УДК 378
ББК .74.58 У90

Учебное знание как основа порождения культурных форм в университетском образовании

Материалы научно-практ. конф. (Минск, 14-15 ноября 2000 г.)
Центр проблем развития образования БГУ
Под ред. М. А. Гусаковского.
Мн.: ЗАО "Пропилеи". 2001.- 360 с.

В сборник материалов включены тексты выступлений, материалы докладов и статьи участников научно-практической конференции "Учебное знание как основа порождения культурных форм в университетском образовании" ("Учебное знание. Университет. Культура").

Содержание обсуждений затрагивает актуальные проблемы философии, теории, социологии, методологии высшего образования.

Сборник предназначен для преподавателей высшей школы, ученых, аспирантов, слушателей курсов повышения квалификации, методистов и специалистов аппарата управления сферы образования.

СОДЕРЖАНИЕ

Образовательное знание и концепции современного учебника высшей математики

А.А.Гусак, Е.А.Бричикова

Одной из предпосылок математического образовательного знания является учебник математики. Математическое образовательное знание в вузах студенты приобретают в процессе обучения.

Обучение высшей математике студентов, будущая специальность которых не является математикой, но которые в своей работе будут широко пользоваться математическими методами, представляют большую комплексную проблему. Принципиальными составляющими этой важной проблемы являются определение целей обучения, выбор объема и содержания математических курсов, разработка учебных программ, создание учебников, соответствующих этим программам.

Создание учебника математики - довольно трудоемкое и весьма сложное дело. Академик А.Н. Колмагоров в связи с этим писал: “Учебник не менее сложная вещь, чем новый тип самолета”. (Некоторые соображения о структуре учебников математики. - Проблемы школьного учебника. М., 1976, вып. 4, с. 14).

Вузовскому учебнику математики должны быть присущи логическая строгость и стройность умозаключений, что призвано воспитывать у студентов общую логическую культуру мышления.

Основным моментом воспитательной функции математического образования служит приучение студентов к полноценной аргументации. В математике аргументация, не обладающая характером полной, абсолютной исчерпанности, оставляющая хотя бы малейшую возможность обоснованного возражения, признается ошибочной и отбрасывается, как лишенная какой бы то ни было силы. В математике нет и не может быть "наполовину доказанных" и "почти доказанных" утверждений: либо полноценность аргументации такова, что никакие споры о правильности доказываемого утверждения более невозможны, либо аргументация полностью отсутствует.

Общий принцип борьбы за полноценность аргументации получает в ходе интеллектуального развития студента целый ряд типичных по своей форме конкретных разновидностей. К важнейшим из них относятся: борьба против незаконных обобщений, борьба за полноту дизъюнкций, борьба за полноту и выдержанность классификации.

Поскольку объем и содержание учебных программ по высшей математике разные для различных специальностей, то и учебники для них должны быть отдельными.

Вузовский учебник математики должен воспитывать у студентов определенный стиль мышления. Характерной чертой математического стиля мышления является лаконизм, сознательное стремление всегда находить кратчайший ведущий к данной цели логический путь, отбрасывание всего, что не абсолютно необходимо для безупречной полноценности аргументации.

Строгость мысли и ее изложения составляет неотъемлемую черту математического мышления. Черта эта имеет большую ценность не только для математического, но и для любого другого серьезного рассуждения. Лаконизм, стремление не допускать ничего излишнего помогает и самому мыслящему, и его читателю или слушателю полностью сосредоточиться на данном ходе мыслей, не отвлекаясь побочными представлениями и не теряя непосредственного контакта с основной линией рассуждения.

Для математического стиля мышления характерна четкая расчлененность хода рассуждения. Если, например, при доказательстве какого-либо предложения необходимо рассмотреть три случая, из которых каждый может разбиваться на то или иное число подслучаев, то в каждый момент рассуждения надо отчетливо помнить, какой случай и подслучай рассматривается, какие случаи и подслучаи остается рассмотреть.

Еще одной чисто внешней традицией математического стиля является точность символики. Каждый математический символ имеет строго определенное значение; замена его другим символом или перестановка на другое место, как правило, влечет за собой искажение, а подчас и полное уничтожение данного высказывания.

