УДК 535.13

Н. ДАДАШЗАДЕХ, О. Г. РОМАНОВ

ДИНАМИКА ОТРАЖЕНИЯ СВЕРХКОРОТКИХ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ ОТ НЕЛИНЕЙНОГО МИКРОРЕЗОНАТОРА В РЕЖИМЕ ОПТИЧЕСКОЙ БИСТАБИЛЬНОСТИ

Развита теоретическая модель распространения сверхкоротких световых импульсов в нелинейных микрорезонаторах, основанная на прямом численном решении уравнений Максвелла методом конечно-разностной аппроксимации во временной области. Исследованы спектры пропускания, переходные характеристики микрорезонатора с керровской нелинейностью, пространственная и временная структура сверхкоротких световых импульсов в режиме оптической бистабильности. Проведено сравнение полученных результатов с моделью среднего поля, примененной для случая одномодового нелинейного интерферометра.

Ключевые слова: оптическая бистабильность; микрорезонатор; керровская нелинейность; уравнения Максвелла.

In this work, the theoretical model for propagation of ultrashort light pulses in nonlinear microresonators has been developed on the basis of a direct numerical solution of Maxwell equations by FDTD-method. Transmission spectra, transient characteristics of microresonators with Kerr-like nonlinearity, spatial-temporal structure of the light pulses in the mode of optical bistability have been studied. A comparative analysis of the results obtained with a single-longitudinal mode approximation of the mean-field theory has been performed.

Key words: optical bistability; microresonator; Kerr nonlinearity; Maxwell equations.

Развитие систем микро- и нанофотоники в последние годы привело к возобновлению интереса к явлению оптической бистабильности и управлению светом с помощью света [1], разработке оптических ограничителей и логических элементов, формированию диссипативных солитонов [2–4]. Повышенный интерес к подобным исследованиям связан с возможностью миниатюризации оптических устройств с одновременным сохранением преимуществ оптических методов обработки информации, включая параллельность обработки сигналов и коммутацию большого числа каналов. Перспективным является построение нелинейно-оптических систем на основе одномерных [5, 6] и двумерных [7, 8] фотонных кристаллов, микроструктурированных волноводов [9], фотонно-кристаллических микрорезонаторов [10].

Настоящая статья посвящена исследованию процессов распространения сверхкоротких световых импульсов в одномерных фотонных кристаллах с нелинейным микрорезонатором. Основное внимание уделяется моделированию переходной динамики данной оптической системы и исследованию закономерностей преобразования пространственно-временной структуры световых импульсов в режиме оптической бистабильности. Проводится сравнение результатов, полученных путем прямого численного моделирования системы уравнений Максвелла, с моделью среднего поля, разработанной для случая одномодового нелинейного интерферометра с керровской нелинейностью.

Теоретическая модель

Для описания явления оптической бистабильности в нелинейных интерферометрах развиты теоретические модели различной сложности. В данной работе рассмотрены два основных подхода. Первый заключается в прямом численном решении уравнений Максвелла методом конечно-разностной аппроксимации во временной области [11]. Он позволяет смоделировать динамику распространения световых импульсов в микрорезонаторах «из первых принципов», исследовать закономерности преобразования пространственной, временной и спектральной структуры светового поля. Второй подход, рассматриваемый в данной работе, основан на теории среднего поля нелинейного интерферометра. Он позволяет получить и проанализировать переходные и квазистационарные характеристики пропускания оптической системы для огибающих световых импульсов при длительностях, много больших времени установления поля в резонаторе [12].

