересечений заданных максимальных подгрупп и исследовании влияния этих свойств на подгрупповое и нормальное строение группы. Данное направление берет начало в работе Фраттини [1], установившего нильпотентность пересечения $\Phi(G)$ всех максимальных подгрупп конечной группы G. Полученные им результаты в дальнейшем развивались в работах [2] и [3].

В настоящее время одно из направлений развития данной теории связано с исследованием пересечений максимальных подгрупп, не содержащих некоторую нормальную подгруппу конечной группы [4]. Данная статья посвящена разитию указанного направления в группах с операторами.

1. Определения и обозначения

Через M_G обозначают ядро подгруппы M в группе G (т. е. пересечение всех подгрупп из G, сопряженных с подгруппой M).

Учитывая, что максимальные подгруппы оказывают существенное влияние на строение конечных групп, рассмотрим максимальные подгруппы среди подгрупп, обладающих общим заданным свойством, и изучим их пересечения и влияние на нормальное строение группы.

Напомним, что класс групп – всякое множество групп, содержащее вместе с каждой своей группой G и все группы, изоморфные G.

Класс групп $\mathfrak{F}$ называется формацией, если выполняются следующие условия:

1) $G \in \mathfrak{F}$ и $N \lhd G$, то $G / N \in \mathfrak{F}$;

2) $G / N_1 \in \mathfrak{F}$ и $G / N_2 \in \mathfrak{F}$, то $G / N_1 \cap N_2 \in \mathfrak{F}$.

Отображение f класса G всех групп в множество классов групп называют экраном, если для любой группы G выполняются следующие условия:

1) $f(G)$ – формация;

2) $f(G) \subseteq f\left(G^{\varphi}\right) \cap f\left(\operatorname{Ker} \varphi\right)$ для любого гомоморфизма φ группы G;

3) $f(1) = G$.

Экран f называют локальным, если для любого простого числа p он принимает одинаковые значения на всех неединичных p-группах и $f(G) = \bigcap_{p \in \pi(G)} f(p)$ для любой группы G.

Формацию $\mathfrak{F}$ называют локальной, если она имеет хотя бы один локальный экран.

Формация Фиттинга – нормально наследственная формация $\mathfrak{F}$, замкнутая относительно произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп.

Пусть $\mathfrak{F}$ – формация. Тогда через $G^{\mathfrak{F}}$ обозначается $\mathfrak{F}$-корадикал группы G – пересечение всех нормальных подгрупп N группы, для которых $G / N \in \mathfrak{F}$. Если $\mathfrak{F}$ – формация, замкнутая относительно произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп, то наибольшую нормальную $\mathfrak{F}$-подгруппу называют $\mathfrak{F}$-радикалом группы G и обозначают $G_{\mathfrak{F}}$.

Пусть даны группа G, множество $A \subset \operatorname{End}(G)$, где $\operatorname{End}(G)$ – множество эндоморфизмов группы G. Подгруппа M называется A-допустимой, если M выдерживает действие всех операторов из A, т. е. $M^{\alpha} \subseteq M$ для любого оператора $\alpha \in A$.

Несложно заметить, что поскольку операторы действуют как соответствующие им эндоморфизмы, то каждая характеристическая подгруппа является A-допустимой для произвольной группы операторов.

Обозначим через $\Phi(G, A)$ пересечение ядер всех максимальных A-допустимых подгрупп. Если таких подгрупп в группе G нет, то положим $\Phi(G, A) = G$.

Заметим, что максимальная A-допустимая подгруппа M либо целиком содержит $\mathfrak{F}$-радикал группы G, либо $MG_{\mathfrak{F}} = G$. Поскольку произведение A-допустимых подгрупп A-допустимо и $G_{\mathfrak{F}}$ – характеристическая подгруппа, а, следовательно, A-допустимая, то $MG_{\mathfrak{F}} = M$ или $MG_{\mathfrak{F}} = G$. Аналогичные рассуждения верны и для $\mathfrak{F}$-корадикала.

Пусть $\mathfrak{F}$ – формация, через $D^{\mathfrak{F}}(G, A)$ обозначим подгруппу, равную пересечению ядер всех максимальных A-допустимых подгрупп группы G, не содержащих $\mathfrak{F}$-корадикал.

