

# ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОХОДОВ В DSP-СИСТЕМАХ С ПОМОЩЬЮ ИМ-СЕТЕЙ

**В. Д. Монько, А. В. Паньков**

---

*УО «ГрГУ им. Я. Купалы»  
Гродно, Беларусь  
E-mail: vasilii.manko@gmail.com*

Объектом исследования являются стохастические модели для нахождения в переходном режиме параметров функционирования DSP-систем и ожидаемых доходов в них. В качестве моделей, адекватно описывающих основные функции таких систем, выбраны открытые сети массового обслуживания с ограниченным временем ожидания и ненадежными системами обслуживания одновременно.

Целью работы является получение средних характеристик функционирования DSP-системы, рассчитанных на реальных данных, и нахождение ожидаемых доходов в ней. Полученные результаты могут быть применены при проектировании подобных Интернет-систем, при моделировании существующих решений, для анализа узких мест функционирования, а также для оптимизации параметров.

*Ключевые слова:* DSP-система, сеть массового обслуживания, ожидаемые доходы.

## ВВЕДЕНИЕ

Стремительное развитие «глобальной паутины» привело к значительному росту рынка Интернет-рекламы. Это один из самых развивающихся рынков, который приносит огромные доходы Интернет-гигантам таким, как Google, Facebook, Yandex, Yahoo и т.д. Рекламодатели тратят большие денежные средства на показы рекламы, поэтому современная Интернет-реклама нацелена на конкретную целевую аудиторию и показывается только ей (таргетинг аудитории). Современные технологии позволяют за доли секунд, пока у пользователя загружается Интернет-страница, провести аукцион, продать рекламное место и разместить рекламу. Все это требует больших компьютерных мощностей, правильных проектных решений и оперативного анализа.

Для эффективного взаимодействия рекламодателя с торговыми площадками применяется DSP-система (Demand Side Platform, автоматизированная система покупки) – технологическая система организации аукциона для рекламодателей, которая торгуется с SSP (платформами для RTB-торгов со стороны площадок), управляет несколькими рекламными сетями (Ad Networks) и рекламными биржами (Ad Exchanges), обменивается прочими данными в интересах рекламодателя в цифровой экосистеме RTB (Real Time Bidding). Цель DSP – как можно дешевле купить показы рекламы, максимально соответствующей запросам рекламодателя [1]. Когда пользователь переходит по ссылке, SSP-система запускает торги на DSP-площадке. На основании данных SSP, собственной информации с сайта рекламодателя и купленных сведений у DMP (Data Management Platforms – поставщика профилей пользователей и систем управления ими), DSP форми-

рует ставки и проводит RTB-аукцион. Система должна обрабатывать миллионы запросов, хранить большие объемы данных и производить их анализ. Для правильного выбора архитектурных решений необходимо определение параметров ее функционирования и нагрузки.

## НАХОЖДЕНИЕ СРЕДНИХ ХАРАКТЕРИСТИК DSP-СИСТЕМЫ

Рассмотрим DSP-систему, состоящую из трех серверов: web-сервер, сервер хранения данных, сервер взаимодействия с API аукционов рекламных мест издателей. Web-сервер отвечает за формирование заказов на размещение рекламы от рекламодателей и формирование отчета. Сервер хранения данных отвечает за хранение всей информации о заказах, покупке рекламных мест и другой информации, а также отправку информации на специализированный сервис быстрой обработки большого объема данных Google Big Query. Опишем процесс функционирования системы: рекламодатель взаимодействует с Web-сервером, посылает запросы на показ статистики по размещенной рекламе и формирует заказы на размещение рекламы в зависимости от выставленных приоритетов. Если необходимо показать статистику, то web-сервер отправляет запрос сервису обработки информации и перенаправляет ответ рекламодателю. Запросы на размещение рекламы отправляются на сервер взаимодействия с API аукционов, который размещает заявку на аукционе и, в случае выигрыша места для публикации, размещает рекламу. Информация о результатах размещения рекламы отправляется обратно в систему и сохраняется. После сохранения статистики она отправляется в сервис Google Big Query для последующего анализа. Обозначим через  $S_1$  – web-сервер,  $S_2$  – сервер хранения данных,  $S_3$  – сервер на котором работает с торговыми площадками,  $S_4$  – сервис Google Big Query,  $S_5$  – аукционы рекламных мест издателей. Схема взаимодействия между ними представлена на рис. 1.