Изложение программного материала в учебнике высшей математики должно быть наглядным, простым и доступным для студентов. Студенту легче воспринять сущность математического понятия и прочно усвоить его, глубоко осмыслить формулу, теорему, если в учебнике имеется их соответствующая интерпретация, в частности, интерпретация посредством рисунков, чертежей. Строгому определению математического понятия должно предшествовать наглядное его описание. Различные виды уравнения плоскости наглядно и просто можно получить из условия перпендикулярности двух векторов и условия компланарности трех векторов. Последнее условие и условие коллинеарности двух векторов нужно использовать при исследовании вопроса о взаимном расположении прямых в пространстве. Посредством чертежей необходимо дать геометрическое истолкование производной данной функции в фиксированной точке; экстремумов и дифференциала функции одной переменной; экстремумов, частных производных и полного дифференциала функции двух переменных и многих других математических понятий. Выводу формулы метода касательных для вычисления корней уравнения математических понятий. Выводу формулы метода касательных для вычисления корней уравнения должны предшествовать наглядные геометрические разъяснения. Необходимо геометрически проиллюстрировать условие Фурье, которое позволяет определить, с какого конца отрезка начинать вычисление значения корня, определенного на этом отрезке. Путем наглядных представлений следует вводить понятия о поверхностях второго порядка и получать их канонические уравнения. В учебных пособиях эти поверхности обычно вводились как фигуры, координаты точек которых удовлетворяют определенным уравнениям. Более доступным и понятным для студентов будет такое введение этих понятий, при котором используется наглядная иллюстрация образования указанных поверхностей. Сначала необходимо исследовать поверхности вращения второго порядка. С помощью преобразования “ сжатия к плоскости” затем выводятся канонические уравнения поверхностей второго порядка. Понятие об эллиптическом параболоиде и гиперболическом параболоиде можно ввести и другим наглядным способом. Каждую из них можно рассматривать как поверхность, описанную одной параболой при движении вдоль другой.

Одну и ту же теорему и формулу можно доказать различными способами. В учебнике высшей математики для студентов вузовских специальностей нужно стремиться к тому, чтобы доказательство теоремы, вывод формулы были простыми и понятными студенту. Достаточно простым и наглядным способом нужно дать выводы различных уравнений прямой и плоскости в пространстве.

Введение математических понятий должно осуществляться соответствующим образом. Прежде чем определить новое для студента математическое понятие, особенно если оно выражается достаточно длинным высказыванием, целесообразно повторить уже известный материал, относящийся к данному понятию. Например, чтобы ввести математическое понятие группы, необходимо предварительно обобщить некоторые свойства операций над числами, векторами, матрицами и другими объектами, уже известные студенту. При введении математических понятий нужно вначале рассмотреть задачи, приводящие к ним; указать на важность этих понятий и необходимость их применения при исследовании проблем теоретического характера и решении практических задач. Такие задачи должны предшествовать введению понятий производной, определенного интеграла, кратных, криволинейных интегралов, интегралов по поверхности и др. Неформально нужно вводить и аксиоматическое определение вероятности; оно должно следовать за более простыми и наглядными понятиями вероятности (классическим, геометрическим и статистическим).

Учебник высшей математики должен содержать не только вывод формул, но и раскрытие их смысла; в учебнике должно быть вербальное истолкование формул. Студенту легче понять сущность формулы и запомнить ее, когда она не только записана, но и приведена ее вербальная интерпретация. Например, формула y?x=y?u?u?x для производной сложной функции y=f(?(x)), где y=f(u), u=?(x) - дифференцируемые функции своих аргументов, u - промежуточный аргумент, x - независимая переменная, должна сопровождаться следующей вербальной интерпретацией: производная сложной функции равна произведению производной этой функции по промежуточному аргументу на производную промежуточного аргумента по независимой переменной. Вербальная формулировка этого правила позволит студенту иметь ее в виду и при других обозначениях функции, промежуточного аргумента и независимой переменной: y?t=y?x?x?t, z?x=z?y?y?x.

В учебнике необходимо привести явные указания на связи между соответствующими понятиями, параграфами, главами. В учебных пособиях нередко встречались случаи, когда понятия, правила и методы, основанные на других понятиях и методах, излагались в отрыве друг от друга, “сами по себе”, не подчеркивались связи между ними. В некоторых случаях студенту, изучавшему такие пособия, самому установить эти связи не представлялось возможным. Ярким примером такого положения дел может служить изложение теории ошибок измерений и математической обработки результатов наблюдений без указания на конкретную связь с математической статистикой. А такая связь существует и на неё необходимо явно указать в учебнике высшей математики. Необходимы явные указания на связи между главой “Закон больших чисел” и главой “Математическая обработка результатов измерений”.

В свое время Ньютон отмечал, что при изучении наук примеры не менее поучительны, чем правила. Примеры служат для лучшего понимания сущности рассматриваемой теории, ее глубокого усвоения и запоминания. Изложение теоретического материала в учебнике высшей математики должно сопровождаться примерами. К их числу относятся примеры, поясняющие вводимые математические понятия. Следует уделить должное внимание примерам решения задач на отыскание экстремальных значений величин, включая задачи, относящиеся к соответствующей специальности. Для разъяснения ряда математических понятий (группы, линейного пространства и др.) полезны примеры и контрпримеры. Первые показывают, почему то или иное утверждение имеет смысл, а вторые - почему некоторое утверждение лишено смысла.

