

# Типовые программы

учебных дисциплин  
специальности 1- 31 03 03

«Прикладная математика  
(по направлениям)»

УДК 378.214:51

С о с т а в и т е л и :

**П. А. Мандрик, О. А. Кастрица, А. В. Филипцов**

**Типовые** программы учебных дисциплин специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» [Электронный ресурс] / сост. : П. А. Мандрик, О. А. Кастрица, А. В. Филипцов. – Минск : БГУ, 2014.

ISBN 978-985-518-975-7.

Представлены типовые программы цикла естественнонаучных, общепрофессиональных и специальных учебных дисциплин, разработанные на факультете прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета и утвержденные Министерством образования Республики Беларусь.

**УДК 378.214:51**

ISBN 978-985-518-975-7

© БГУ, 2014

# СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	4
Дискретная математика и математическая логика .....	6
Математический анализ .....	12
Геометрия и алгебра .....	23
Программирование .....	31
Дифференциальные уравнения .....	40
Вычислительные методы алгебры .....	49
Теория вероятностей и математическая статистика .....	55
Операционные системы .....	63
Функциональный анализ и интегральные уравнения .....	70
Методы численного анализа.....	78
Методы оптимизации.....	86
Исследование операций .....	94
Уравнения математической физики.....	101
Численные методы математической физики .....	111
Теоретическая механика .....	117
Алгоритмы и структуры данных.....	124
Модели данных и системы управления базами данных .....	131
Компьютерные сети.....	140
Имитационное и статистическое моделирование .....	147
Компьютерный сервис вычислительного эксперимента.....	154
Математическое моделирование систем, процессов, явлений .....	163
Охрана труда .....	172
Основы экологии и энергосбережения.....	181
Макет типового учебного плана направления специальности «Прикладная математика (научно-производственная деятельность)» ...	190
Макет типового учебного плана направления специальности «Прикладная математика (научно-педагогическая деятельность)» ....	193

## **ВВЕДЕНИЕ**

Специальность 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» относится к естественнонаучному профилю подготовки специалистов с высшим математическим образованием. Она включена в группу специальностей «Математические науки и информатика» в общегосударственном классификаторе Республики Беларусь ОКРБ 011-2009 «Специальности и квалификации», который был утвержден и введен в действие постановлением Министерства образования Республики Беларусь от 2 июня 2009 года № 36.

Настоящий сборник включает типовые программы цикла естественнонаучных и цикла общепрофессиональных и специальных дисциплин, разработанные на факультете прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета и утвержденные Министерством образования Республики Беларусь. Перечень дисциплин и их место в системе подготовки специалистов определены Государственным стандартом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)».

Подготовка специалистов по прикладной математике впервые в республике была организована в Белорусском государственном университете. Эта специальность предполагает подготовку кадров для научно-исследовательской, производственной, организационно-управленческой и преподавательской деятельности в области создания математических моделей, алгоритмов и программ для анализа и управления процессами и системами, возникающими в научной, производственной и хозяйственной сферах, а также в области построения математических методов решения прикладных задач и разработки соответствующего программного обеспечения (преимущественно в направлении избранной специализации). Выпускникам по специальности присваивается квалифи-

кация «математик-программист» и дальнейшая сфера их деятельности — это работа в научных, конструкторских и проектных организациях, на промышленных предприятиях, в государственных органах управления и других организациях различных форм собственности, использующих в своей деятельности математические методы и компьютерные технологии, а также учреждениях системы образования (при дополнительном изучении предметов психолого-педагогического цикла и прохождении педагогической практики).

*Председатель Научно-методического совета  
по прикладной математике и информатике  
УМО вузов Республики Беларусь  
по естественнонаучному образованию  
декан факультета прикладной математики  
и информатики БГУ  
П. А. Мандрюк*

# **ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
24.09.2008 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 153 /тип.

**Составители:**

**В. А. Мощенский**, доцент кафедры дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Ю. Л. Орлович**, доцент кафедры дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук;

**Г. П. Волчкова**, старший преподаватель кафедры дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета.

**Рецензенты:**

кафедра прикладной математики и информатики Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка»;

**В. М. Демиденко**, ведущий научный сотрудник института математики НАН Беларуси, кандидат физико-математических наук.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой дискретной математики и алгоритмики Белорусского университета (протокол № 9 от 28.02.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 27.03.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 24.06.2008 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Основной спецификой дискретной математики и математической логики (ДМ и МЛ) является алгоритмическая основа и демонстрация использования дискретности в современной науке. ДМ и МЛ включает ряд разделов, которые наиболее интенсивно стали развиваться в середине прошлого столетия в связи с появлением ЭВМ. Этот курс является не только фундаментом математической кибернетики, но и важным звеном математического образования для специалистов в области прикладной математики и информатики.

В курсе ДМ и МЛ изучаются: высказывания и предикаты (основные операции над ними и их свойства), комбинаторный анализ, булевы функции, конечные графы и сети, формальные грамматики и языки, алгоритмические модели, элементы теории кодирования.

В результате изучения дисциплины студент должен

*знать:*

- логические операции;
- основные методы теории множеств и комбинаторики;
- булевы функции и функции  $k$ -значной логики;
- основные понятия и базовые результаты теории графов;
- элементы теории формальных грамматик и языков;
- основы теории алгоритмов, понятие о классах сложности P и NP;
- элементы теории кодирования;

*уметь:*

- переводить предложения на формальный язык логики высказываний;
- решать базовые комбинаторные задачи;
- исследовать на полноту системы булевых функций;
- анализировать и строить конкретные грамматики;
- исследовать на изоморфизм простейшие графы, определять связность, двудольность и планарность графов;
- программировать на языке машин Тьюринга;
- определять принадлежность функций классам: примитивно-рекурсивных, частично-рекурсивных, общерекурсивных;
- определять делимость кода, строить оптимальный код.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 245 учебных часов, в том числе 136 аудиторных часов: лекции – 84 часа, практические занятия – 34 часа, лабораторные занятия – 18 часов.

### Примерный тематический план

Название раздела	Количество аудиторных часов			
	Всего	В том числе		
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия
<b>Раздел 1. Высказывания и предикаты</b>	22	16	4	2
<b>Раздел 2. Комбинаторный анализ</b>	26	18	6	2
<b>Раздел 3. Графы и сети</b>	18	10	6	2
<b>Раздел 4. Булевы функции</b>	20	16	4	–
<b>Раздел 5. Формальные грамматики</b>	12	6	2	4
<b>Раздел 6. Алгоритмические модели</b>	26	12	10	4
<b>Раздел 7. Элементы теории кодирования</b>	12	6	2	4
<b>Итого:</b>	<b>136</b>	<b>84</b>	<b>34</b>	<b>18</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### Раздел 1. Высказывания и предикаты

Высказывания, операции над высказываниями и их основные союзы. Высказывательные формулы, тавтологии. Логическое следствие. Предикаты, операции над предикатами и их свойства. Предикатные формулы, их интерпретации и модели. Понятия об исчислении высказываний и об аксиоматическом описании общезначимых формул.

### Раздел 2. Комбинаторный анализ

Множества, задание множеств. Подмножества и их свойства. Операции над множествами и основные равенства. Покрытия и разбиения множеств. Правило суммы. Принцип Дирихле. Декартово произведение множеств. Правило произведения. Бинарные отношения и их свойства. Отношение эквивалентности. Размещения с повторениями и без повторений. Сочетания без повторений и сочетания с повторениями. Бином Ньютона. Полиномиальная теорема. Рекуррентные соотношения и методы их решения. Формула включений и исключений. Производящие функции.

### **Раздел 3. Графы и сети**

Графы. Изоморфизм графов. Способы задания графов. Понятие о верхних и нижних оценках. Верхняя оценка числа неизоморфных графов без изолированных вершин. Двудольные графы. Критерий двудольности. Деревья. Код Прюфера дерева. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера. Гомеоморфные графы. Критерий планарности Понтрягина – Кура-товского. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Критерий эйлеровости. Раскраска графов, хроматическое число графа, проблема четырех красок. Корневые деревья. Верхняя оценка числа неизоморфных корневых деревьев. Сети,  $\pi$ -сети.

### **Раздел 4. Булевы функции**

Понятие булевой функции. Элементарные функции. Формулы, основные равносильности. Описание работы сумматора. Принцип двойственности. СДНФ и СКНФ, ДНФ и КНФ. Полные системы булевых функций. Полином Жегалкина. Методы построения полинома Жегалкина. Замкнутые классы. Критерий функциональной полноты. Теорема о минимальном базисе. Понятие о результатах Поста. Проблема минимизации ДНФ. Алгоритм построения всех тупиковых ДНФ. Геометрическая интерпретация проблемы минимизации ДНФ. Понятие о функциях  $k$ -значной логики, их особенности.

### **Раздел 5. Формальные грамматики**

Основные понятия. Некоторые свойства грамматик. Иерархия языков. Леммы о разрастании для КС- и А-языков. Грамматический разбор. КС-грамматики и синтез языков программирования.

### **Раздел 6. Алгоритмические модели**

Интуитивное понятие алгоритма и необходимость его уточнения. Машины Тьюринга (одноленточные детерминированные), функции ими вычислимые. Тезис Тьюринга. Проблема самоприменимости. Понятие о сложности алгоритма и о сложностях вычислений.  $k$ -ДМТ и  $k$ -НМТ. Проблема  $P = ?NP$ . Полиномиальная сводимость. NP-полные проблемы. Проблемы выполнимости и 3-выполнимости. Простейшие арифметические функции. Операции суперпозиции, примитивной рекурсии, минимизации. Классы рекурсивных функций; соотношения между ними и классом функций, вычислимых по Тьюрингу.

### **Раздел 7. Элементы теории кодирования**

Схема передачи информации. Двоичное кодирование. Примеры кодовых систем. Критерий делимости кода. Оптимальные коды, метод

Хаффмена. Код Шеннона – Фано. Сжатие информации. Самокорректирующиеся коды (код Хэмминга) с исправлением одного замещения.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

Гаврилов, Г. П. Задачи и упражнения по дискретной математике / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко А. А. – М. : Физматлит, 2005. – 416 с.