Пусть $\mathfrak{F}$ – формация, замкнутая относительно произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп. Введем следующие обозначения:

- $\overline{D}^{\mathfrak{F}}_{\overline{G}_{\mathfrak{F}}}(G, A)$ – подгруппа группы G, равная пересечению ядер всех максимальных A-допустимых подгрупп группы G, не содержащих $\mathfrak{F}$-радикал, $\mathfrak{F}$-корадикал и не принадлежащих формации $\mathfrak{F}$;

- $D^{\mathfrak{F}}_{\overline{G}_{\mathfrak{F}}}(G, A)$ – подгруппа группы G, равная пересечению ядер всех максимальных A-допустимых подгрупп группы G, не содержащих $\mathfrak{F}$-радикал и $\mathfrak{F}$-корадикал;

- $D^{\mathfrak{F}}_{G_{\mathfrak{F}}}(G, A)$ – подгруппа группы G, равная пересечению ядер всех максимальных A-допустимых подгрупп группы G, содержащих $\mathfrak{F}$-радикал и не содержащих $\mathfrak{F}$-корадикал.

Если A – единичная группа операторов, то понятия A-допустимой максимальной подгруппы, не содержащей $\mathfrak{F}$-корадикал, и максимальной $\mathfrak{F}$-абнормальной подгруппы совпадают. В этом случае будем использовать обозначения $\overline{\Phi}^{\mathfrak{F}}_{\overline{G}_{\mathfrak{F}}}(G)$, $\Phi^{\mathfrak{F}}_{\overline{G}_{\mathfrak{F}}}(G)$, $\Phi^{\mathfrak{F}}_{G_{\mathfrak{F}}}(G)$.

Напомним, что подгруппой Гашюца $\Delta(G)$ называют подгруппу, равную пересечению всех ненормальных максимальных подгрупп группы G, а $\Delta^{\mathfrak{F}}(G)$ – подгруппой, равной пересечению всех $\mathfrak{F}$-абнормальных максимальных подгрупп группы G [2, 3].

Всегда полагаем, что пересечение пустого множества подгрупп из G совпадает с самой группой G.

Необходимо отметить, что не каждая максимальная подгруппа будет максимальной A-допустимой относительно некоторой группы операторов A, а также не всякая максимальная A-допустимая подгруппа группы является максимальной подгруппой в этой же группе.

Пример 1.1. Пусть Q – группа кватернионов 8-го порядка. Рассмотрим $G = [Q]Z_3$, где Z_3 – группа операторов для Q. В группе Q подгруппа K порядка 2 является максимальной допустимой относительно группы операторов Z_3, но не является максимальной подгруппой группы Q.

Пример 1.2. Рассмотрим группу

$$G^* = \langle a,b,c \mid a^2 = b^3 = c^3 = 1, bc = cb, b^a = c \rangle \cdot$$

Тогда $G^* = [G]A$, где $G = \langle b \rangle \cdot \langle c \rangle$ и $A = \langle a \rangle$ – группа операторов группы G. Простая проверка показывает, что в группе G есть максимальная A-допустимая подгруппа $H = \langle bc \rangle$ порядка 3, но не все подгруппы порядка 3, например b, являются A-допустимыми. Отмеченный класс групп становится достаточно широким, если образовать группу $R = G^* \cdot Q$, где Q – сверхразрешимая группа и $(|G|,|Q|) = 1$.

2. Вспомогательные результаты

Теорема 2.1 [4]. *Пусть $\mathfrak{I}$ – S_n-замкнутая локальная формация и группа G имеет группу операторов A такую, что $(|G|,|A|) = 1$. Тогда $D^{\mathfrak{I}}(G,A) = A \times B$, где $A \in \mathfrak{I}$, $B \subseteq \Phi(G,A)$, $\pi(B) \cap \pi(\mathfrak{I}) = \varnothing$.*

Теорема 2.2 [4]. *Пусть $\mathfrak{I}$ – S_n-замкнутая локальная формация и группа G имеет группу операторов A такую, что $(|G|,|A|) = 1$. Если N – нормальная A-допустимая подгруппа группы G и $N / N \cap D^{\mathfrak{I}}(G,A) \in \mathfrak{I}$, тогда N представима в виде прямого произведения $N = N_1 \times N_2$, множители которого удовлетворяют следующим условиям:*

1) $N_1 \in \mathfrak{I}$;

2) $\pi(N_2) \cap \pi(\mathfrak{I}) = \varnothing$;

3) $N_2 \subseteq \Phi(G,A)$.