Изложение курса высшей математики необходимо связывать с математическими моделями, наиболее характерными для данной специальности. Наибольший эффект дает такое изложение, при котором студенты осознают возможность конкретно применять математические методы в избранной ими области. В учебнике высшей математики для студентов химических специальностей нужно учитывать запросы следующих дисциплин: физики; информатики, вычислительных машин и программирования: квантовой механики и квантовой химии; физической химии и др. Линейные пространства и линейные операторы, которыми пользуются в физической и квантовой химии, требуют своего включения в учебник высшей математики для студентов химических специальностей. В учебник высшей математики высшей математики для студентов химических специальностей. В учебник высшей математики необходимо включить раздел “Теория вероятностей и математическая обработка результатов измерений”, в котором нуждаются естественные и экономические дисциплины (химия, биология, география, геология и др.). В современной физике и химии важную роль играют методы теории групп, в частности, теория представления групп. Элементы теории групп должны быть отражены в программах курсов и учебниках высшей математики для студентов естественных специальностей. В курсе “Информатика, вычислительные машины и программирование” широко используются вычислительные методы, теорию которых необходимо изложить в учебнике высшей математики.

При выполнении научных исследований и решении прикладных проблем постоянно возрастает роль численных методов и вычислительной техники. В связи с этим необходимо развивать вычислительную сторону курса высшей математики, имея в виду совершенно определенную цель - привитие студентам вычислительных навыков на основе решения соответствующих задач с использованием средств вычислительной техники. Кроме того, для дальнейшего развития и использования знаний, полученных студентами по курсу информатики, вычислительных машин и программирования, желательно иметь пакет задач, относящихся к специальности, подбирать темы курсовых и дипломных работ, при выполнении которых необходимо применение средств компьютеризации. Совместная работа математиков и специалистов в других областях оказала бы, несомненно, благотворное влияние как на содержание, так и на стиль преподавания высшей математики для студентов естественных, технических, экономических и других специальностей вузов. Целесообразно создание набора задач прикладного содержания, решаемых изученными математическими методами, с применением средств вычислительной техники на завершающем этапе обучения дисциплин математического цикла. В последующем возможна совместная работа математиков и специалистов в данной области с привлечением к ней студентов и аспирантов. Отмеченные обстоятельства определяют необходимость включения теории вычислительных методов в учебник высшей математики.

В учебник высшей математики целесообразно включать краткие сведения из истории математики. Ознакомление студентов с фрагментами истории математики имеет вполне конкретные цели, а именно: 1) исторические сведения повышают интерес к изучению высшей математики и углубляют понимание соответствующего материала; 2)исторические факты расширяют кругозор студентов и повышают их общую культуру, позволяют лучше понять роль математики в современном обществе; 3)знакомство с историческим развитием математики, с достижениями математиков Беларуси служит общим целям воспитания студенческой молодежи.

Учебник необходимо конструировать с учетом внутренней логики самой математики. Всякая наука имеет свою внутреннюю логику, свою внутреннюю структуру, свои связующие звенья, которые не всегда получают непосредственный выход за пределы самой науки, но играют принципиальную роль внутри нее и являются необходимыми для её понимания, усвоения и для умения правильно использовать в приложениях. В качестве конкретного примера внутреннего связующего звена можно указать теорему Лагранжа о конечном приращении дифференцируемой функции, которая должна быть включена в учебник по высшей математике. Она представляет интерес не столько сама по себе, сколько потому, что с ее помощью можно доказать другие весьма полезные утверждения. Эта теорема используется при доказательстве других теорем, имеющих важное практическое значение: теорем о достаточном условии возрастания (убывания) функции, о достаточных условиях сходимости метода итераций для численного решения уравнений; оно применяется при выводе оценки погрешности метода хорд. Находят применения и следствия из теоремы Лагранжа. Вторым примером может служить понятие несобственного интеграла. Несобственный интеграл является не только обобщением понятия определенного интеграла, но и инструментом для определения числовых характеристик - математического ожидания и дисперсии непрерывной случайной величины, все значения которой принадлежат бесконечному промежутку.

Необходимостью учета логики самой математики диктуется включение в программу курса и в учебник элементов аналитической геометрии, высшей алгебры, математического анализа. Эти три дисциплины составляют основу высшей математики. Включенные в учебник разделы указанных дисциплин являются фундаментом математического образовательного знания студентов естественных, технических, экономических и других специальностей вузов.