Мощенский, А. В. Курс математической логики / А. В. Мощенский, В. А. Мощенский. – Минск : БГУ, 1999. – 129 с.

Мощенский, А. В. Математические основы информатики / А. В. Мощенский, В. А. Мощенский. – Минск : БГУ, 2002. – 149 с.

Нефедов, В. Н. Курс дискретной математики / В. Н. Нефедов, В. А. Осипова. – М. : Изд-во МАИ, 1992. – 264 с.

Шоломов, Л. А. Основы теории дискретных логических и вычислительных устройств / Л. А. Шоломов. – М. : Наука, 1980. – 402 с.

### Дополнительная

Андерсон, Дж. А. Дискретная математика и комбинаторика / Дж. А. Андерсон. – М. : Вильямс, 2004. – 960 с.

Введение в теорию автоматов, языков и вычислений / Дж. Хопкорфт [и др.]. – М. : Вильямс, 2002. – 528 с.

Дискретная математика / Й. Денев [и др.]. – София : Наука, 1985. – 312 с.

Лекции по теории графов / В. А. Емеличев [и др.] – М. : Наука, 1990. – 384 с.

Марченков, С. С. Булевы функции / С. С. Марченков. – М. : Физматлит, 2002. – 72 с.

Романовский, И. В. Дискретный анализ / И. В. Романовский. – СПб., 1999. – 158 с.

Сборник задач по дискретному анализу. Комбинаторика. Элементы алгебры логики. Теория графов / Ю. И. Журавлев [и др.]. – М. : МФТИ, 2004. – 100 с.

Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари. – М. : Мир, 1973. – 300 с.

Холл, М. Комбинаторика / М. Холл. – М. : Мир, 1970. – 424 с.

Яблонский, С. В. Введение в дискретную математику / С. В. Яблонский. – М. : Наука, 1979. – 272 с.

# **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

## **Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
24.09.2008 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 148 /тип.

**Составители:**

**С. А. Мазаник**, заведующий кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

**О. А. Кастрица**, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рецензенты:**

кафедра высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

**Н. Т. Стельмашук**, профессор кафедры математического анализа Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, профессор.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета (протокол № 11 от 20.03.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 27.03.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 24.06.2008 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Математический анализ» знакомит студентов со способами исследования функциональных зависимостей между переменными величинами. Изучаемые методы базируются на использовании предельного перехода, дифференциального и интегрального исчисления.

Основой для изучения математического анализа является курс математики, изучаемый в средней школе.

«Математический анализ» непосредственно связан с параллельно изучаемой дисциплиной «Геометрия и алгебра» и является базовым курсом для изучения предметов аналитического цикла, предусмотренных учебным планом специальности. Методы, излагаемые в курсе математического анализа, используются при изучении дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Вычислительные методы алгебры», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Методы численного анализа», «Методы оптимизации», «Уравнения математической физики», а также при изучении ряда дисциплин специализации.

Изучение математического анализа преследует две основные цели: во-первых, дать студентам базу, необходимую для усвоения материала перечисленных выше учебных дисциплин, и, во-вторых, сформировать составную часть банка знаний, получаемых будущими специалистами в процессе учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы.

При изложении курса важно показать возможности использования аппарата анализа при решении прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и др. Целесообразно выделить моменты построения математических моделей естественных процессов с целью их последующего изучения методами математического анализа, а также обратить внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

В результате изучения дисциплины студент должен *знать*:

- методы исследования функций одной и нескольких переменных с использованием аппарата дифференциального исчисления;
- принципы построения и использования интегралов при решении задач математики и прикладных задач;

- связи между кратными, криволинейными и поверхностными интегралами;
- принципы построения и исследования несобственных интегралов и интегралов, зависящих от параметров;
- методы исследования числовых и функциональных рядов;
- принципы построения ряда Фурье и свойства его суммы;
- основные положения теории функций комплексной переменной;
- основные принципы операционного исчисления;

*уметь:*

- исследовать свойства функций методами дифференциального исчисления;
- находить первообразные, вычислять кратные, криволинейные, поверхностные интегралы;
- исследовать сходимость рядов и несобственных интегралов;
- строить разложения функций в степенные ряды и ряды Фурье;
- дифференцировать и интегрировать функции комплексной переменной;
- строить разложения функций в ряд Лорана;
- использовать теорию вычетов для вычисления интегралов;
- применять методы математического анализа при построении и исследовании моделей прикладных задач.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 934 учебных часа, в том числе 510 аудиторных часов: лекции – 272 часа, практические занятия – 238 часов.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические занятия
<b>Введение</b>	2	2	
<b>Раздел I. Функции одной действительной переменной</b>			
1. Числа и числовые множества	18	10	8
2. Предел функции	14	6	8
3. Непрерывность	14	8	6
4. Дифференцируемость	16	6	10
5. Исследование функций	24	12	12

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические занятия
6. Неопределенный интеграл	24	12	12
7. Определенный интеграл	12	6	6
8. Приложения интеграла	12	6	6
<b>Раздел II. Функции нескольких действительных переменных</b>			
9. Функции нескольких переменных	8	4	4
10. Дифференцируемость функции нескольких переменных	16	8	8
11. неявно заданные функции	12	6	6
12. Экстремум функций нескольких переменных	16	8	8
13. Кратные интегралы	28	14	14
14. Кривые и поверхности	14	8	6
15. Криволинейные и поверхностные интегралы	42	20	22
<b>Раздел III. Ряды и несобственные интегралы</b>			
16. Интегралы, зависящие от параметра	38	18	20
17. Числовые ряды	26	12	14
18. Функциональные последовательности и ряды	34	16	18
19. Степенные ряды	16	8	8
20. Ряды Фурье	22	14	8
<b>Раздел IV. Теория функций комплексной переменной</b>			
21. Функции комплексного аргумента	26	18	8
22. Интеграл от функции комплексного аргумента	20	14	6
23. Комплексные числовые и функциональные ряды	18	12	6
24. Вычеты	20	12	8
25. Элементы операционного исчисления	18	12	6
<b>Итого:</b>	<b>510</b>	<b>272</b>	<b>238</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### *Введение*

Предмет математического анализа. Историческое развитие математического анализа, его место среди других математических наук и в естествознании.

### **Раздел I. Функции одной действительной переменной**

#### **1. Числа и числовые множества**

Действительные числа. Числовые множества. Отображения. Счетные и несчетные множества. Границы числовых множеств.

Числовые последовательности. Сходящиеся последовательности, их свойства. Сходимость монотонных последовательностей. Принцип выбора Больца-

но – Вейерштрасса. Число  $\epsilon$ . Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Понятие о числовых рядах.

## **2. Предел функции**

Функция одной переменной. Предел функции в точке. Критерий Гейне. Критерий Коши существования конечного предела функции. Одно-сторонние пределы. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности.

## **3. Непрерывность**

Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Непрерывность монотонной функции. Непрерывность обратной функции и композиции функций. Непрерывность элементарных функций. Замечательные пределы. Сравнение функций.  $O$ -символика. Локальные свойства непрерывных функций. Функции, непрерывные на множестве. Достижение непрерывной на отрезке функцией своих экстремальных значений (теорема Вейерштрасса). Равномерная непрерывность функций. Теорема Кантора.

## **4. Дифференцируемость**

Дифференцируемость функции в точке. Производная. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования. Производная обратной функции. Производная композиции функций. Производные основных элементарных функций. Дифференциал функции. Инвариантность формы первого дифференциала.

Использование производной и дифференциала в приближенных вычислениях.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.

Формула Тейлора. Различные способы представления остаточного члена. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Ряд Тейлора. Формулы Эйлера.

## **5. Исследование функций**

Стационарные точки функции. Теоремы Ферма, Ролля. Формула конечных приращений (теорема Лагранжа). Теорема Коши. Правила Лопиталю раскрытия неопределенностей.

Монотонные дифференцируемые функции. Экстремумы. Необходимое условие локального экстремума. Исследование критических точек. Глобальный экстремум. Выпуклость функций. Асимптоты. Построение эскиза графика функций.

Понятие об итерационных алгоритмах приближенного вычисления корней уравнений.

## **6. Неопределенный интеграл**

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные основных элементарных функций. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Неберущиеся интегралы. Существование элементарных первообразных у рациональных функций. Методы рационализации.

## **7. Определенный интеграл**

Определенный интеграл Римана. Критерий Коши интегрируемости функции. Интегрируемость непрерывной функции. Интегральное колебание. Необходимые и достаточные условия Дарбу интегрируемости в смысле Римана. Основные свойства определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема Барроу. Формула Ньютона – Лейбница. Основные приемы вычисления определенного интеграла.

Понятие о других способах построения интеграла.

## **8. Приложения интеграла**

Длина дуги, площадь фигуры, объем тела, использование интегралов для их вычисления. Приложения интегралов в механике, физике, экономике и др.

Алгоритмы численного интегрирования. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.

## **Раздел II. Функции нескольких действительных переменных**

### **9. Функции нескольких переменных**

Пространство  $\mathbf{R}^n$ . Сходящиеся последовательности в  $\mathbf{R}^n$ . Принцип выбора. Критерий Коши сходимости последовательности в  $\mathbf{R}^n$ .

Функции нескольких переменных. Предел. Повторные пределы. Непрерывность. Непрерывность по одной из переменных. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность на множестве. Равномерная непрерывность.

### **10. Дифференцируемость функции нескольких переменных**

Дифференцируемость в точке функции нескольких переменных. Частные производные. Условия дифференцируемости. Дифференциал. Дифференцирование композиции функций нескольких переменных. Инвариантность формы первого дифференциала.

Производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства смешанных производных. Оператор дифференцирования. Формула Тейлора.

### ***11. Неявно заданные функции***

Теорема о неявной функции.

Векторные функции  $n$  переменных. Непрерывность. Дифференцируемость. Производное отображение. Матрица Якоби. Дифференциал. Дифференцирование композиции. Теорема о неявной векторной функции. Зависимость функций.

### ***12. Экстремум функций нескольких переменных***

Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия. Исследование стационарных точек. Условный экстремум. Функция Лагранжа. Глобальный экстремум.

### ***13. Кратные интегралы***

Интеграл Римана функции нескольких переменных. Критерии Коши и Дарбу интегрируемости. Основные свойства интеграла. Классы интегрируемых функций. Замена переменных в кратных интегралах. Использование полярных, цилиндрических и сферических координат при вычислении интегралов.