Рассмотрим общую постановку задачи о распространении электромагнитного излучения в оптически неоднородной нелинейной среде с произвольным видом пространственной модуляции диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\vec{r},t,\vec{E}) = \varepsilon_l(\vec{r}) + 4\pi\chi_{\text{nl}}(\vec{r},t,\vec{E})$. При этом система уравнений Максвелла для векторов напряженности электрического и магнитного полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ для немагнитной среды в предположении отсутствия свободных зарядов выглядит следующим образом:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \tag{1}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \tag{2}$$

Для кубической нелинейности керровского типа $\chi^{(3)}$ с учетом конечного времени отклика среды τ_{rel} соотношение между векторами электрического смещения $\vec{D}$ и напряженности электрического поля $\vec{E}$ задается уравнениями:

$$\vec{D}(\vec{r},t) = \left[\varepsilon_l(\vec{r}) + 4\pi\chi_{\text{nl}}(\vec{r},t,\vec{E})\right]\vec{E}(\vec{r},t); \tag{3}$$

$$\tau_{\text{rel}}\frac{\partial \chi_{\text{nl}}}{\partial t} + \chi_{\text{nl}} = \chi^{(3)}\vec{E}^2. \tag{4}$$

Дальнейший анализ проведем для случая пространственно одномерной модуляции диэлектрической проницаемости $\varepsilon = \varepsilon(x)$. Введем безразмерные величины, используя формулы $x = \tilde{x}\lambda_0$ и $t = \tilde{t}T$, где λ_0 – длина волны в вакууме; $T = 1/\nu$ – период (ν – частота) электромагнитных колебаний. При этом система уравнений (1) – (2) с учетом формулы $c = \nu\lambda_0$ перепишется в виде

$$\frac{\partial \tilde{H}_{\tilde{z}}}{\partial \tilde{t}} = -\frac{\partial \tilde{E}_{\tilde{y}}}{\partial \tilde{x}}; \tag{5}$$

$$\frac{\partial \tilde{D}_{\tilde{y}}}{\partial \tilde{t}} = -\frac{\partial \tilde{H}_{\tilde{z}}}{\partial \tilde{x}}, \tag{6}$$

где $\tilde{H}_{\tilde{z}} = H_{\tilde{z}} / E_0$, $\tilde{E}_{\tilde{y}} = E_{\tilde{y}} / E_0$, $\tilde{D}_{\tilde{y}} = D_{\tilde{y}} / E_0$, E_0 – максимальное значение амплитуды светового импульса на входе в нелинейную среду.

Согласно FDTD-методу [11] дифференциальные уравнения (5) и (6) аппроксимируются следующими конечно-разностными уравнениями в пространстве и времени:

$$\tilde{H}_{\tilde{z}}^{l+1/2}(i+1/2) = \tilde{H}_{\tilde{z}}^{l-1/2}(i+1/2) - \frac{\Delta\tilde{t}}{\Delta\tilde{x}}\left[\tilde{E}_{\tilde{y}}^{l}(i+1) - \tilde{E}_{\tilde{y}}^{l}(i)\right]; \tag{7}$$

$$\tilde{D}_{\tilde{y}}^{l+1}(i) = \tilde{D}_{\tilde{y}}^{l}(i) - \frac{\Delta\tilde{t}}{\Delta\tilde{x}}\left[\tilde{H}_{\tilde{z}}^{l+1/2}(i+1/2) - \tilde{H}_{\tilde{z}}^{l+1/2}(i-1/2)\right], \tag{8}$$

где $\Delta\tilde{x}$ – шаг пространственной сетки вдоль координаты $\tilde{x}$; $\Delta\tilde{t}$ – шаг временной сетки. Искомые функции $F^l(i)$ относятся к узлам пространственно-временной сетки следующим образом: $F^l(i) = F(i\Delta\tilde{x}, l\Delta\tilde{t}) = F(\tilde{x},\tilde{t})$. При проведении расчетов необходимо учитывать условие Куранта для обеспечения стабильности численной схемы $\Delta t \le \Delta x / v$, где v – скорость света в среде.

