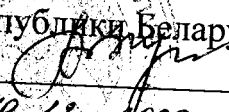


Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение вузов Республики Беларусь
по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ
Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь

А.И. Жук
19.12.2008
Регистрационный № ТД-б. 158 /тип.

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Типовая учебная программа
для высших учебных заведений по специальностям:
1-31 03 01 Математика (по направлениям);
1-31 03 02 Механика (по направлениям)

СОГЛАСОВАНО

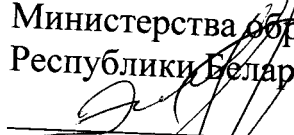
Председатель Учебно-методического
объединения вузов Республики
Беларусь по естественнонаучному
образованию



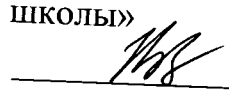

В.В. Самохвал

СОГЛАСОВАНО

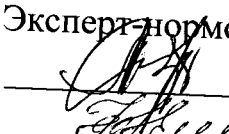
Начальник управления высшего и
среднего специального образования
Министерства образования
Республики Беларусь


Ю.И. Миксюк
19.12.2008

Первый проректор Государственного
учреждения образования
«Республиканский институт высшей
школы»


И.В. Казакова
15.12.08

Эксперт-нормоконтролер


С.М. Артемьева
15.12.08

Минск 2008

СОСТАВИТЕЛЬ:

Н.И. Юрчук – зав. кафедрой уравнений математической физики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Ф.Е. Ломовцев – профессор кафедры уравнений математической физики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, доцент;

С.И. Гайдук – доцент кафедры уравнений математической физики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник;

А.А. Кулешов – доцент кафедры уравнений математической физики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра геометрии и математического анализа Учреждения образования «Витебский государственный университет им. П.М. Машерова»;

В.В. Гороховик – член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой уравнений математической физики механико-математического факультета Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 11 февраля 2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 3 от 27 марта 2008 г.);

Научно-методическим советом по математике и механике учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию
(протокол № 3 от 10 апреля 2008 г.).

Ответственный за выпуск: Н.И. Юрчук

1. Пояснительная записка

Математическая физика является частью общей теории дифференциальных уравнений в частных производных. Она изучает те уравнения, которые возникают в конкретных задачах механики, акустики, теплофизики, гидродинамики, электродинамики, электростатики, электроники и других. Поэтому представляется естественным начать курс «Уравнения математической физики» кратким введением в общую теорию уравнений с частными производными. Предполагается знание студентами таких разделов общей физики, как механика, теплопроводность, гравитация и электростатика, а также некоторых разделов высшей математики. Основные уравнения математической физики относятся к одному из трех важнейших типов уравнений в частных производных: гиперболические, параболические и эллиптические уравнения. Однако, в зависимости от вкусов и точки зрения лектора, она не исключает изложение материала курса в обратном порядке: эллиптические, параболические и гиперболические уравнения, т.е. от более простых к более сложным уравнениям.

Образовательная цель: Изложение основных принципов составления граничных задач для гиперболических, эллиптических и параболических уравнений. Овладение основными методами решения граничных задач.

Развивающая цель: дальнейшее формирование у студентов навыков математического мышления и умения применять его в конкретных задачах.

Учебная задача. Цель курса «Уравнения математической физики» — научить студентов владеть основными понятиями теории дифференциальных уравнений с частными производными и методами решения основных краевых задач математической физики.

В курсе «Уравнения математической физики» рассматриваются задачи математической физики, приводящие в основном к линейным уравнениям с частными производными второго порядка. Расположение материала соответствует основным типам уравнений.

Широко используются основные методы математического анализа, линейной алгебры, топологии, дифференциальных уравнений и функционального анализа, которые должны быть изложены в предшествующих курсах.

Желательно, но не обязательно, знание студентами теории обобщенных функций и теории линейных интегральных уравнений.

От студентов требуются практические навыки вычисления определенных интегралов, дифференцирования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений, в том числе, и краевых задач для этих уравнений. Студенты должны в полной мере владеть аппаратом матричных преобразований и теорией рядов Фурье. В теории рядов Фурье необходимо умение численного интегрирования определенных интегралов. Таким образом, студент обязан владеть основами численных методов интегрирования и дифференцирования, которые используются при

численном решении обыкновенных дифференциальных уравнений, являющихся частным случаем линейных уравнений с частными производными. Знание основ линейной алгебры и умение приводить квадратичные формы к каноническому виду являются для этого курса необходимостью. Из функционального анализа желательно знание основ теории разложения по ортогональным системам и спектральной теории компактных самосопряженных операторов, действующих в гильбертовом пространстве.

Методы проведения занятий: лекции и лабораторные занятия.

Курс рассчитан на 248 часов, в том числе аудиторных 136 часов: лекционных занятий – 68 часов, лабораторных занятий 68 – часов.

Форма отчетности – зачет и экзамен.

Программа предназначена для студентов высших учебных заведений по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) и 1-31 03 02 Механика (по направлениям). В зависимости от потребностей той или иной специальности в рамках этой программы курс “Уравнения математической физики” можно читать на разных уровнях сложности: в классе классических или сильных обобщенных, или обобщенных или других более широких классах решений.

2. Примерный тематический план

№ п/п	Название темы	Лекции	Лаб. занятия
1	Тема 1. Введение	10	14
2	Тема 2. Гиперболические уравнения	20	17
3	Тема 3. Параболические уравнения	18	17
4	Тема 4. Эллиптические уравнения	20	20
Итого		68	68

3. Содержание учебного материала

Тема 1. Введение

Основные понятия курса уравнений математической физики. Постановка краевых задач. Корректные и некорректные краевые задачи. Пример Адамара. Теорема Коши-Ковалевской. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка. Классификация уравнений в частных производных высших порядков. Характеристики уравнений. Характеристический конус.