Использование кратных интегралов при решении геометрических, физических и других прикладных задач.

### ***14. Кривые и поверхности***

Кривые на плоскости и в пространстве. Векторное задание кривой. Трехгранник Френе. Кривизна и кручение. Поверхности. Векторное задание поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Касательная плоскость и нормаль. Односторонние и двухсторонние поверхности. Понятие многообразия.

### ***15. Криволинейные и поверхностные интегралы***

Криволинейные интегралы первого и второго рода. Формула Грина. Условия Эйлера. Использование формулы Ньютона – Лейбница для вычисления криволинейных интегралов.

Поверхностные интегралы первого и второго рода. Формула Стокса. Формула Остроградского.

Использование криволинейных и поверхностных интегралов при решении прикладных задач.

## **Раздел III. Ряды и несобственные интегралы**

### ***16. Интегралы, зависящие от параметра***

Функции, определяемые как интегралы, зависящие от параметра. Предельный переход. Непрерывность. Дифференцируемость. Правило Лейбница. Интегрирование.

Несобственные интегралы первого и второго рода. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов первого и второго рода. Несобственные интегралы от положительных функций. Признаки сравнения. Степенные признаки сходимости несобственных интегралов. Абсолютная сходимость. Признаки Дирихле и Абеля. Главное значение несобственного интеграла.

Функции, определяемые как несобственные интегралы, зависящие от параметра. Предельный переход. Дифференцирование. Интегрирование.

Эйлеровы интегралы первого и второго рода. Их основные свойства.

### ***17. Числовые ряды***

Числовой ряд. Критерий Коши сходимости ряда. Положительные ряды. Сравнение положительных рядов. Признаки сходимости (Коши, Даламбера, интегральный, Гаусса и др.). Знакопеременные ряды. Признаки Лейбница, Дирихле и Абеля. Абсолютная сходимость. Действия над рядами. Двойные и повторные ряды.

Понятие об обобщенных способах суммирования рядов.

### ***18. Функциональные последовательности и ряды***

Сходимость функциональных последовательностей. Равномерная сходимость. Критерии равномерной сходимости.

Функциональные ряды. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости функциональных рядов.

Функции, определяемые как суммы рядов. Предельный переход. Непрерывность. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов.

### ***19. Степенные ряды***

Степенные ряды. Теорема Абеля. Множество сходимости степенного ряда. Радиус сходимости. Свойства суммы степенного ряда. Представление функций степенными рядами. Ряд Тейлора.

Основные степенные разложения и их приложения к приближенным вычислениям.

### ***20. Ряды Фурье***

Скалярное произведение функций. Ортогональные системы функций. Последовательности тригонометрических многочленов. Ряд Фурье. Неравенство Бесселя. Ряд Фурье четной и нечетной функции.

Принцип локализации. Теорема Римана – Лебега. Сходимость ряда Фурье в точке.

Равномерная сходимость ряда Фурье. Сходимость в среднем. Равенство Парсеваля. Полнота и замкнутость тригонометрической системы.

Обобщенное равенство Парсеваля. Почленное интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.

Разложение функций в ряды Фурье. Теорема Вейерштрасса об аппроксимации непрерывной функции многочленами.

Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.

## **Раздел IV. Теория функций комплексной переменной**

### ***21. Функции комплексного аргумента***

Комплексные числа. Последовательности комплексных чисел.

Функции комплексного аргумента. Дробно-линейная функция. Показательная функция. Экспонента и логарифмическая функция. Тригонометрические и гиперболические функции.

Дифференцируемость функции комплексного аргумента. Условия Коши – Римана. Геометрический смысл производной. Конформные отображения.

### ***22. Интеграл от функции комплексного аргумента***

Интеграл. Интегральная теорема Коши. Формула Ньютона – Лейбница. Интегральная формула Коши.

### ***23. Комплексные числовые и функциональные ряды***

Ряды комплексных чисел. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства суммы степенного ряда.

Регулярные функции. Связь между регулярностью и дифференцируемостью. Теорема Лиувилля. Нули регулярной функции. Понятие об аналитическом продолжении и аналитической функции.

Ряд Лорана. Изолированные особые точки функции. Поведение функции в окрестности особой точки.

### ***24. Вычеты***

Вычет функции в особой точке. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Применение вычетов для вычисления несобственных интегралов.

Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры.

### ***25. Элементы операционного исчисления***

Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение. Свойства преобразования Лапласа. Изображения основных элементарных функций. Отыскание оригинала по известному изображению. Использование операционного исчисления для решения дифференциальных и интегральных уравнений.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

Богданов, Ю. С. Лекции по математическому анализу: в 2 ч. / Ю. С. Богданов. – Минск : БГУ, 1974, 1978.

Богданов, Ю. С. Математический анализ / Ю. С. Богданов, О. А. Кастрица, Ю. Б. Сыроид. – М. : ЮНИТИ–ДАНА, 2003. – 351 с.

Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б. П. Демидович. – М. : Наука, 1998. – 624 с.

Зорич, В. А. Математический анализ: в 2 ч. / В. А. Зорич. – М. : Наука, 1997, 1998.

Ильин, В. А. Математический анализ: в 2 ч. / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1985, 1987.

Краснов, М. Л. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. – М. : Наука, 1981. – 303 с.

Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа: в 3 т. / Л. Д. Кудрявцев. – М. : Высш. шк., 1988, 1989.

Сидоров, Ю. В. Лекции по теории функций комплексного переменного / Ю. В. Сидоров, М. В. Федорюк, М. И. Шабунин. – М. : Наука, 1989. – 408 с.

Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. – М. : Наука, 1997. – 720 с.

### Дополнительная

Богданов, Ю. С. Начала анализа в задачах и упражнениях / Ю. С. Богданов, О. А. Кастрица. – Минск : Вышэйш. шк., 1988. – 179 с.

Воднев, В. Т. Основные математические формулы / В. Т. Воднев, А. Ф. Наумович, Н. Ф. Наумович. – Минск : Вышэйш. шк., 1995. – 380 с.

Ильин, В. А. Основы математического анализа: в 2 ч. / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – М. : Наука, 1982, 1980.

Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – М. : Наука, 1989. – 623 с.

Лаврентьев, М. А. Методы теории функций комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. – М. : Наука, 1987. – 688 с.

Никольский, С. М. Курс математического анализа: в 2 т. / С. М. Никольский. – М. : Наука, 1990.

Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. – М. : Наука, 1986. – 528 с.

Сборник задач по математическому анализу. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. – М. : Наука, 1984. – 592 с.

Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных / Л. Д. Кудрявцев [и др.]. – М. : Наука, 1994. – 496 с.

Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. – М. : Наука, 1979. – 319 с.

Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г. М. Фихтенгольц. – М. : Наука, 1997.

# **ГЕОМЕТРИЯ И АЛГЕБРА**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
24.09.2008 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 150 /тип.

**Составители:**

**Г. П. Размыслович**, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**А. В. Филиппов**, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Б. Б. Комраков**, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рецензенты:**

кафедра высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

**В. В. Шлык**ов, заведующий кафедрой алгебры и геометрии Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», доктор педагогических наук, профессор.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета (протокол № 11 от 20.03.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 27.03.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 24.06.2008 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Геометрия и алгебра» знакомит студентов с основными понятиями аналитической геометрии, линейной и высшей алгебры, матричного анализа.

Базой для изучения данного курса являются дисциплины «Алгебра» и «Геометрия», изучаемые в средней школе.

Предмет «Геометрия и алгебра» является базовым математическим курсом и непосредственно связан с основными дисциплинами аналитического цикла, такими как «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения». Методы, излагаемые в курсе геометрии и алгебры, используются при изучении дисциплин «Вычислительные методы алгебры», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы численного анализа», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Методы оптимизации», а также при изучении ряда дисциплин специализаций.

Основными целями курса являются:

- во-первых, дать глубокие знания по одному из основных разделов высшей математики, имеющему тесную связь с многочисленными прикладными проблемами и богатые приложения;
- во-вторых, создать фундамент, необходимый для усвоения материала перечисленных выше дисциплин;
- в-третьих, сформировать одну из основных частей банка знаний специалистов университетского уровня в избранной области деятельности.

При изложении курса важно показать возможности использования аппарата геометрии и алгебры при решении как чисто теоретических, так и прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и др. Целесообразно выделить моменты построения алгоритмов полученных результатов с целью их реализации при помощи средств вычислительной техники.

В результате изучения дисциплины студент должен *знать*:

- основы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве;
- основные понятия высшей алгебры;
- основы линейной алгебры;
- основы матричного анализа;

уметь:

- применять метод координат при исследовании алгебраических кривых и поверхностей первого и второго порядка;
- решать основные задачи теории векторных, евклидовых и унитарных пространств;
- решать матричные уравнения;
- находить значение функций от матриц;
- применять аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры и теории матриц при решении задач специальности.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 637 учебных часов, в том числе 340 аудиторных часов: лекции – 170 часов, практические занятия – 170 часов.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические занятия
<b>Введение.</b>	1	1	
<b>Раздел I. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве</b>			
1. Системы координат на прямой, плоскости и в пространстве	7	3	4
2. Векторы	16	8	8
3. Прямые и плоскости	28	12	16
4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве	20	10	10
<b>Раздел II. Алгебра</b>			
5. Группа, кольцо, поле	12	8	4
6. Комплексные числа	12	6	6
7. Многочлены	20	10	10
8. Матрицы и определители	20	10	10
9. Векторные пространства.	32	16	16
10. Линейные операторы	28	14	14
11. Полиномиальные матрицы	20	10	10
12. Нормальные формы матриц	16	8	8
13. Квадратичные формы.	12	6	6
14. Евклидовы и унитарные пространства	20	10	10
15. Аффинные пространства	8	4	4
<b>Раздел III. Матричный анализ</b>			
16. Псевдообратная матрица	8	4	4

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические занятия
17. Функции от матриц	8	4	4
18. Матричные уравнения	10	4	6
19. Сопряженное пространство и сопряженное отображение	24	10	14
20. Векторные и матричные нормы	6	4	2
21. Локализация собственных значений	6	4	2
22. Положительные матрицы	6	4	2
<b>Итого:</b>	<b>340</b>	<b>170</b>	<b>170</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### Введение

Предмет дисциплины «Геометрия и алгебра». Исторические сведения о развитии этого раздела математики. Роль и место геометрии и алгебры в системе математического образования.