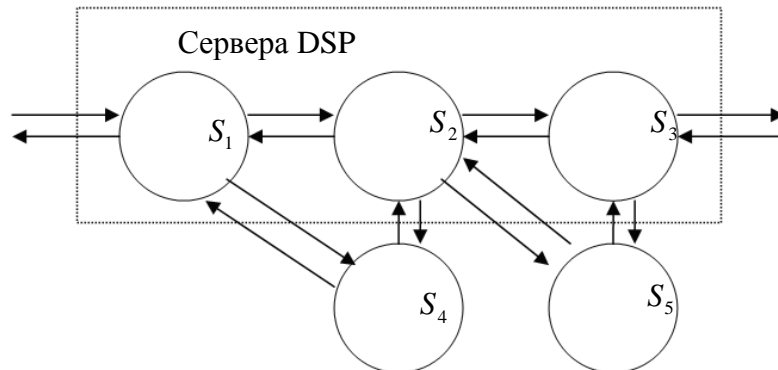


Рис. 1. Схема взаимодействия серверов системы

На сервер  $S_3$  приходится наибольший поток обрабатываемых запросов, поэтому в нем постоянно наблюдается очередь на обработку. Остальные сервера, сервисы работают с такой производительностью, что в них в среднем очередей не наблюдается. Торговые площадки выставляют ограничения на время ответа им. Если ответ будет получен позже установленного времени то, он не будет принят, поэтому на сервере  $S_3$  установлено ограничение на время ожидания запроса в очереди на обработку так, чтобы успеть передать серверу  $S_2$  работу по обработке данных и вовремя дать ответ торговым площадкам. Система DSP постоянно совершенствуется, меняется программный код. Поэтому в некоторые дискретные моменты времени происходят сбои в ее работе, связанные с ошибками в программном коде, с перегрузкой системы или физической поломкой серверов, средств пе-

редачи данных. Моделью функционирования системы может служить открытая сеть массового обслуживания (МО) с ограниченным временем ожидания и ненадежными системами. Под заявками будем понимать электронные сообщения. Сервера DSP-системы, Google Bug Query выступают в качестве однолинейных СМО, а рекламные биржи – многолинейных СМО, где под линиями обслуживания понимаются торговые площадки рекламных мест. Так системы  $S_1, S_2, S_3, S_4$  имеют по одной линии обслуживания, а система  $S_5$  имеет пять линий обслуживания (по числу торговых площадок, которые поддерживаются DSP-системой). DSP-система ведет журналирование происходящих в ней процессов: информация о всех важных событиях записывается в лог-файлы (файл регистрации, протокол, журнал или лог (*log*) – цифровой файл с записями о событиях в хронологическом порядке). В лог-файлах сохраняется информация о времени поступления, обработки запросов, адресате, отправителе, потраченной сумме и другая необходимая информация. Так, например, зная адресатов и отправителей сообщений, рассчитываются вероятности переходов заявок. Интенсивности обслуживания, среднее время исправной работы, интенсивность поступления заявок также рассчитываются по имеющимся лог-файлам. Под единицей измерения времени будем понимать одну секунду.

Параметры сети, полученные после анализа лог-файлов конкретной системы, получились следующими: число систем сети  $n = 5$ ; число линий обслуживания  $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 1, m_5 = 5$ ; интенсивности обслуживания  $\mu_1 = 1.1, \mu_2 = 0.9, \mu_3 = 1, \mu_4 = 1.5, \mu_5 = 0.5$ ; средние интенсивности выхода из строя каждой линии СМО равны соответственно:  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 1/518400, \beta_4 = \beta_5 = 0$  (в среднем поломка на серверах DSP-системы возникает раз в шесть дней, а возможность поломки сторонних веб-сервисов маловероятна); интенсивность восстановления неисправных линий обслуживания:  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 1/3600$  (в среднем специалист за час восстанавливает работоспособность),  $\gamma_4 = \gamma_5 = 0$ ; интенсивность поступления заявок в сеть составляет  $\lambda = 800$ ; вероятности переходов заявок между СМО сети:  $p_{01} = 0,05, p_{03} = 0,95, p_{10} = 0,3, p_{12} = 0,5, p_{14} = 0,2, p_{21} = 0,2, p_{23} = 0,35, p_{24} = 0,45, p_{30} = 0,3, p_{32} = 0,35, p_{35} = 0,35, p_{41} = 0,1, p_{42} = 0,9, p_{53} = 1$ , в остальных случаях  $p_{ij} = 0, i, j = \overline{0,5}$ . СМО  $S_1, S_2, S_4, S_5$  функционируют так, что в них в среднем не наблюдается очередей на обслуживание и ограничений на время ожидания нету ( $\theta_i = \infty, i = 1,2,4,5, q_{ij} = 0, i = 1,2,4,5, j = \overline{0,n}$ ), а через СМО  $S_3$  проходит наибольший поток заявок и постоянно в среднем в ней наблюдается очередь. Также, как сказано выше, на нахождение заявок в ее очереди наложено временное ограничение, а именно, это время не должно превышать  $\theta_3^{-1} = 1/2$ . В случае превышения лимита заявка переходит с вероятностью  $q_{32} = 1$  в систему  $S_2$ .