Кинетическое уравнение для определения нелинейной восприимчивости среды (4) аппроксимируем в виде

$$\chi_{\text{nl}}^{l+1}(i) = \chi_{\text{nl}}^{l}(i) - \frac{\Delta\tilde{t}T}{\tau_{\text{rel}}}\chi_{\text{nl}}^{l}(i) + \frac{\Delta\tilde{t}T}{\tau_{\text{rel}}}\left[\chi^{(3)}E_0^2\right]\left(\tilde{E}_{\tilde{y}}^{l}\right)^2, \tag{9}$$

а для нахождения напряженности электрического поля в следующий момент времени будем использовать следующую аппроксимацию уравнения (3):

$$\tilde{E}_{\tilde{y}}^{l+1}(i) = \frac{\tilde{D}_{\tilde{y}}^{l+1}}{\varepsilon_l(i) + 4\pi\chi_{\text{nl}}^{l+1}(i)}. \tag{10}$$

Таким образом, численное решение системы уравнений (7) – (10) позволяет описать процесс распространения светового импульса произвольной формы и длительности через оптически неоднородную среду с учетом керровской нелинейности материала.

Как известно [1], функцию пропускания нелинейного интерферометра можно найти также, решив соответствующее волновое уравнение для медленно изменяющейся комплексной амплитуды светового поля

$$\frac{\partial E}{\partial z}+\frac{1}{v}\frac{\partial E}{\partial t}=i\frac{2\pi\omega}{cn_0}\left[\chi_l E+\chi_{\text{nl}}E\right] \tag{11}$$

с учетом начальных и граничных условий. Граничные условия вдоль оси резонатора, учитывающие переотражение световых волн от зеркал резонатора, записываются в виде [12]

$$E(0,t)=\sqrt{1-R}E_0+RE(L,t)\exp(-i2\phi_0),$$
$$E_{\text{вых}}(L,t)=\sqrt{1-R}E(L,t), \tag{12}$$

где R – коэффициент отражения зеркал интерферометра; начальная отстройка интерферометра от резонанса определяется как $\varphi_0=2\pi n_c L_c/\lambda_0-m\pi,$ где n_c – показатель преломления; L_c – длина резонатора; m – целое число; E_0 и $E_{\text{вых}}$ – амплитуда световой волны на входе и выходе нелинейного интерферометра.

Для изучения переходных процессов в нелинейных интерферометрах было предложено одномодовое приближение теории среднего поля, применяемое для случая высокой добротности интерферометра ($R\sim 1$) и малой отстройки от резонанса ($\varphi_0\ll 1$). В рамках данного приближения нахождение функции пропускания может быть также сведено к решению дифференциального уравнения для безразмерной комплексной амплитуды светового поля A на выходе интерферометра [13, 14]:

$$\tau_R\frac{\partial A}{\partial t}=A_0-A+iA\left(2\Phi_0+g\left|A\right|^2\right), \tag{13}$$

где A_0 – амплитуда световой волны на входе интерферометра; $\Phi_0=(2\pi n_c L_c/\lambda_0-m\pi)/(1-R)$ – нормированная начальная отстройка интерферометра от резонанса; коэффициент нелинейности $g=4\pi n_2 L/\lambda_0$; $\tau_R=2L/v(1-R)$ – время установления поля в интерферометре.

Результаты расчетов и их обсуждение

Рассмотрим задачу об отражении сверхкороткого светового импульса $E(t)=E_0\exp\left[-\frac{(t-t_0)^2}{2\tau_i^2}\right]\times$ $\times\sin\left(2\pi\frac{c}{\lambda_0}t\right)$ (длительность τ_i = 50 – 200 фс; длина волны λ_0 = 1мкм) от микрорезонатора с нелинейным слоем. По аналогии с работой [15] предположим, что микрорезонатор состоит из двух зеркал, сформированных из шести чередующихся диэлектрических слоев с показателями преломления n_1 = 1,45 и n_2 = 2,28 толщиной $n_i L_i\approx\lambda_0/4$ (коэффициент отражения каждого зеркала $R\approx$ 0,9) и слоя внутрирезонаторного материала с показателем преломления n_c = 1,6 и толщиной L_c = 0,9 мкм ($n_c L_c=1{,}44\lambda_0 0$). Вся структура расположена на подложке стекла ВК-7 (n = 1,54). Спектр пропускания данной структуры представлен на рис. 1 (кривая *1*). Одновременно кривая *2* характеризует частотный спектр сигнала $\hat{E}(\omega)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}E(t)e^{-i\omega t}dt$ для длительности импульса τ_i = 100 фс. Как видно, для рассматриваемого случая спектральная ширина светового импульса имеет одинаковый порядок величины со спектральной шириной пика пропускания микрорезонатора, а несущая частота ω_0 отстроена от пика пропускания на величину $\Delta\omega/\omega_0\sim 0{,}02$. Отметим, что длительность импульса τ_i = 100 фс при данных параметрах микрорезонатора также соответствует времени установления поля в резонаторе $\tau_R\sim$ 100 фс.