### Раздел I. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве

#### *1. Системы координат на прямой, плоскости и в пространстве*

Метод координат на прямой, плоскости и в пространстве. Прямоугольная, полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.

#### *2. Векторы*

Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

#### *3. Прямые и плоскости*

Различные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Уравнения плоскости. Взаимное расположение прямых и плоскостей.

#### *4. Кривые и поверхности второго порядка*

Кривые и поверхности второго порядка. Приведение уравнений линий и поверхностей второй порядка к каноническому виду.

### Раздел II. Алгебра

#### *5. Группа, кольцо, поле*

Бинарное отношение. Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентности. Алгебраическая операция. Группа. Кольцо. Поле. Изоморфизмы. Характеристика поля.

## **6. Комплексные числа**

Поле комплексных чисел. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня  $n$ -й степени из комплексного числа. Корни из единицы.

## **7. Многочлены**

Кольцо многочленов над полем. Деление с остатком. Алгоритм Евклида. Корни многочлена. Разложение многочленов на неприводимые многочлены. Интерполяция. Схема Горнера. Рациональные дроби. Многочлены над  $\mathcal{Q}$ . Неприводимые многочлены над  $\mathcal{Q}$ . Критерий Эйзенштейна.

## **8. Матрицы и определители**

Матрицы и определители. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса. Матричные уравнения.

## **9. Векторные пространства**

Векторное (линейное) пространство. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис и размерность. Подпространства. Линейные оболочки. Сумма и пересечение подпространств. Ранг системы векторов. Ранг матрицы и теорема о базисном миноре. Критерий совместности систем линейных уравнений. Общее решение систем линейных уравнений.

## **10. Линейные операторы**

Линейные операторы. Ядро и образ линейного оператора. Невырожденный линейный оператор. Собственные векторы и собственные значения. Характеристическая матрица и характеристический многочлен. Операторы простой структуры.

## **11. Полиномиальные матрицы**

Полиномиальные матрицы. Критерии эквивалентности полиномиальных матриц. Критерий подобия матриц. Минимальный многочлен. Теорема Гамильтона – Кели.

## **12. Нормальные формы матриц**

Нормальные формы матриц: жорданова нормальная форма матрицы, обобщенная жорданова форма матрицы, нормальные формы Фробениуса.

## **13. Квадратичные формы**

Билинейные и квадратичные формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полем  $R$  и над полем  $S$ . Критерии знакоопределенности действительных квадратичных форм. Эрмитовы формы.

#### ***14. Евклидовы и унитарные пространства***

Евклидовы и унитарные пространства. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Изометрический оператор. Самосопряженный оператор. Разложение произвольного линейного оператора в произведение изометрического и самосопряженного операторов.

#### ***15. Аффинные пространства***

Аффинное пространство. Квадрики в аффинном пространстве. Приведение уравнения квадрики к каноническому виду.

### **Раздел III. Матричный анализ**

#### ***16. Псевдообратная матрица***

Псевдообратная матрица Мура – Пенроуза. Нормальное псевдорешение системы линейных уравнений.

#### ***17. Функции от матриц***

Функции от матриц. Интерполяционный многочлен Сильвестра – Лагранжа.

#### ***18. Матричные уравнения***

Решение матричных уравнений  $AX = XB$ ,  $AX = XA$ ,  $AX - XB = C$ . Пучки матриц.

#### ***19. Сопряженное пространство и сопряженное отображение***

Сопряженное пространство и сопряженное отображение. Сингулярные числа и сингулярные базисы. Сингулярное и полярное разложения. Теорема Шура. Нормальные преобразования. Нильпотентные преобразования.

#### ***20. Векторные и матричные нормы***

Векторные и матричные нормы. Эквивалентность норм.

#### ***21. Локализация собственных значений***

Оценки модулей, действительных и мнимых частей собственных значений. Локализационные круги Гершгорина. Обусловленность линейных систем.

#### ***22. Положительные матрицы***

Знакоопределенные и полуопределенные матрицы.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Беклемишев, Д. В. Дополнительные главы линейной алгебры / Д. В. Беклемишев. – М. : Наука, 1983.

Беллман, Р. Введение в теорию матриц / Р. Беллман. – М. : ИЛ, 1966.

- Гантмахер, Ф. Р. Теория матриц. / Ф. Р. Гантмахер. – 2-е изд. – М. : ГИТЛ, 1975 – 575 с.
- Задачи по матричному анализу / А. К. Деменчук [и др.]. – Минск : БГУ, 2004. – 52 с.
- Ильин, В. А. Аналитическая геометрия / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – М. : Наука, 1974. – 232 с.
- Ильин, В. А. Линейная алгебра / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – М. : Наука, 1981. – 294 с.
- Матричный анализ в примерах и задачах / А. К. Деменчук [и др.]. – Минск : БГУ, 2008. – 158 с.
- Милованов, М. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: в 2 т. / М. В. Милованов, Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко. – Минск : Вышэйш. шк., 1976. – Т. 1. – 544 с.
- Милованов, М. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: в 2 т. / М. В. Милованов, Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко. – Минск : Вышэйш. шк., 1984. – Т. 2. – 302 с.
- Размыслович, Г. П. Геометрия и алгебра / Г. П. Размыслович, М. М. Феденя, В. М. Ширяев. – Минск : Университетское, 1987. – 350 с.
- Размыслович, Г. П. Сборник задач по геометрии и алгебре / Г. П. Размыслович, М. М. Феденя, В. М. Ширяев. – Минск : Университетское, 1999. – 384 с.
- Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии / А. А. Бурдун [и др.]. – Минск : Университетское, 1989. – 222 с.
- Тышкевич, Р. И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Р. И. Тышкевич, А. С. Феденко. – Минск : Вышэйш. шк., 1976 – 544 с.
- Хорн, Р. Матричный анализ / Р. Хорн, Ч. Джонсон. – М. : Мир, 1989.

### **Дополнительная**

- Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д. В. Беклемишев. – М. : Наука, 1984. – 320 с.
- Воеводин, В. В. Вычислительные основы линейной алгебры / В. В. Воеводин. – М. : Наука, 1977.
- Воеводин, В. В. Линейная алгебра / В. В. Воеводин. – М. : Наука, 1990. – 400 с.
- Икрамов, Х. Д. Сборник задач по линейной алгебре / Х. Д. Икрамов. – М. : Наука, 1966.
- Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии / Д. В. Клетеник. – М. : Наука, 1980. – 240 с.
- Кострикин, А. И. Линейная алгебра и геометрия / А. И. Кострикин, Ю. И. Манин. – М. : Наука, 1986. – 304 с.
- Курош, А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. – М. : Наука, 1975. – 431 с.
- Ланкастер, П. Теория матриц / П. Ланкастер. – М. : Наука, 1978.
- Маркус, М. Обзор по теории матриц и матричных неравенств / М. Маркус, Х. Минк. – М. : Наука, 1972.
- Проскураков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре / И. В. Проскураков. – М. : Наука, 1978. – 384 с.
- Стренг, Г. Линейная алгебра и ее применения / Г. Стенг. – М. : Мир, 1980.
- Фаддеев, Д. Н. Сборник задач по высшей алгебре / Д. Н. Фаддеев, И. С. Соминский. – М. : Наука, 1977. – 188 с.

# **ПРОГРАММИРОВАНИЕ**

## **Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
24.09.2008 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 152 /тип.

**Составители:**

**М. К. Буза**, профессор кафедры математического обеспечения ЭВМ Белорусского государственного университета, доктор технических наук, профессор;

**В. П. Дубков**, старший преподаватель кафедры математического обеспечения ЭВМ Белорусского государственного университета;

**С. И. Кашкевич**, доцент кафедры математического обеспечения АСУ Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**В. Ю. Сакович**, ассистент кафедры математического обеспечения ЭВМ Белорусского государственного университета.

**Рецензенты:**

кафедра вычислительных методов и программирования Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

**А. И. Павловский**, профессор кафедры прикладной математики и информатики Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», профессор, кандидат физи-ко-математических наук.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой математического обеспечения ЭВМ Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 19.02.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 27.03.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 24.06.2008 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Программирование» ориентирована на обучение студентов базовым знаниям, умениям и навыкам в области программирования. Изучаемые темы базируются на использовании современных информационных технологий, новейшего программного и технического обеспечения компьютеров.

Дисциплина «Программирование» ориентирована на подготовку специалиста, умеющего проектировать эффективные алгоритмы решения поставленной задачи, выбирать наиболее подходящие структуры данных, программные и технические средства его реализации и с учетом операционного окружения разрабатывать программные приложения, отвечающие современным требованиям и новейшим компьютерным технологиям.

Изучение программирования преследует две основные цели: во-первых, дать студентам базу, необходимую для усвоения материала последующих учебных дисциплин в области информатики, и, во-вторых, сформировать составную часть банка знаний, необходимого студентам для успешной дальнейшей работы.

При построении курса «Программирование» рекомендуется использовать современные технологии разработки программ, в частности объектно-ориентированную и визуально-событийную.

Основой для обучения программированию является курс информатики, изучаемый в базовой и средней школе.

При изложении курса важно показать возможности использования инструментария программирования при решении прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и производства.

Дисциплина «Программирование» непосредственно связана с параллельно изучаемыми дисциплинами: «Математический анализ», «Геометрия и алгебра», «Дискретная математика и математическая логика» и другими предметами аналитического цикла, предусмотренными учебным планом специальностей. Методы и формулы, излагаемые в указанных курсах, используются для проектирования алгоритмов и программных приложений.

В результате изучения дисциплины студент должен *знать*:

– основные понятия и принципы обработки информации, основы организации компьютерной обработки информации;

– современные информационные технологии разработки программного обеспечения компьютеров и компьютерных сетей;

*уметь:*

– использовать современные технологии разработки программ;  
 – строить эффективные алгоритмы решения поставленной задачи, выбирать наиболее подходящие структуры данных, программные и технические средства его реализации и с учетом операционного окружения разрабатывать программные приложения, отвечающие современным компьютерным технологиям и требованиям.