В силу того, что сеть состоит из пяти СМО и число состояний сети довольно большое, получить точные средние характеристики известными точными методами невозможно (например, методом производящих функций), поэтому для решения воспользуемся приближенным методом, а именно, методом диффузионной аппроксимации [2]. В качестве внешней среды будет выступать СМО  $S_0$  с интенсивностью обслуживания  $\mu_0 = \lambda / K$ , где  $K = 100000$  – общее число заявок в сети.

Введем следующие обозначения:  $n_i(t)$  – среднее относительное число заявок в момент времени  $t$ ,  $w_i(t)$  – среднее относительное число исправных линий обслуживания в

момент времени  $t$ ,  $l_i = \frac{m_i}{K}$  – относительное число линий обслуживания в системе  $S_i$ . И пусть

$$\Omega_0(t) = \{i : w_i(t) < n_i(t) \leq 1\}, \quad \Omega_1(t) = \{j : 0 \leq n_j(t) \leq w_j(t)\},$$

$$p_{ji}^* = \begin{cases} p_{ji}, & j \neq i, \\ p_{ii} - 1, & j = i; \end{cases} \quad q_{ji}^* = \begin{cases} q_{ji}, & j \neq i, \\ q_{ii} - 1, & j = i. \end{cases}$$

Системы дифференциальных уравнений для среднего относительного числа заявок и среднего относительного числа исправных линий обслуживания в системах сети имеют вид [2]:

$$\frac{dn_i(t)}{dt} = \sum_0 [\mu_j p_{ji}^* w_j(t) + \theta q_{ji}^* (n_j(t) - w_j(t))] + \sum_1 \mu_j p_{ji}^* n_j(t) + \mu_0 p_{0i} \left(1 - \sum_{i=1}^n n_i(t)\right), \quad (1)$$

$$\frac{dw_i(t)}{dt} = \gamma_i (l_i - w_i(t)) - \beta_i w_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где  $\sum_0 = \sum_{j \in \Omega_0(t)}$ ,  $\sum_1 = \sum_{j \in \Omega_1(t)}$ . В начальный момент времени  $t = 0$ :  $n_i(0) = 0$  и  $w_i(0) = l_i$ ,  $i = \overline{1, 5}$ .

Так как сеть функционирует таким образом, что в ней в среднем не наблюдается очередей в системах  $S_1, S_2, S_4, S_5$ , то  $i \in \Omega_1(t)$ ,  $i = 1, 2, 4, 5$ ,  $t \geq 0$ , а в системе  $S_3$  в среднем очередь наблюдается  $3 \in \Omega_0(t)$ ,  $t \geq 0$ . Системы уравнений (1), (2) тогда примут вид:

$$\begin{cases} \frac{dn_1(t)}{dt} = -1.01n_1(t) - 0.11n_2(t) - 0.11n_3(t) - 0.11n_4(t) - 0.493n_5(t) + 0.11, \\ \frac{dn_2(t)}{dt} = -0.11n_1(t) - 0.41n_2(t) - 0.48n_3(t) + 0.09n_4(t) - 0.41n_5(t) + 7.5w_3(t) + 0.11, \\ \frac{dn_3(t)}{dt} = -0.11n_1(t) - 0.11n_2(t) - 0.7.91n_3(t) - 0.11n_4(t) - 0.4326n_5(t) - 7.5w_3(t) + 0.11, \\ \frac{dn_4(t)}{dt} = -0.11n_1(t) - 0.11n_2(t) - 0.11n_3(t) - 0.61n_4(t) - 0.493n_5(t) + 0.11, \\ \frac{dn_5(t)}{dt} = 0.49n_1(t) + 0.13n_2(t) + 0.115n_3(t) + 0.223n_4(t) - 1.66n_5(t) + 0.6, \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \frac{dw_1(t)}{dt} = -1.8w_1(t) + 0.00001, \quad \frac{dw_2(t)}{dt} = -1.9w_2(t) + 0.00001, \\ \frac{dw_3(t)}{dt} = -1.5w_3(t) + 0.00001, \quad w_4(t) = l_4, \quad w_5(t) = l_5. \end{cases} \quad (4)$$