Как показали проведенные расчеты, в зависимости от соотношения между длительностью световых импульсов τ_i и временем установления поля в резонаторе τ_R, в свою очередь зависящего от коэффициента отражения зеркал микрорезонатора R и определяемого количеством диэлектрических слоев, реализуются различные динамические режимы пропускания и отражения микрорезонатора. При этом существенную роль играет также время релаксации нелинейности τ_{rel}, которое для электронного эффекта Керра имеет порядок 1–10 фс.

Рассчитанные зависимости интегрального пропускания микрорезонатора от квадрата амплитуды падающего светового импульса представлены на рис. 2. В случае $\tau_i<\tau_R$ (см. рис. 2, *а*) наблюдается плавный рост пропускания с увеличением энергии падающего импульса. Это происходит из-за наличия положительной нелинейной добавки к показателю преломления внутрирезонаторного материала, увеличивающей оптическую толщину слоя и сдвигающей пик пропускания микрорезонатора к несущей частоте светового импульса (см. рис. 1). Однако вследствие того, что спектральная ширина импульса

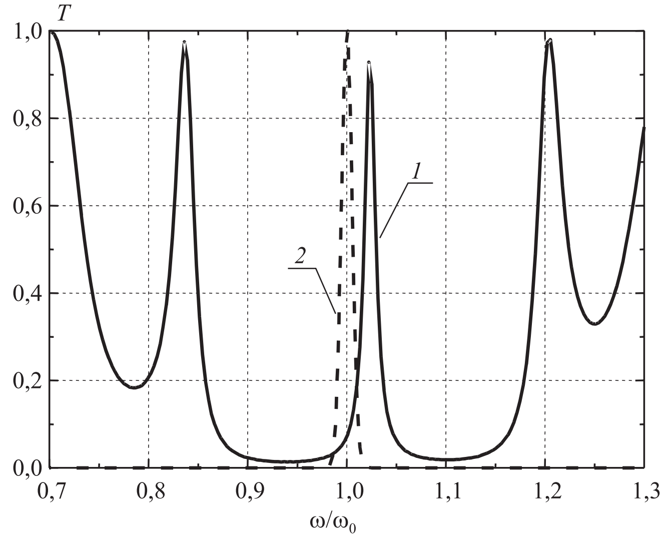
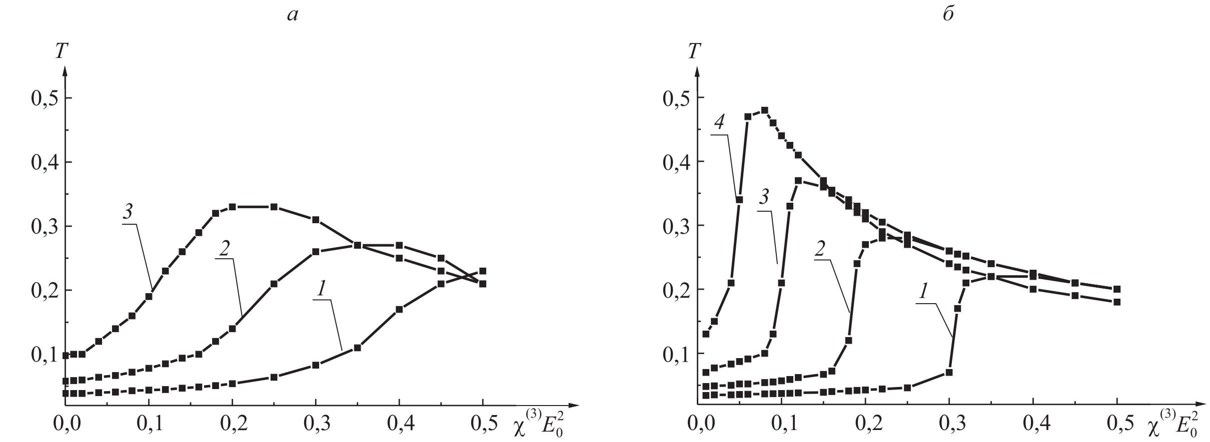


