УДК 517.948.32

И.Л. Васильев, Д.А. Новичкова

Псевдообратные бесконечные матрицы и их применение

Пусть A — вещественная бесконечная матрица размерности $\infty\times\infty$, имеющая конечный ранг n. Будем считать, что столбцы матрицы A — векторы из l^2. Тогда ее можно представить в виде $A = BC$, где B и C — матрицы размерностей $\infty \times n$ и $n \times \infty$ соответственно. По аналогии с [1] матрицу A^+ назовем псевдообратной к A, если

$$AA^+A = A, \quad A^+ = UA^* = A^*V,$$

где A^* — матрица, транспонированная к A, U, V — матрицы размерности $\infty \times \infty$.

Предположим, что $\det B^*B \neq 0$, $\det CC^* \neq 0$. Тогда матрицы, псевдообратные к B, C, A, имеют вид

$$B^+ = (B^*B)^{-1}B^*, \quad C^+ = C^*(CC^*)^{-1}, \quad A^+ = C^+B^+.$$

Рассмотрим бесконечную матричную систему

$$Ax = y. \tag{1}$$

При указанных ограничениях оператор A ограничен в l^2.

Пусть $y \in l^2$. Вектор $x^0 \in l^2$ назовем наилучшим приближенным решением системы (1), если «квадратичное отклонение» $|y - Ax|^2$ достигает своего наименьшего значения при $x = x^0$, при этом среди всех векторов x таких, что $|y - Ax|^2 \to \min$, вектор x^0 имеет наименьшую длину.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть матрица A удовлетворяет всем вышеперечисленным условиям. Тогда наилучшее приближенное решение системы* (1) *имеет вид $x^0 = A^+y$, где A^+ — матрица, псевдообратная к A.*

Аналогичные результаты получены для системы (1) в случае, когда матрица A имеет вид

$$\begin{pmatrix} \widetilde{A}_{n\times n} & B_{n\times\infty} \\ C_{\infty\times n} & D_{\infty\times\infty} \end{pmatrix}.$$

Список литературы

[1] *Гантмахер, Ф.Р.* Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

Васильев Игорь Леонидович, кандидат физико-математических наук, доцент, Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь.

Новичкова Дарья Александровна, Белорусский государственный университет, Минск, Республика Беларусь, NavDasha@tut.by.

УДК 517.5

С.Б. Гембарская, К.Н. Жигалло

О приближении непрерывных функций бигармоническими интегралами Пуассона*

Пусть f — 2π-периодическая суммируемая функция, $f \in L$,

$$S[f] = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cos kx + b_k \sin kx)$$

— ее ряд Фурье, a_0, a_k и b_k, $k = 1, 2, \ldots,$ — ее коэффициенты Фурье. Пусть, далее, C — пространство 2π-периодических непрерывных функций на $\mathbb{R}$ с нормой

$$\|f\|_C = \max_t |f(t)|.$$

Обозначим через $\Lambda = \{\lambda_\delta(k)\}$ множество функций натурального аргумента, которое зависит от действительного параметра $\delta \in R$, изменяющегося на некотором множестве $E_\Lambda \subseteq R$, $\lambda_\delta(0) = 1$, $\forall \delta \in E_\Lambda$. С помощью множества Λ каждой функции $f \in C$ поставим в соответствие ряд

$$\frac{a_0}{2}\lambda_\delta(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_\delta(k)(a_k \cos kx + b_k \sin kx), \quad \delta \in E_\Lambda.$$

Пусть множество Λ таково, что данный ряд при каждом $\delta \in E_\Lambda$ является рядом Фурье некоторой непрерывной функции, которую

*Работа выполнена при поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований Украины (грант Ф 25.1/043).