Сформированные компетенции в области программирования являются базовыми при изучении всех дисциплин специализации, при выполнении курсовых и дипломных работ, а также используются как инструмент для моделирования и компьютерного решения задач математических дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Вычислительные методы алгебры», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Методы численного анализа», «Методы оптимизации», «Уравнения в частных производных».

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» программа предусматривает для изучения дисциплины 687 учебных часов, в том числе 374 аудиторных часа: лекции – 154 часа, лабораторные занятия – 220 часов.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Лабораторные занятия
<b>Раздел I. Основы программирования</b>			
1. Введение	2	2	
2. Языки программирования: синтаксис и семантика	4	2	2
3. Данные	14	6	8
4. Методы	12	4	8
5. Пользовательские типы данных	14	6	8
6. Модульная структура приложения	8	4	4
7. Проектирование структур данных	20	8	12
8. Этапы разработки программ	4	2	2
<b>Раздел II. Объектно-ориентированное программирование</b>			
9. Абстрактные типы и классы	44	20	24
10. Шаблоны	12	4	8

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Лабораторные занятия
11. Библиотеки классов	22	10	12
<b>Раздел III. Разработка приложений, поддерживающих графический интерфейс пользователя (GUI)</b>			
12. Разработка приложений на основе функций операционной системы	16	4	12
13. Графический интерфейс	32	12	20
14. Оконные элементы управления	38	18	20
<b>Раздел IV. Принципы функционирования микропроцессоров</b>			
15. Архитектура компьютера	8	4	4
16. Машинно-ориентированный язык	44	20	24
17. Система прерываний	8	4	4
<b>Раздел V. Платформено-независимые языки программирования</b>			
18. Язык программирования Java	48	16	32
19. Декларативные языки	24	8	16
<b>Итого:</b>	<b>374</b>	<b>154</b>	<b>220</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### Раздел 1. Основы программирования

#### *1. Введение*

Компьютер и его программное обеспечение. Операционные системы и среды. Информация и кодирование информации.

Алгоритм и его свойства. Формализации понятия «алгоритм». Принципы разработки алгоритмов.

Основные парадигмы программирования: структурное, модульное, объектно-ориентированное, императивное, функциональное, параллельное программирование

#### *2. Языки программирования: синтаксис и семантика*

Классификация языков программирования. Описание языков программирования: нормальная форма Бекуса, синтаксические диаграммы. Алфавит, синтаксис, семантика языка программирования.

### ***3. Данные***

Предопределенные типы данных, переменные, константы, выражения. Приведение типов.

### ***4. Методы***

Основные управляющие структуры и операторы. Модульное программирование. Процедуры и функции. Параметры. Модульная структура приложений и типы модулей. Организация ввода-вывода.

### ***5. Пользовательские типы данных***

Массивы. Структуры. Строки. Указатели. Динамические объекты.

### ***6. Модульная структура приложения***

Структура многомодульного приложения. Директивы препроцессора. Пространство имен. Динамические библиотеки: построение и использование динамических библиотек.

### ***7. Проектирование структур данных***

Структурированные данные. Списки, стеки, очереди.

Способы упорядочения информации. Поиск. Сравнительный анализ методов поиска и методов сортировки.

### ***8. Этапы разработки программ***

Основные этапы разработки и сопровождения программ.

Методы тестирования и отладки программ. Типы ошибок и их обработка на этапах проектирования, трансляции, выполнения. Доказательство правильности программ.

## **Раздел 2. Объектно-ориентированное программирование**

### ***9. Абстрактные типы и классы***

Класс как абстрактный тип, классы и объекты. Члены класса, доступ. Конструкторы, деструкторы. Наследование, множественное наследование. Полиморфизм и виртуальные функции. Абстрактные классы.

Объектная модель ввода-вывода. Потоки ввода-вывода. Форматирование и состояние потока.

Обработка исключительных ситуаций.

### ***10. Шаблоны***

Шаблоны функций. Шаблоны классов.

### ***11. Библиотеки классов***

Использование библиотек стандартных классов: контейнеры, итераторы, функциональные объекты, алгоритмы.

### **Раздел 3. Разработка приложений, поддерживающих графический интерфейс пользователя (GUI)**

#### ***12. Разработка приложений на основе функций операционной системы***

Структура приложения и его проектирование на основе функций операционной системы. Обработка сообщений. Обработка сообщений клавиатуры и мыши.

#### ***13. Графический интерфейс***

Элементы графического интерфейса и его проектирование.

#### ***14. Оконные элементы управления***

Проектирование интерфейса окна: меню, панель инструментов, строка статуса.

Кнопки, редакторы, списки. Организация обмена информацией между органами управления и окнами.

Диалоговые окна и организация обмена информацией между органами управления и диалоговыми окнами. Стандартные диалоги.

Использование библиотек среды разработки для создания приложений.

### **Раздел 4. Принципы функционирования микропроцессоров**

#### ***15. Архитектура компьютера***

Архитектура и структурная схема компьютера. Модель микропроцессора. Организация сегментированной памяти. Представление информации в оперативной памяти компьютера. Основные сведения о машинном языке. Режимы работы процессора.

#### ***16. Машинно-ориентированный язык***

Структура программы. Директивы: сегментации, описания процедур, определения данных, эквивалентности и присваивания. Общая структура машинных команд. Режимы адресации и форматы команд. Система команд.

Организация взаимосвязей между модулями, написанными на языках высокого уровня и на языке Ассемблера.

#### ***17. Система прерываний***

Типы прерываний и организация обработки прерываний в реальном режиме.

### **Раздел 5. Платформо-независимые языки программирования**

#### ***18. Язык программирования Java***

Классы, типы операции. Наследование, полиморфизм и интерфейсы.

Апплеты и приложения.  
Обработка командной строки. Контейнеры данных.  
Модель обработки событий. Обработка событий мыши и клавиатуры.  
Обработка исключительных ситуаций.  
Проектирование интерфейса средствами библиотек AWT и JFC Swing.

### **19. Декларативные языки**

Использование HTML. Структура документа, форматирование, заголовки. Списки, таблицы. Фреймы, стили. Формы, элементы ввода на формах.

Использование XML. Структура документа. Определение тегов. Технологии разбора (parsers). Технологии проверки корректности (DTD, XML-схемы).

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Зубков, С. В. Assembler для DOS, Windows и UNIX для программистов / С. В. Зубков. – СПб. : Питер, 2004. – 608 с.

Павловская, Т. А. С /C++. Программирование на языке высокого уровня: учебник для студ. вузов, обуч. по напр. «Информатика и вычислительная техника» / Т. А. Павловская. – СПб. : Питер, 2006. – 460 с.

Финогенов, К. Г. Win32. Основы программирования / К. Г. Финогенов. – М. : Диалог-МИФИ, 2002. – 416 с.

Хорстманн, Кей С. Java 2. Библиотека профессионала. Т. I. Основы, 7-е изд. / Кей С. Хорстманн, Гари Корнелл; пер. с англ. – М. : Вильямс, 2007. – 896 с.

Хорстманн, Кей С. Java 2. Библиотека профессионала. Т. II. Тонкости программирования. – 7-е изд. / Кей С. Хорстманн, Гари Корнелл; пер. с англ. – М. : Вильямс, 2007. – 1168 с.

Юров, В. Assembler: учебник / В. Юров. – СПб. : Питер, 2000. – 623 с.

### **Дополнительная**

Алгоритмы и структуры данных = Algorithms and Data Structures : с примерами на Паскале / Н. Вирт; пер. с англ. Д. Б. Подшивалова. – 2-е изд., испр. – СПб. : Невский Диалект, 2005. – 352 с.

Ганеев, Р. Проектирование интерфейса пользователя средствами Win32 / Р. Ганеев. – API Горячая Линия – Телеком, 2006. – 358 с.

Грегори, К. Использование Visual C++.NET: спец. изд. / пер. с англ. К. Грегори; под ред. Г. П. Петриковца. – М. : Вильямс, 2003. – 784 с.

Ноутон, П. Java 2 в подлиннике / П. Ноутон, Г. Шилдт. – М.: BHV, 2005. – 1072 с.

Объектно-ориентированное программирование в C++ = Object-Oriented Programming in C++ / Р. Лафоре; пер. с англ. А. Кузнецова, М. Назарова, В. Шпрага. – 4-е изд. – СПб. : Питер, 2005. – 924 с.

- Пирогов, В. Ю. Ассемблер. учеб. курс / В. Ю. Пирогов. – М., 2003.
- Побегайло, А. П. С /С++ для студента /А. П. Побегайло. – СПб. : БХВ-Петербург, 2006. – 526 с.
- Программирование на Microsoft Visual С++6.0 = Programming Microsoft Visual С++6.0; пер. с англ. / Д. Дж. Круглински, С. Уингоу, Дж. Шеферд. – 5-е изд. – М.; СПб. : Русская редакция: Питер, 2003. – 819 с.
- Сергеев, А. П. HTML и XML. Профессиональная работа / А. П. Сергеев. – М. : Диалектика, 2004. – 880 с.
- Язык программирования С = Programming Language С / Б. Керниган, Д. Ритчи; пер. с англ. и ред. В. Л. Бродового. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Вильямс, 2006. – 290 с.
- Язык программирования С++ = The С++ Programming Language / Бьерн Страуструп; пер. с англ. С. Анисимова, М. Кононова; под ред. Ф. Андреева, А. Ушакова. – Специальное издание [с авторскими изменениями и дополнениями]. – М. : Бином, 2005. – 1099 с.

# **ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
14.04.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 269 /тип.

**Составители:**

**С. А. Мазаник**, заведующий кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

**Л. А. Альсевич**, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Ю. Б. Сыроид**, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рецензенты:**

кафедра высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

**Н. А. Изобов**, заведующий отделом дифференциальных уравнений Института математики НАН Беларуси, академик НАН Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета (протокол № 15 от 03.06.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 01.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» знакомит студентов с основными методами интегрирования и исследования дифференциальных уравнений, а также с методами построения дифференциальных моделей детерминированных процессов.