Теорема 2.3 [4]. *Пусть группа G имеет группу операторов A, $\mathfrak{I}$ – формация. Если в группе G существуют максимальные A-допустимые подгруппы, не содержащие $\mathfrak{I}$-корадикал и не принадлежащие $\mathfrak{I}$, тогда пересечение всех таких подгрупп совпадает с $D^{\mathfrak{I}}(G,A)$.*

3. Основной результат

Теорема 3.1. *Пусть группа G имеет группу операторов A такую, что $(|G|,|A|) = 1$, $\mathfrak{I}$ – локальная формация Фиттинга, содержащая все нильпотентные группы и $D^{\mathfrak{I}}(G,A) \neq G$. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) $D^{\mathfrak{I}}(G,A) \subseteq G_{\mathfrak{I}}$, *если G – разрешимая неединичная группа, то* $D^{\mathfrak{I}}(G,A) \subset G_{\mathfrak{I}}$;

2) $\left(G / D^{\mathfrak{I}}(G,A)\right)_{\mathfrak{I}} = G_{\mathfrak{I}} / D^{\mathfrak{I}}(G,A)$.

Доказательство. Из теоремы 2.1 следует, что $D^{\mathfrak{I}}(G,A) \in \mathfrak{I}$. Следовательно, $D^{\mathfrak{I}}(G,A) \subseteq G_{\mathfrak{I}}$. Пусть G – разрешимая неединичная группа. Тогда $G / D^{\mathfrak{I}}(G,A)$ – разрешима и неединична. Пусть $B / D^{\mathfrak{I}}(G,A)$ – минимальная нормальная подгруппа в $G / D^{\mathfrak{I}}(G,A)$. Поскольку $B / D^{\mathfrak{I}}(G,A)$ – p-группа для некоторого простого p, а формация $\mathfrak{I}$ содержит все нильпотентные группы, то по теореме 2.2 $B \in \mathfrak{I}$, а это значит, что $B \subseteq G_{\mathfrak{I}}$. Следовательно, $D^{\mathfrak{I}}(G,A) \subset G$.

Если $\left(G / D^{\mathfrak{I}}(G,A)\right)_{\mathfrak{I}} = K / D^{\mathfrak{I}}(G,A)$, то по теореме 2.2 $K \in \mathfrak{I}$, поэтому $K \subseteq G_{\mathfrak{I}}$ и $\left(G / D^{\mathfrak{I}}(G,A)\right)_{\mathfrak{I}} \subseteq G_{\mathfrak{I}} / D^{\mathfrak{I}}(G,A)$. Обратное включение следует из определения подгруппы $G_{\mathfrak{I}}$.

Если группа операторов A является тривиальной, то имеет место следующее следствие.

Следствие 3.1.1. *Пусть $\mathfrak{I}$ – локальная формация Фиттинга, содержащая все нильпотентные группы. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) $\Delta^{\mathfrak{I}}(G) \subseteq G_{\mathfrak{I}}$; *если G – разрешимая неединичная группа, то* $\Delta^{\mathfrak{I}}(G) \subset G_{\mathfrak{I}}$;

2) $\left(G / \Delta^{\mathfrak{I}}(G)\right)_{\mathfrak{I}} = G_{\mathfrak{I}} / \Delta^{\mathfrak{I}}(G)$.

Теорема 3.2. *Пусть группа G имеет группу операторов A такую, что $(|G|,|A|) = 1$, $\mathfrak{I}$ – локальная формация Фиттинга, содержащая все нильпотентные группы, тогда в разрешимой группе справедливы следующие утверждения:*

1) $D^{\mathfrak{I}}_{\overline{G}_{\mathfrak{I}}}(G,A) = D^{\mathfrak{I}}(G,A)$;

2) *если G – не $\mathfrak{I}$-группа, то* $D^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A) \in \mathfrak{I}^2$.