Рис. 1. Спектральные характеристики микрорезонатора и сверхкороткого импульса:
1 – спектр пропускания микрорезонатора; *2* – Фурье-спектр падающего светового импульса

превышает спектральную ширину пика пропускания микрорезонатора, условия для наблюдения эффекта оптической бистабильности не реализуются для всех спектральных компонент падающего импульса.

В случае, когда $\tau_i > \tau_R$ (см. рис. 2, *б*), зависимости интегрального пропускания микрорезонатора существенно видоизменяются: при определенных значениях энергии падающего импульса, зависящих от толщины слоя внутрирезонаторного материала L_c (кривые *1*–*4*), фактически определяющей начальную отстройку резонатора от максимума пропускания, наблюдается резкое увеличение пропускания при небольшом возрастании энергии светового импульса. Такое поведение функции пропускания нели-



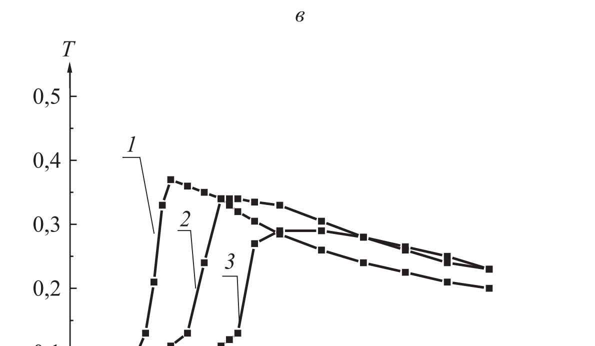


Рис. 2. Зависимость пропускания нелинейного микрорезонатора от квадрата амплитуды падающего светового импульса:
а – τ_i = 50 фс, τ_{rel} = 0 фс, L_c = 0,88 мкм (*1*), 0,89 мкм (*2*), 0,9 мкм (*3*); *б* – τ_i = 200 фс, τ_{rel} = 0 фс, L_c = 0,88 мкм (*1*), 0,89 мкм (*2*), 0,9 мкм (*3*), 0,91 мкм (*4*); *в* – τ_i = 200 фс, L_c = 0,9 мкм, τ_{rel} = 0 фс (*1*), 10 фс (*2*), 100 фс (*3*)

нейного интерферометра позволяет говорить о реализации режима оптической бистабильности. Учет конечного времени релаксации нелинейности (см. рис. 2, *в*) показывает, что с увеличением τ_{rel} порог переключения микрорезонатора в состояние с высоким пропусканием смещается в сторону больших энергий световых импульсов.

Численные расчеты показали, что существенные различия наблюдаются и в пространственно-временной структуре отраженного и прошедшего световых импульсов для случаев, соответствующих нижней и верхней ветвям кривой пропускания нелинейного микрорезонатора. Так, в случае малой амплитуды падающего импульса и отраженный, и прошедший световые импульсы не испытывают существенных изменений во временной форме (рис. 3, *а*). В то же время в режиме оптической бистабильности (см. рис. 3, *б*) можно отметить наличие характерных противофазных осцилляций временной огибающей в прошедшем и отраженном световых импульсах, сопровождающих процесс переключения интерферометра в состояние высокого пропускания. В хвостовой части импульсов также наблюдается кинетика, соответствующая обратному переключению прошедшего импульса в состояние с низкой амплитудой, а отраженного импульса – в состояние с высокой амплитудой. Поскольку длительность падающего светового импульса только в два раза превышает время установления поля в резонаторе ($\tau_i \approx 2\tau_R$), процессы бистабильного переключения носят существенно нестационарный характер.