Курс основывается на дисциплинах «Математический анализ», «Геометрия и алгебра» и в свою очередь является базовым для изучения предметов аналитического цикла, предусмотренных учебным планом специальности. Материал, излагаемый в курсе дифференциальных уравнений, используется при изучении дисциплин «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Методы оптимизации», «Уравнения математической физики», «Методы численного анализа», «Численные методы математической физики», «Теоретическая механика», а также при изучении ряда дисциплин специализаций.

Изучение дифференциальных уравнений преследует две основные цели: во-первых, сформировать составную часть банка знаний, получаемых будущими специалистами в процессе учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы; во-вторых, дать студентам базу, необходимую для усвоения материала перечисленных выше учебных дисциплин.

При изложении курса важно показать возможности использования аппарата дифференциальных уравнений при решении прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики. Целесообразно выделить моменты построения математических моделей естественных процессов с целью их последующего изучения, а также обратить внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

В результате изучения дисциплины обучаемый должен:

*знать:*

- методы интегрирования линейных стационарных дифференциальных уравнений и систем;
- методы интегрирования элементарных дифференциальных уравнений;
- условия существования и единственности решения задачи Коши;
- понятия первого интеграла и базиса первых интегралов;
- основные понятия теории устойчивости;
- схему построения решений линейных однородных и квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка;

- принципы построения дифференциальных моделей;

*уметь:*

- использовать методы Лагранжа, Коши, Эйлера при построении общего решения и решения задачи Коши линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами;
- интегрировать элементарные дифференциальные уравнения;
- находить первые интегралы и строить их базис для нелинейных дифференциальных систем;
- исследовать устойчивость и асимптотическую устойчивость решений дифференциальных уравнений и систем;
- интегрировать линейные однородные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка;
- строить и исследовать дифференциальные модели эволюционных процессов.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» программа предусматривает для изучения дисциплины 245 учебных часов, в том числе 136 аудиторных часов: лекции – 68 часов, практические занятия – 68 часов.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические занятия
<b>1. Введение</b>	4	2	2
<b>Раздел I. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами</b>			
2. Однородные линейные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами	10	6	4
3. Фазовая плоскость однородного линейного уравнения второго порядка	4	2	2
4. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения	12	4	8
5. Исследование дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	4	2	2
<b>Раздел II. Линейные дифференциальные системы с постоянными коэффициентами</b>			
6. Однородные линейные векторные уравнения размерности $n$ (однородные линейные системы)	10	4	6
7. Неоднородные линейные векторные уравнения размерности $n$	12	6	6

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические занятия
8. Фазовая плоскость однородного линейного векторного уравнения размерности 2	4	2	2
9. Исследование линейных векторных уравнений	6	2	4
<b>Раздел III. Элементарные дифференциальные уравнения</b>			
10. Основные типы элементарных уравнений	14	6	8
11. Уравнения первого порядка в общей форме	8	4	4
<b>Раздел IV. Общая теория дифференциальных уравнений</b>			
12. Существование и единственность решения задачи Коши	6	4	2
13. Первые интегралы	6	2	4
14. Линейные уравнения с переменными коэффициентами	2	2	
15. Метод функций Ляпунова исследования устойчивости решений нелинейных систем	4	2	2
16. Колеблемость решений линейных уравнений второго порядка	4	2	2
17. Автономные системы на плоскости	2	2	
18. Линейные уравнения Эйлера	8	4	4
19. Линейные уравнения с голоморфными коэффициентами	6	4	2
20. Нелинейные векторные уравнения с голоморфными коэффициентами	2	2	
<b>Раздел V. Уравнения с частными производными первого порядка</b>			
21. Интегрирование уравнений с частными производными	8	4	4
<b>Итого:</b>	<b>136</b>	<b>68</b>	<b>68</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### *1. Введение*

Математические модели детерминированных процессов и явлений в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Принципы построения математических моделей. Основные понятия и задачи теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

## **Раздел I. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами**

### ***2. Однородные линейные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами***

Структура множества решений и фундаментальная система решений (базис) однородного уравнения. Вронскиан. Общее решение. Алгоритм интегрирования однородных уравнений.

### ***3. Фазовая плоскость однородного линейного уравнения второго порядка***

Фазовые графики. Классификация точек покоя. Прямая покоя.

### ***4. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения***

Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Функция Коши линейного дифференциального оператора. Метод Коши интегрирования неоднородных уравнений. Уравнения с правой частью в виде квазиполинома. Метод Эйлера интегрирования неоднородных уравнений.

### ***5. Исследование дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами***

Зависимость решений от начальных данных, устойчивость и асимптотическая устойчивость решений по Ляпунову. Критерий Рауса – Гурвица.

## **Раздел II. Линейные дифференциальные системы с постоянными коэффициентами**

### ***6. Однородные линейные векторные уравнения размерности $n$ (однородные линейные системы)***

Фундаментальная (базисная) матрица решений. Общее решение. Метод Эйлера разрешения однородных систем. Экспоненциальное представление решений.

### ***7. Неоднородные линейные векторные уравнения размерности $n$***

Общее решение. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Матрица Коши, метод Коши интегрирования неоднородных систем.

### ***8. Фазовая плоскость однородного линейного векторного уравнения размерности 2***

Фазовые графики. Классификация точек покоя.

### ***9. Исследование линейных векторных уравнений***

Зависимость решений от начальных данных, устойчивость и асимптотическая устойчивость решений по Ляпунову.

## **Раздел III. Элементарные дифференциальные уравнения**

### ***10. Основные типы элементарных уравнений***

Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения, сводящиеся к линейным. Уравнение Риккати.

### ***11. Уравнения первого порядка в общей форме***

Задача Коши. Методы интегрирования. Задача об изогональных траекториях. Общие, особые и составные решения. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка уравнения.

## **Раздел IV. Общая теория дифференциальных уравнений**

### ***12. Существование и единственность решения задачи Коши***

Задача Коши. Существование и единственность решения задачи Коши. Сравнение решений и продолжимость решений. Зависимость решений от начальных данных и параметров.

### ***13. Первые интегралы***

Интегрируемые комбинации. Базис первых интегралов. Системы в симметрической форме.

### ***14. Линейные уравнения с переменными коэффициентами***

Задача Коши и ее однозначная разрешимость. Фундаментальная система решений. Системы линейных уравнений с периодическими коэффициентами. Приводимость по Ляпунову. Системы Лаппо – Данилевского.

### ***15. Метод функций Ляпунова исследования устойчивости решения нелинейных систем.***

Устойчивость и асимптотическая устойчивость по Ляпунову. Устойчивость по первому приближению.

### ***16. Колеблемость решений линейных уравнений второго порядка***

Каноническая форма однородного уравнения второго порядка. Колеблющиеся и неколеблющиеся решения. Признак неколеблемости решений. Теорема Штурма.

### ***17. Автономные системы на плоскости***

Точки покоя и предельные циклы.

### **18. Линейные уравнения Эйлера**

Приводимость уравнения Эйлера к линейному уравнению с постоянными коэффициентами. Представление решения уравнения Эйлера в виде степенного ряда.

### **19. Линейные уравнения с голоморфными коэффициентами**

Формальные ряды и формальные решения. Существование голоморфных решений. Уравнение Бесселя.

### **20. Нелинейные векторные уравнения с голоморфными коэффициентами**

Существование и единственность решения задачи Коши. Теорема Коши.

## **Раздел V. Уравнения с частными производными первого порядка**

### **21. Интегрирование уравнений с частными производными**

Классификация уравнений с частными производными первого порядка: линейные и квазилинейные уравнения. Постановка задачи Коши и схема ее решения.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Альсевич, Л. А. Практикум по дифференциальным уравнениям / Л. А. Альсевич, С. А. Мазаник, Л. П. Черенкова. – Минск : БГУ, 2000. – 311 с.

Богданов, Ю. С. Дифференциальные уравнения / Ю. С. Богданов, Ю. Б. Сыроид. – Минск : Вышэйш. шк., 1983. – 239 с.

Богданов, Ю. С. Курс дифференциальных уравнений / Ю. С. Богданов, С. А. Мазаник, Ю. Б. Сыроид. – Минск : Універсітэцкае, 1996. – 287 с.

Матвеев, Н. М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений / Н. М. Матвеев. – Минск : Вышэйш. шк., 1974. – 766 с.

Матвеев, Н. М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Н. М. Матвеев. – Минск : Вышэйш. шк., 1974.

Петровский, И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И. Г. Петровский. – М. : Наука, 2003. – 272 с.

Тихонов, А. Н. Дифференциальные уравнения / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильев, А. Г. Свешников. – М. : Физматлит, 2002. – 254 с.

Федорюк, М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М. В. Федорюк. – М. : Наука, 1980. – 350 с.

Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. – М. : Наука, 1992. – 127 с.

### **Дополнительная**

Богданов, Ю. С. Лекции по дифференциальным уравнениям / Ю. С. Богданов. – Минск : Вышэйш. шк., 1977. – 240 с.

Изобов, Н. А. Введение в теорию показателей Ляпунова / Н. А. Изобов. – Минск : БГУ, 2006. – 319 с.

Камке, Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М. : Наука, 1976. – 576 с.

Пономарев, К. К. Составление дифференциальных уравнений / К. К. Пономарев. – Минск : Вышэйш. шк., 1973. – 560 с.

Понтрягин, Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л. С. Понтрягин. – М. : Наука, 1982. – 332 с.

# **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
14.04.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 268 /тип.

### **Составитель**

**А. В. Самусенко**, доцент кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

### **Рецензенты:**

кафедра вычислительных методов и программирования Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

**Л. А. Янович**, главный научный сотрудник отдела нелинейного и стохастического анализа Института математики Национальной академии наук Беларуси, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

### **Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой вычислительной математики Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 21.10.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 01.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Вычислительные методы алгебры» посвящена изложению основ теории вычислительных алгоритмов линейной алгебры и аспектов их практического использования.

Изучение дисциплины ставит своей целью обучение студентов теоретическим основам методов решения задач линейной алгебры и состоит из нескольких этапов: ознакомление с основными математическими моделями линейной алгебры, возникающими при решении прикладных задач в различных областях естествознания; теоретическое исследование численных методов и алгоритмов решения рассматриваемых задач; закрепление материала путем решения типовых задач и упражнений; практическая реализация алгоритмов с привлечением современной вычислительной техники.