Доказательство. Подгруппы $D^{\mathfrak{I}}_{\overline{G}_{\mathfrak{I}}}(G,A)$ и $D^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)$ являются характеристическими в G и

$$D^{\mathfrak{I}}_{\overline{G}_{\mathfrak{I}}}(G,A) \cap D^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A) = D^{\mathfrak{I}}(G,A).$$

Для факторгруппы $G / D^{\mathfrak{I}}(G,A)$ выполняется

$$\left(G / D^{\mathfrak{I}}(G,A)\right)_{\mathfrak{I}} = G_{\mathfrak{I}}(G) / D^{\mathfrak{I}}(G,A),$$

поэтому

$$D^{\mathfrak{I}}_{\overline{G}_{\mathfrak{I}}}\left(G / D^{\mathfrak{I}}(G,A)\right) = D^{\mathfrak{I}}_{\overline{G}_{\mathfrak{I}}}(G,A) / D^{\mathfrak{I}}(G,A).$$

Предположим, что $D^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)/D^{\mathfrak{I}}(G,A)\neq 1$ и пусть $K/D^{\mathfrak{I}}(G,A)$ – минимальная нормальная подгруппа в $G/D^{\mathfrak{I}}(G,A)$, содержащаяся в $D^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)/D^{\mathfrak{I}}(G,A)$. Поскольку формация $\mathfrak{I}$ включает формацию всех нильпотентных групп, то $K/D^{\mathfrak{I}}(G,A)\in\mathfrak{I}$ и по теореме 2.2 $K\in\mathfrak{I}$. Следовательно, $K\subseteq G_{\mathfrak{I}}$. Тогда

$$K\subseteq D^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)\cap D^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A),$$

получили противоречие. Значит, допущение неверно и $D^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)/D^{\mathfrak{I}}(G,A)=1$, а следовательно, $D^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)=D^{\mathfrak{I}}(G,A)$.

Пусть G – разрешимая не $\mathfrak{I}$-группа. Из того, что $G_{\mathfrak{I}}\subseteq D^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)G_{\mathfrak{I}}$ и $D^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)/G_{\mathfrak{I}}=D^{\mathfrak{I}}(G/G_{\mathfrak{I}},A)$, следует, что подгруппа $D^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)\in\mathfrak{I}^2$.

Следствие 3.2.1. *Пусть группа G имеет группу операторов A такую, что* $(|G|,|A|)=1$, $\mathfrak{I}$ *– локальная формация Фиттинга, содержащая все нильпотентные группы, тогда в разрешимой неединичной группе подгруппа* $D^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)\in\mathfrak{I}$.

Если группа операторов A является тривиальной, то имеет место следующее следствие.

Следствие 3.2.2. *Пусть* $\mathfrak{I}$ *– локальная формация Фиттинга, содержащая все нильпотентные группы. Тогда для разрешимой группы G справедливы следующие утверждения:*

1) $\Phi^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G)=\Delta^{\mathfrak{I}}(G)$;

2) *если* $G\notin\mathfrak{I}$, *то* $\Phi^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G)\in\mathfrak{I}^2$.

Следствие 3.2.3. *Пусть* $\mathfrak{I}$ *– локальная формация Фиттинга, содержащая все нильпотентные группы. Тогда в разрешимой группе G подгруппа* $\Phi^{\mathfrak{I}}_{\overline{G}_{\mathfrak{I}}}(G)$ *принадлежит* $\mathfrak{I}$.

Если группа операторов A является тривиальной, а формация $\mathfrak{I}$ совпадает с формацией всех нильпотентных групп, то из теоремы 3.2 получаем следствие.

Следствие 3.2.4. *В разрешимой группе G пересечение абнормальных максимальных подгрупп, не содержащих* $F(G)$, *совпадает с* $\Delta(G)$, *а пересечение абнормальных максимальных подгрупп, содержащих* $F(G)$, *метанильпотентно.*

Из следствия 3.2.4 вытекает соответствующий результат работы [5].

Теорема 3.3. *Пусть группа G имеет группу операторов A такую, что* $(|G|,|A|)=1$, $\mathfrak{I}$ *– локальная формация Фиттинга, содержащая все нильпотентные группы,* G *– разрешимая группа. Если* $\overline{D}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)\neq G$, *то* $\overline{D}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)=D^{\mathfrak{I}}(G,A)$.