Тема 2. Гиперболические уравнения

Вывод уравнения поперечных колебаний струны. Вывод уравнения поперечных колебаний мембраны. Постановка краевых задач. Задача Коши на прямой для однородного и неоднородного уравнений. Формула Даламбера. Обобщенная задача Коши. Формула Римана. Задача Гурса. Решение задачи Коши в пространстве методом усреднения. Формула Пуассона-Кирхгофа. Принцип Гюйгенса. Решение задачи Коши на плоскости методом спуска. Формула Пуассона. Общая формальная схема метода разделения переменных решений смешанных задач для гиперболических уравнений. Обоснование метода разделения переменных в случае классических и обобщенных решений. Энергетические неравенства. Уравнение Бесселя. Цилиндрические функции. Сферические и другие специальные функции.

Тема 3. Параболические уравнения

Вывод уравнения теплопроводности. Постановка краевых задач. Теорема о максимальном и минимальном значениях решений уравнения теплопроводности. Корректность первой смешанной задачи и задачи Коши для уравнения теплопроводности. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интегральных преобразований Фурье. Фундаментальное решение. Формулы Пуассона. Общая формальная схема метода разделения переменных решений смешанных задач для параболических уравнений. Функция источника. Обоснование метода разделения переменных в случае классических и обобщенных решений. Энергетические неравенства. Распространение тепла в ограниченных и полуограниченных телах с разрывными граничными условиями.

Тема 4. Эллиптические уравнения

Интегральные формулы Грина. Определение и свойства гармонических функций. О единственности решений задач Дирихле и Неймана. Объемный потенциал. Телесный угол. Интеграл Гаусса. Поверхность Ляпунова. Поверхностный потенциал двойного слоя. Поверхностный потенциал простого слоя. Сведение задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа к интегральным уравнениям со слабой особенностью. Разрешимость внутренних задач Дирихле и внешних задач Неймана. Разрешимость внутренних задач Неймана и внешних задач Дирихле. Решения задач Дирихле и Неймана методом функций Грина. Метод фиктивных зарядов построения функции Грина задач Дирихле. Решение задач Дирихле для шара и круга методом функций Грина. Интегралы Пуассона. Общая формальная схема метода разделения переменных решений смешанных задач для уравнений Пуассона. Обоснование метода разделения переменных в случае классических и обобщенных решений. Теорема Лиувилля. Поведение производных гармонических функций на бесконечности. Вариационные методы решения задач Дирихле и Неймана.

4. Информационно-методическая часть

4.1. Рекомендуемые темы контрольных работ

1. Дифференциальное уравнение с частными производными и его решения.
2. Классификация уравнений с частными производными.
3. Математическое описание некоторых явлений, изучаемых методами математической физики.

4. Приведение к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.
5. Задача Коши для уравнений гиперболического типа.
6. Смешанная задача для уравнений гиперболического типа.
7. Задача Коши для уравнений параболического типа.
8. Смешанная задача для уравнений параболического типа.
9. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа.
10. Гармонические функции.
11. Потенциалы.

4.2. Рекомендуемые темы для самостоятельной работы

1. Решение простейших дифференциальных уравнений с использованием систем компьютерной математики.
2. Разработка алгоритмов для классификации уравнений с частными производными и их реализация в системе компьютерной математики.
3. Разработка алгоритмов для приведения к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными. Реализация алгоритмов в системе компьютерной математики.
4. Решение задачи Коши для волнового уравнения. Графическое изображение решения.
5. Смешанная задача для уравнения малых поперечных колебаний струны. Суммирование рядов в системе “*Mathematica*”.
6. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод конечных разностей. Реализация вычислительных алгоритмов в системе “*Mathematica*”.
7. Смешанная задача для уравнения теплопроводности. Метод конечных разностей. Реализация вычислительных алгоритмов в системе “*Mathematica*”.
8. Решение краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона с использованием систем компьютерной математики.
9. Гармонические функции. Визуализация принципа максимума в системе компьютерной математики.

4.3. Рекомендуемые темы проектов

1. Характер гладкости решений уравнений гиперболического типа.
2. Задача Коши и задача Гурса.
3. Фундаментальные решения линейных дифференциальных операторов.
4. Функция Грина оператора Лапласа.
5. Задача Штурма – Лиувилля.
6. Метод потенциалов.
7. Вариационные методы.

8. Метод интегральных преобразований.
9. Метод конечных разностей.
10. Некоторые некорректно поставленные задачи.
11. Метод разделения переменных.
12. Метод функций Грина.
13. Цилиндрические функции.

4.4. Рекомендуемая литература

Основная

1. Бицадзе А.В., Калинин Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М., 1977.
2. Михлин С.Г. Курс математической физики. М., 1968.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., 1977.
4. Сборник задач по уравнениям математической физики (под редакцией Владимиров В.С.). М., 1982.

Дополнительная

1. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М., 1982.
2. Будак Б.Н., Самарский А.А. Сборник задач по математической физике. М., 1972.
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М., 1983.
4. Годунов С.К. Уравнения математической физики. М., 1971.
5. Кулешов А.А. Уравнения математической физики в системе *Mathematica*. Мн., 2004.
6. Кулешов А.А., Чесалин В.И., Чеб Е.С. Задания к лабораторным работам по курсу “Уравнения математической физики”. Мн., 1981.
7. Кулешов А.А., Чесалин В.И., Юрчук Н.И. “Уравнения математической физики”. Лабораторный практикум для студентов механико-математического факультета БГУ. Мн., 2005.
8. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М., 1983.
9. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М., 1966.
10. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М., 1966.