Задачи дисциплины: формирование у студентов твердых навыков в выборе алгоритма для решения конкретной задачи (ориентируясь на теоретические характеристики данного алгоритма) и приобретение практического опыта при решении типовых задач.

Дисциплина «Вычислительные методы алгебры» непосредственно связана с дисциплинами «Геометрия и алгебра», «Математический анализ» и является базовой для дисциплин «Методы численного анализа» и «Численные методы математической физики».

В результате изучения дисциплины выпускник должен *знать*:

- основные методы решения систем линейных алгебраических уравнений и нахождения собственных значений и собственных векторов;
- методы исследования свойств приближенных алгоритмов линейной алгебры;

*уметь*:

- решать с применением компьютеров основные задачи линейной алгебры, возникающие в различных областях естествознания.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 145 учебных часов, в том числе 68 аудиторных часов: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 34 часа.

## Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		лекции	практические занятия
1. Введение	2	2	
<b>Раздел I. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений</b>			
2. Обусловленность	4	2	2
3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений	22	10	12
4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	20	10	10
<b>Раздел II. Методы решения задач на собственные значения</b>			
5. Полная проблема собственных значений	12	6	6
6. Частичная проблема собственных значений	8	4	4
<b>Итого:</b>	<b>68</b>	<b>34</b>	<b>34</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### *1. Введение*

Предмет «Вычислительные методы алгебры» и основные задачи, излагаемые в указанном курсе.

### **Раздел I. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений**

#### *2. Обусловленность*

Общая характеристика проблем решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), решения задач на собственные значения, понятий корректности и устойчивости СЛАУ. Устойчивость решения СЛАУ по правой части и коэффициентная устойчивость. Число обусловленности матрицы и его свойства. Хорошо обусловленные и плохо обусловленные СЛАУ. Геометрическая интерпретация понятия обусловленности. Метод регуляризации.

#### *3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений*

Общая характеристика прямых методов решения СЛАУ. Теорема об LU-разложении. Схема единственного деления и ее связь с теоремой об

LU-разложении. Методы Гаусса с выбором главного элемента. Вычисление определителей и обращение матриц с помощью метода Гаусса. Метод квадратного корня. Метод Жордана обращения матриц. Диагонально доминирующие матрицы. Ортогональные преобразования. Методы отражений, вращений и ортогонализации. Метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Связь метода прогонки с методом Гаусса. Теорема о корректности метода прогонки. Методы правой, встречной и циклической прогонки. Теорема о корректности метода циклической прогонки.

#### ***4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений***

Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ. Сходимость матричной геометрической прогрессии. Градиент функционала. Методы простой итерации и Зейделя. Теоремы сходимости. Элементы теории двухслойных итерационных методов. Основная теорема сходимости. Методы Якоби, Гаусса – Зейделя и релаксации. Оптимизация сходимости итерационных процессов. Итерационные методы вариационного типа и теоремы их сходимости.

### **Раздел II. Методы решения задач на собственные значения**

#### ***5. Полная проблема собственных значений***

Общая постановка задачи на собственные значения. Устойчивость задачи на собственные значения. Методы Данилевского, Крылова, Леверье и видоизменение Фаддеева. Прямые методы отражений и вращений. Итерационный метод вращений. QR-алгоритм. Метод бисекций решения полной проблемы собственных значений.

#### ***6. Частичная проблема собственных значений***

Степенной метод вычисления наибольшего по модулю собственного значения и его модификации. Метод обратных итераций. Метод  $\lambda$ -разности. Ускорение сходимости степенного метода.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – М. : Бином, 2004. – 636 с.

Воеводин, В. В. Вычислительные основы линейной алгебры / В. В. Воеводин. – М. : Наука, 1977. – 304 с.

- Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М. : Наука, 1978. – 512 с.
- Крылов, В. И. Вычислительные методы высшей математики. Т. 1 / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырный. – Минск : Вышэйш. шк., 1972. – 584 с.
- Крылов, В. И. Вычислительные методы. Т. 1. / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырный. – М. : Наука, 1976. – 304 с.
- Самарский, А. А. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М. : Наука, 1989. – 432 с.
- Фаддеев, Д. К. Вычислительные методы линейной алгебры / Д. К. Фаддеев. – М. : Физматгиз, 1963. – 734 с.

### **Дополнительная**

- Бахвалов, Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков. – М. : Высш. шк., 2000. – 190 с.
- Воеводин, В. В. Матрицы и вычисления / В. В. Воеводин, Ю. А. Кузнецов. – М. : Наука, 1984. – 320 с.
- Гантмахер, Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. – М. : Наука, 1967. – 576 с.
- Годунов, С. К. Решение систем линейных уравнений / С. К. Годунов. – Новосибирск : Наука, 1980. – 177 с.
- Голуб, Дж. Матричные вычисления / Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун. – М. : Мир, 1999. – 548 с.
- Коновалов, А. Н. Введение в вычислительные методы линейной алгебры / А. В. Коновалов. – Новосибирск : НГУ, 1983. – 84 с.
- Парлетт, Б. Симметричная проблема собственных значений. Численные методы / Б. Парлетт. – М. : Мир, 1983. – 384 с.
- Самарский, А. А. Введение в численные методы / А. А. Самарский. – М. : Наука, 1987. – 288 с.
- Самарский, А. А. Методы решения сеточных уравнений / А. А. Самарский, Е. С. Николаев. – М. : Наука, 1978. – 592 с.
- Стренг, Г. Линейная алгебра и ее применение / Г. Стренг. – М. : Мир, 1980. – 454 с.
- Уилкинсон, Дж. Х. Алгебраическая проблема собственных значений / Дж. Х. Уилкинсон. – М. : Наука, 1970. – 564 с.

# **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
16.06.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 284 /тип.

**Составители:**

**Г. А. Медведев**, профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

**Ю. С. Харин**, заведующий кафедрой математического моделирования и анализа данных Белорусского государственного университета, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор;

**Н. М. Зуев**, доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**П. М. Лаппо**, доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рецензенты:**

кафедра прикладной математики и экономической кибернетики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»;

**М. А. Матальцкий**, заведующий кафедрой стохастического анализа и эконометрии Учреждения образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»; доктор физико-математических наук, профессор.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета (протокол № 4 от 18.11.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 01.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» знакомит студентов с основными методами построения и анализа математических моделей случайных явлений.

Основой для изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются курсы «Математический анализ», «Геометрия и алгебра», «Вычислительные методы алгебры», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ и интегральные уравнения».

Целью является изложение основных сведений о построении и анализе математических моделей, учитывающих случайные факторы. Следует обратить особое внимание на то, чтобы студенты хорошо усвоили фундаментальные понятия теории вероятностей, а также овладели основными методами постановки и решения задач математической статистики.

Задачами изучения дисциплины являются освоение фундаментальных понятий теории вероятностей и математической статистики, овладение основными методами постановки и решения задач математической статистики, а также методы исследования случайных процессов.

В результате изучения дисциплины студент должен *знать*:

- аксиомы теории вероятностей;
- определения и свойства случайных величин и их функций распределений;
- формулы преобразования распределений при функциональных преобразованиях случайных величин;
- определения и свойства математического ожидания, дисперсии;
- определения и свойства условного математического ожидания;
- определение и свойства характеристической функции;
- виды и условия сходимостей последовательностей случайных величин;
- основные предельные теоремы;
- понятия, используемые в статистическом оценивании параметров;
- методы построения точечных и интервальных статистических оценок;
- методы статистической проверки гипотез;
- методы оценивания коэффициентов полиномиальной регрессии;

- основные понятия теории случайных процессов и их основные характеристики;
- спектральные и корреляционные представления случайных процессов;
- основные понятия, связанные с дифференцированием и интегрированием случайных процессов;
- основные понятия теории стохастических дифференциальных уравнений, определение интеграла Ито;
- основные свойства процессов с независимыми приращениями;

*уметь:*

- вычислять вероятности сложных событий;
- находить функции распределения случайных величин и плотности вероятностей случайных величин;
- определять характеристические функции;
- находить числовые характеристики случайных величин;
- исследовать сходимость последовательностей случайных величин;
- применять предельные теоремы;
- строить точечные и интервальные статистические оценки неизвестных параметров, исследовать их свойства;
- осуществлять статистическую проверку гипотез;
- строить уравнения регрессии;
- определять спектральные плотности и корреляционные функции случайных процессов;
- определять числовые характеристики случайных процессов;
- вычислять интегралы Ито;
- находить решения стохастических дифференциальных уравнений.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 390 учебных часов, в том числе 204 аудиторных часа: лекции – 102 часа, практические занятия – 102 часа.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические занятия
<b>Раздел I. Теория вероятностей</b>			
1. Основные понятия теории вероятностей	12	6	6
2. Случайные величины	16	8	8
3. Математическое ожидание	20	10	10

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические занятия
4. Числовые характеристики функций случайных величин	20	10	10
5. Сходимость последовательностей случайных величин	16	8	8
6. Характеристическая функция	8	4	4
7. Предельные теоремы	16	8	8
<b>Раздел II. Математическая статистика</b>			
1. Выборки и точечные оценки	12	6	6
2. Методы построения точечных и интервальных оценок	12	6	6
3. Проверка статистических гипотез	16	8	8
<b>Раздел III. Случайные процессы</b>			
1. Основные понятия теории случайных процессов	8	4	4
2. Процессы с независимыми приращениями	12	6	6
3. Цепи Маркова	12	6	6
4. Процессы с конечными моментами второго порядка	12	6	6
5. Стационарные в широком смысле случайные процессы	12	6	6
<b>Итого:</b>	<b>204</b>	<b>102</b>	<b>102</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### Раздел I. Теория вероятностей

#### *1. Основные понятия теории вероятностей*

Случайный эксперимент. Понятие о вероятности. Простейшие вероятностные модели. Математическая модель случайного эксперимента. Условные вероятности. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Байеса.

#### *2. Случайные величины*

Одномерные случайные величины и их функции распределения. Типы случайных величин. Многомерные случайные величины. Функциональные преобразования случайных величин. Формула преобразования плотностей.