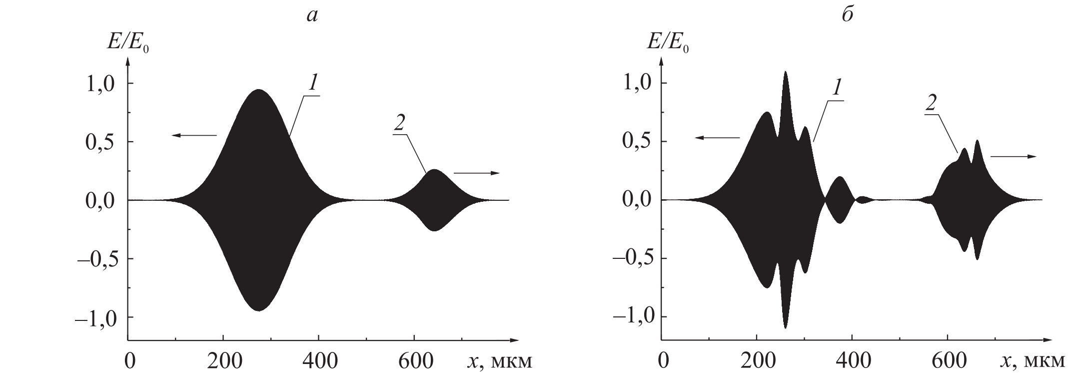


Рис. 3. Мгновенное распределение напряженности электрического поля после отражения светового импульса от нелинейного микрорезонатора: *1* – отраженный импульс; *2* – прошедший импульс. τ_i = 200 фс, τ_{rel} = 10 фс, L_c = 0,9 мкм, $\chi^{(3)}E_0^2$ = 0,1 (*а*), 0,3 (*б*). Стрелки указывают направления распространения импульсов

С увеличением длительности световых импульсов до $\tau_i \sim 10 \div 20\tau_R$ роль переходных процессов в динамике нелинейного микрорезонатора существенно снижается, что позволяет говорить о квазистационарных передаточных характеристиках. Численное решение уравнения (13) дало возможность исследовать кинетику пропускания (рис. 4, *а*) и рассчитать квазистационарную передаточную характеристику бистабильного интерферометра (см. рис. 4, *б*) для случаев относительно длинных световых импульсов. Как видно, прошедший через микрорезонатор световой импульс (см. рис. 4, *а*, кривая *2*) имеет временную огибающую, характеризующуюся наличием осцилляций интенсивности на переднем фронте. Отношение мгновенных значений интенсивности на выходе и входе интерферометра (см. рис. 4, *б*) позволяет говорить о квазистационарном режиме оптической бистабильности.

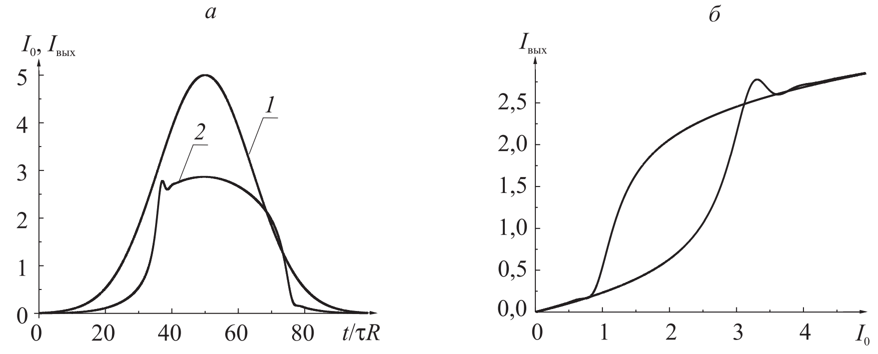


Рис. 4. Оптическая бистабильность в нелинейном микрорезонаторе:
а – временные зависимости светового импульса на входе (*1*) и выходе (2) микрорезонатора;
б – передаточная характеристика нелинейного микрорезонатора. τ_i = 20 τ_R, $gA_0^2 = 5$, Φ_0= 2