Доказательство. Пусть G обладает максимальными A-допустимыми подгруппами, не содержащими $\mathfrak{I}$-корадикал, не содержащими $G_{\mathfrak{I}}$ и не принадлежащими $\mathfrak{I}$. Несложно заметить, что

$$D^{\mathfrak{I}}(G,A)\subseteq\overline{D}^{\mathfrak{I}}(G,A)\subseteq\overline{D}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)$$

и согласно теореме 2.3 $D^{\mathfrak{I}}(G)=\overline{D}^{\mathfrak{I}}(G,A)$.

Пусть подгруппа $\overline{D}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)$ не совпадает с подгруппой $\overline{D}^{\mathfrak{I}}(G,A)$, тогда $\overline{D}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)/\overline{D}^{\mathfrak{I}}(G,A)\neq 1$ и пусть $K/\overline{D}^{\mathfrak{I}}(G,A)$ – минимальная нормальная подгруппа в $G/\overline{D}^{\mathfrak{I}}(G,A)$, содержащаяся в $\overline{D}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)/\overline{D}^{\mathfrak{I}}(G,A)$. Поскольку формация $\mathfrak{I}$ включает формацию всех нильпотентных групп, то $K/\overline{D}^{\mathfrak{I}}(G,A)\in\mathfrak{I}$. Тогда на основании теорем 2.2 и 2.3 следует, что $K\in\mathfrak{I}$. Откуда получаем, что $K\subseteq G_{\mathfrak{I}}$. Тогда

$$K\subseteq\overline{D}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)\cap\overline{D}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A),$$

имеем противоречие. Значит, допущение неверно и $\overline{D}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)/\overline{D}^{\mathfrak{I}}(G,A)=1$, откуда следует, что $\overline{D}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)=D^{\mathfrak{I}}(G,A)$.

Применяя теорему 2.2, получаем следствие.

Следствие 3.3.1. *Пусть группа G имеет группу операторов A такую, что* $(|G|,|A|)=1$, $\mathfrak{I}$ *– локальная формация Фиттинга, содержащая все нильпотентные группы, G – разрешимая группа. Если* $\overline{D}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)\neq G$, *то* $\overline{D}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G,A)\in\mathfrak{I}$.

В случае когда группа операторов A является тривиальной, из теоремы 3.3 имеем следствие.

Следствие 3.3.2. *Пусть* $\mathfrak{I}$ *– локальная формация Фиттинга, содержащая все нильпотентные группы, G – разрешимая группа. Если* $\overline{\Phi}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G)\neq G$, *то* $\overline{\Phi}^{\mathfrak{I}}_{G_{\mathfrak{I}}}(G)=\Delta^{\mathfrak{I}}(G)\in\mathfrak{I}$.

Если группа операторов A является тривиальной, а $\mathfrak{I}$ – формация всех нильпотентных групп, тогда из теоремы 3.3 имеем следствие.

Следствие 3.3.3. *Пусть G – разрешимая группа. Если в группе G существуют ненильпотентные абнормальные максимальные подгруппы, не содержащие подгруппу Фиттинга $F(G)$, то пересечение всех таких подгрупп совпадает с подгруппой Гашюца $\Delta(G)$.*

Из следствия 3.3.3 вытекает соответствующий результат работы [5].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Frattini G. Intorno alla generasione dei gruppi di operazioni // Atti Acad. Dei Lincei. 1885. Vol. 1. P. 281–285.
2. Шеметков Л. А. Формации конечных групп. М., 1978.
3. Селькин М. В. Максимальные подгруппы в теории классов конечных групп. Минск, 1997.
4. Бородич Е. Н., Бородич Р. В., Селькин М. В. О пересечении подгрупп в группах с операторами // Вестн. БГУ. Сер. 1, Физика. Математика. Информатика. 2012. С. 54–62.
5. Монахов В. С. Замечания о максимальных подгруппах конечных групп // Докл. НАН Беларуси. 2003. Т. 47, № 4. С. 31–33.

Поступила в редакцию 29.10.2013.

Руслан Викторович Бородич – кандидат физико-математических наук, доцент, начальник научно-исследовательского сектора Гомельского государственного университета им. Франциска Скорины.