Тогда решение системы (4) имеет вид:  $w_1(t) = 0.0005 + 0.0003e^{-1.9t}$ ,  $w_2(t) = 0.0004 + 0.0002e^{-2.8t}$ ,  $w_3(t) = 0.0004 + 0.0003e^{-2.2t}$ ,  $w_4(t) = l_4$ ,  $w_5(t) = l_5$ , откуда можно найти среднее число исправных линий  $d_i(t) = Kw_i(t)$ ,  $i = \overline{1, 5}$ .

Аналитические выражения для изменения среднего относительного числа заявок в системах сети, полученные путем решения системы неоднородных уравнений (3), имеют вид:

$$n_1(t) = 0.0000223 - 4.296e^{-3.747t} + 0.01546e^{-1.591t} + 3.5317e^{-1.269t} + 0.00014e^{-1.061t} + 0.749e^{-0.932t},$$

$$\begin{aligned}
n_2(t) &= 0.0000231 + 1.839e^{-3.747t} + 2.2071e^{-1.591t} + 0.933e^{-1.269t} - 2.377e^{-1.061t} - 2.602e^{-0.932t}, \\
n_3(t) &= 0.0000317 + 5.284e^{-3.747t} - 1.105e^{-1.591t} - 1.997e^{-1.269t} + 0.1183e^{-1.061t} - 2.3e^{-0.932t}, \\
n_4(t) &= 0.0000207 + 0.4056e^{-3.747t} - 0.2987e^{-1.591t} - 0.2978e^{-1.269t} - 0.2986e^{-1.061t}, \\
n_5(t) &= 0.0000414 + 8.2718e^{-3.747t} - 5.37e^{-1.591t} - 0.0507e^{-1.269t} - 1.8495e^{-1.061t} - 1.0009e^{-0.932t}, \\
n_0(t) &= 0.99986 - 10.589e^{-3.747t} + 4.847e^{-1.591t} - 1.1181e^{-1.269t} + 5.4060e^{-1.061t} + 6.4527e^{-0.932t}.
\end{aligned}$$

Умножив эти выражения на  $K$ , получим соотношения для среднего числа заявок в СМО  $N_i(t) = Kn_i(t)$ ,  $i = \overline{1,5}$ .

## НАХОЖДЕНИЕ ОЖИДАЕМЫХ ДОХОДОВ

DSP-система является коммерческой системой, поэтому получение прибыли от перепродажи рекламы – основная ее задача. Для определения ценовой политики необходим анализ ожидаемых доходов. Система имеет сложную сетевую структуру, поэтому для нахождения ожидаемых доходов необходима специальная математическая модель. Такой моделью является НМ (Howard-Matalytski)-сеть с ограниченным временем ожидания и ненадежными системами обслуживания. Каждый клиент оплачивает услуги через веб-сервер. Эти средства поступают на электронный счет владельца DSP-системы. Они тратятся на содержание и техническую поддержку серверов, обработку и хранение информации, размещение рекламы.

Пусть затраты на содержание серверов составляют  $c_i$ ,  $i = \overline{1,3}$ . Стоимость восстановления их работоспособности в случае сбоев составляет  $\bar{h}_1 = \bar{h}_2 = \bar{h}_3$ . Содержание и восстановление работоспособности сторонних сервисов оплачивают владельцы этих сервисов, поэтому  $c_4 = c_5 = \bar{h}_4 = \bar{h}_5 = 0$ . При переходе заявки из внешней среды в систему  $S_1$  система получает доход в размере  $a_{01}$ , т.е. в среднем за одно посещение вебсайта клиент в среднем платит денег на сумму  $a_{01}$ . При переходе заявки из систем  $S_1, S_2$  в систему  $S_4$  доход системы  $S_4$  составляет  $a_{14} = a_{24}$  – это средняя цена за один запрос на сервис Google Big Query. При переходе заявки в систему  $S_5$  ее доход составляет  $a_{25} = a_{35}$  – средняя стоимость размещения рекламы, т.е. средний доход рекламных бирж за один запрос. Остальные переходы не приносят ни доходов ни расходов. Обозначим через  $v_i(t)$ ,  $i = \overline{1,n}$ , ожидаемый доход системы  $S_i$  за промежуток времени  $t$ . Ожидаемый доход, который принесет DSP-система (ожидаемая прибыль, которую получит компания) за промежуток времени  $t$ , будет составлять  $v_1(t) + v_2(t) + v_3(t)$ . Ожидаемые доходы  $v_4(t)$ ,  $v_5(t)$  будут показывать затраты на обработку информации в Google Big Query и затраты на размещение рекламы соответственно. Тогда ожидаемый доход систем сети можно найти, используя соотношения из [3]:

$$\begin{aligned}
v_i(t) &= v_{i0} + (c_i + \lambda a_{0i} p_{0i})t + \\
&+ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left[ \mu_j a_{ji} p_{ji} \int_0^t \min(N_j(x), d_j(x)) dx + \theta_j \overline{w_{ji}} q_{ji} \int_0^t (N_j(x) - d_j(x)) u(N_j(x) - d_j(x)) dx \right] - \\
&+ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left[ \mu_j b_{ji} p_{ji} \int_0^t \min(N_i(x), d_i(x)) dx + \theta_i \overline{w_{ij}} q_{ij} \int_0^t (N_i(x) - d_i(x)) u(N_i(x) - d_i(x)) dx \right] -
\end{aligned}$$

$$-\gamma_i \bar{h}_i \int_0^t \min(N_i(x), (m_i - d_i(x))) dx, \quad i = \overline{1, n},$$

где  $u(x)$  – функция Хевисайда.

На рис. 2 изображена зависимость дохода DSP-системы в целом от времени.

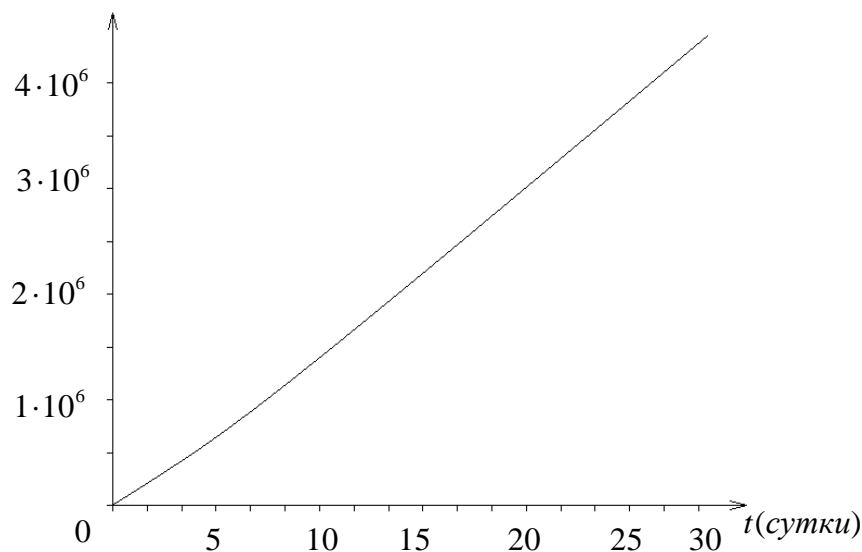


Рис. 2. График изменения ожидаемого дохода DSP-системы в целом

Ожидаемый доход DSP-системы за 30 суток составят 4 565 629,079 денежных единиц.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная в статье методика позволяет рассчитывать параметры функционирования, ожидаемые доходы сложных Интернет-систем в условиях высокой нагрузки с ограничениями на время обслуживания в системах и возможными сбоями в работе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Википедия [Электронный ресурс] / Wikimedia Foundation, Inc. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Demand-Side\\_Platform](https://ru.wikipedia.org/wiki/Demand-Side_Platform). Дата доступа: 25.10.2014.
2. Менько, В. Д. Асимптотический анализ экспоненциальной сети с ограниченным временем ожидания заявок и ненадежными системами обслуживания / В. Д. Менько, М. А. Матальцкий // Вестник ГрГУ. Сер. 2. 2015. № 1. (в печати).
3. Статкевич, С. Э. Анализ и применение НМ-сетей с ограниченным временем ожидания и ненадежными системами обслуживания / С. Э. Статкевич, В. Д. Менько // Вестник ГрГУ. Сер. 2. 2014. № 2 (173). С. 96–107.