В заключение отметим, что рассмотренная в данной статье модель распространения электромагнитных волн в нелинейных структурах позволила исследовать нестационарную динамику переключения микрорезонатора с керровской нелинейностью в режиме оптической бистабильности и установить типичные закономерности преобразования пространственно-временной формы отраженного и прошедшего световых импульсов. Сравнение результатов прямого численного решения уравнений Максвелла методом конечно-разностной аппроксимации во временной области с моделью среднего поля для нелинейного интерферометра показало, что использование последней перспективно с точки зрения экономии вычислительных ресурсов для квазимонохроматических импульсов с длительностью, существенно превышающей время установления поля в резонаторе. В то же время прямое интегрирование уравнений Максвелла для данной задачи позволяет провести рассмотрение для световых импульсов произвольной длительности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гиббс Х. М. Оптическая бистабильность. Управление светом с помощью света. М., 1988.
2. Кившарь Ю. С., Агравал Г. П. Оптические солитоны. От волоконных световодов к фотонным кристаллам. М., 2005.
3. Joannopoulos J. D., Johnson S. G., Winn J. N., Meade R. D. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. Princeton, 2008.
4. Розанов Н. Н. Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто. М., 2011.
5. Tocci M. D., Bloemer M. J., Scalora M., Dowling J. P., Bowden Ch. M. Thin-film nonlinear optical diode // Appl. Phys. Lett. 1995. Vol. 66. P. 2324–2326.
6. Hattori T., Tsurumachi N., Nakatsuka H. Analysis of optical nonlinearity by defect states in one-dimensional photonic crystals // J. Opt. Soc. Am. B. 1997. Vol. 14. P. 348–355.
7. Yanik M. F., Fan Sh., Sojacic M., Joannopoulos J. D. All-optical transistor action with bistable switching in a photonics crystal cross-waveguide geometry // Opt. Lett. 2003. Vol. 28. P. 2506–2508.
8. Naqavi A., MonemHaghdoost Z., Abediasl H., Khorasani S., Mehrany Kh. Optical bistable switching with Kerr nonlinear materials exhibiting a finite response time in two-dimensional photonic crystals // Proc. SPIE. 2010. Vol. 7713. P. 77131T.
9. Grieco A., Slutsky B., Tan D.T.H., Zamek St., Nezhad M.P., Fainman Y. Optical bistability in a silicon waveguide distributed Bragg reflector Fabry-Perot Resonator // Journal of Lightwave Technology. 2012. Vol. 30. P. 2352–2355.
10. Etrich Chr., Iliew R., Staliunas K., Lederer F., Egorov O.A. Ab initio dissipative solitons in all-photonics crystal resonator // Phys. Rev. A. 2011. Vol. 84. P. +021808(R).
11. Taflove A., Hagness S. C. Computational Electrodynamics: the Finite-Difference Time-Domain Method. Norwood, 1995.
12. Karpuk S. M., Romanov O. G., Tolstik A. L. Different types of bistability upon multiwave mixing in a nonlinear interferometer // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 1999. Vol. 2, № 1. P. 50–55.
13. Романов О. Г., Толстик А. Л. Пространственно-временные структуры световых полей в нелинейных интерферометрах. Минск, 2009.
14. Romanov O. G., Tolstik A. L. Spatial-Temporal Dynamics of Light Beam Interactions in Nonlinear Interferometer // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2013. Vol. 16, № 2. P. 131–145.
15. Дадашзадех Н., Романов О. Г. Отражение оптических импульсов от многослойных диэлектрических структур и микрорезонаторов: численное решение уравнений Максвелла // Вестн. БГУ. Сер. 1, Физика. Математика. Информатика. 2014. № 1. С. 11–14.

Поступила в редакцию 17.03.2014.

Нушин Дадашзадех – аспирант кафедры лазерной физики и спектроскопии. Научный руководитель – О. Г. Романов.

Олег Геннадьевич Романов – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры лазерной физики и спектроскопии.