#### *3. Математическое ожидание*

Математическое ожидание дискретных случайных величин. Интегралы Лебега – Стильтьеса и Римана – Стильтьеса. Математическое ожидание произвольных случайных величин и формулы для его вычисления.

#### ***4. Числовые характеристики функций случайных величин***

Математическое ожидание функций случайных величин. Моменты случайных величин. Дисперсия. Коэффициент корреляции. Смешанные моменты и семиинварианты.

#### ***5. Сходимость последовательностей случайных величин***

Виды сходимости последовательностей случайных величин и их критерии. Соотношения между видами сходимости. Теорема единственности.

#### ***6. Характеристическая функция***

Характеристическая функция и ее свойства. Слабая сходимость распределений и теоремы Хелли. Теорема непрерывности для характеристических функций.

#### ***7. Предельные теоремы***

Закон больших чисел. Критерий и достаточные условия выполнимости закона больших чисел. Усиленный закон больших чисел. Неравенство Гаека – Реньи. Теоремы Колмогорова об условиях выполнимости закона больших чисел. Центральная предельная теорема и ее следствия.

### **Раздел II. Математическая статистика**

#### ***1. Выборки и точечные оценки***

Выборки и выборочные характеристики. Основные понятия теории точечного оценивания. Неравенства информации Крамера-Рао. Эффективные оценки. Достаточные статистики.

#### ***2. Методы построения точечных и интервальных оценок***

Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Метод наименьших квадратов. Свойства оценок метода наименьших квадратов в линейном случае. Байесовский метод. Доверительный интервал. Методы построения интервальных оценок.

#### ***3. Проверка статистических гипотез***

Основные понятия теории статистической проверки гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения. Дисперсионный анализ. Последовательный анализ Вальда. Критерии согласия. Полиномиальная регрессия.

### **Раздел III. Случайные процессы**

#### ***1. Основные понятия теории случайных процессов***

Способы задания случайных процессов. Эквивалентные, тождественные и сепарабельные случайные процессы. Классификация случайных процессов. Непрерывность траекторий случайного процесса.

## ***2. Процессы с независимыми приращениями***

Вид характеристической функции процесса с независимыми приращениями. Винеровский процесс и его свойства. Пуассоновский процесс и его свойства.

## ***3. Цепи Маркова***

Основные понятия теории цепей Маркова. Уравнение Колмогорова-Чепмена для переходных вероятностей. Дифференциальные уравнения Колмогорова для цепей Маркова с непрерывным временем. Стационарные вероятности для цепей Маркова. Ветвящиеся процессы с непрерывным временем. Дифференциальное уравнение для производящей функции числа частиц. Эффекты вырождений и взрыва.

## ***4. Процессы с конечными моментами второго порядка***

Ковариационная функция случайного процесса и ее свойства. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость в среднем квадратичном. Стохастический интеграл Ито. Стохастические дифференциальные уравнения и метод последовательных приближений.

## ***5. Стационарные в широком смысле случайные процессы***

Спектральное представление случайного процесса и его ковариационной функции. Спектральное представление вещественного случайного процесса. Линейные преобразования случайных процессов. Фильтрация случайных процессов. Прогнозирование случайных процессов. Интерполяция случайных процессов. Понятие об устойчивом случайном процессе.

# **ЛИТЕРАТУРА**

## **Основная**

Боровков, А. А. Математическая статистика / А. А. Боровков. – Новосибирск : Наука, 1997. – 772 с.

Боровков, А. А. Теория вероятностей / А. А. Боровков. – М. : Едиториал УРСС, 2003. – 470 с.

Булинский, А. В. Теория случайных процессов / А. В. Булинский, А. Н. Ширяев. – М. : Физматлит, 2003. – 400 с.

Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятностей / Б. В. Гнеденко. – М. : Наука, 1988. – 447 с.

Матальцкий, М. А. Вероятность и случайные процессы: теория, примеры, задачи / М. А. Матальцкий. – Гродно : ГрГУ, 2006. – 588 с.

Пугачев, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика / В. С. Пугачев. – М. : Наука, 1973. – 496 с.

Розанов, Ю. А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика / Ю. А. Розанов. – М. : Наука, 1985. – 320 с.

Харин, Ю. С. Математическая и прикладная статистика / Ю. С. Харин, Е. Е. Жук. – Минск : БГУ, 2005. – 279 с.

Харин, Ю. С. Теория вероятностей / Ю. С. Харин, Н. М. Зуев. – Минск : БГУ, 2004. – 199 с.

Ширяев, А. Н. Вероятность: в 2 кн. / А. Н. Ширяев. – М. : МЦНМО, 2004. – 928 с.

### **Дополнительная**

Гихман, И. И. Введение в теорию случайных процессов / И. И. Гихман, А. В. Скороход. – М. : Наука, 1977. – 568 с.

Карлин, С. Основы теории случайных процессов / С. Карлин. – М. : Мир, 1988. – 354 с.

Крамер, Г. Стационарные случайные процессы / Г. Крамер, М. Лидбеттер. – М. : Мир, 1969. – 398 с.

Розанов, Ю. А. Случайные процессы / Ю. А. Розанов. – М. : Наука, 1979. – 184 с.

Чистяков, В. П. Курс теории вероятностей и математической статистики / В. П. Чистяков. – М. : Наука, 1987. – 240 с.

# **ОПЕРАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
14.04.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 255 /тип.

**Составители:**

**С. И. Кашкевич**, доцент кафедры математического обеспечения автоматизированных систем управления Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**А. П. Побегайло**, доцент кафедры технологии программирования Белорусского государственного университета, кандидат технических наук, доцент;

**А. А. Безверхий**, старший преподаватель кафедры математического обеспечения автоматизированных систем управления Белорусского государственного университета;

**В. В. Рябый**, старший преподаватель кафедры математического обеспечения электронно-вычислительных машин Белорусского государственного университета.

**Рецензенты:**

кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем Белорусского национального технического университета;

**Л. И. Минченко**, заведующий кафедрой информатики Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор физико-математических наук, профессор;

**Ю. А. Быкадоров**, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой математического обеспечения ЭВМ Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 23.09.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 1.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Операционные системы» знакомит студентов с основными концепциями операционных систем и наиболее значительными их реализациями на современных платформах.

Она изучает принципы организации и функции основных компонент операционной системы. Понятия процесса, его представления в виртуальном адресном пространстве, разделение функций пользователя и ядра системы, организация мультизадачного режима, проблемы разделения ресурсов и синхронизации взаимодействующих процессов, ключевые решения организации файловой системы как средства абстрагирования внешних устройств хранения данных и доступа к ним, а также средства поддержки виртуальной памяти и динамической компоновки исполняемых программ являются центральными при формировании знаний.

Основой для изучения этой дисциплины является курс «Программирование», знания и умения разработки программ в системе программирования C/C++, включая технологию объектно ориентированного программирования. Необходимы также начальные сведения об архитектуре компьютера.

Дисциплина «Операционные системы» непосредственно связана с дисциплиной «Компьютерные сети», в которой используется и дополняется материал этого курса.

С целью практического закрепления материала по ключевым темам выполняются лабораторные работы, способствующие формированию умений по применению системных вызовов и пониманию функциональности системных сервисов операционных систем.

В результате изучения дисциплины обучаемый должен *знать*:

- основные понятия, принципы функционирования и взаимодействия компонент операционной системы;
- организацию и основные алгоритмы планирования ресурсов компьютерной системы;
- принципиальную организацию и назначение программного обеспечения ядра и основных системных служб и утилит;
- основные функции главных объектов ядра операционной системы;

*уметь:*

- использовать системные вызовы в приложениях;
- выполнять основные действия на пользовательском уровне по управлению основными ресурсами системы;
- выполнять мониторинг процессов, потоков и динамических характеристик виртуальной памяти.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 145 учебных часов, в том числе 68 аудиторных часов: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 34 часа.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Лабораторные занятия
<b>Раздел 1. Основные ресурсы и компоненты вычислительной системы</b>	2	2	2
<b>Раздел 2. Процессы</b>	8	4	4
<b>Раздел 3. Ядро операционной системы</b>	8	4	4
<b>Раздел 4. Потоки</b>	8	4	4
<b>Раздел 5. Планирование процессов и потоков</b>	2	1	1
<b>Раздел 6. Синхронизация процессов и потоков</b>	10	5	5
<b>Раздел 7. Межпроцессные взаимодействия и коммуникации</b>	10	5	5
<b>Раздел 8. Память и адресное пространство процесса</b>	4	2	2
<b>Раздел 9. Файлы, отображаемые в память</b>	8	4	4
<b>Раздел 10. Управление устройствами</b>	1	1	-
<b>Раздел 11. Файловые системы</b>	5	2	3
<b>Раздел 12. Безопасность и механизмы защиты операционных систем</b>	4	2	2
<b>Итого:</b>	<b>68</b>	<b>34</b>	<b>34</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### Раздел 1. Основные ресурсы и компоненты вычислительной системы

Основные ресурсы вычислительной системы и режимы их использования. Динамические компоненты как основа организации и функционирования современных операционных систем.

## **Раздел 2. Процессы**

Концепция процесса. Системные и пользовательские процессы. Адресное пространство процесса. Порождение процессов. Нормальное и принудительное завершение процесса. Концепция наследования.

## **Раздел 3. Ядро операционной системы**

Концепция ядра. Основные функции и компоненты ядра. Объекты ядра. Понятие таблицы процесса, дескрипторов и описателей объектов. Порождение и освобождение объектов. Наследование объектов.

Разделение объектов между процессами. Передача информации в дочерний процесс. Синхронизация процессов «по завершению».

## **Раздел 4. Потоки**

Концепция потока. Параллелизм и параллельное исполнение процессов. Многопоточность процессов. Порождение и завершение потоков. Состояния потока. Блокирование и возобновление функционирования потока. Понятие контекста и переключение контекста. Основные условия переключения состояний потоков.

## **Раздел 5. Планирование процессов и потоков**

Понятие приоритета процесса и потока. Динамические уровни приоритетов. Квантование времени обслуживания. Понятие алгоритма обслуживания. Циклический алгоритм обслуживания.

## **Раздел 6. Синхронизация процессов и потоков**

Понятия критического ресурса и области. Проблема синхронизации потоков. Понятие объекта синхронизации. Типы объектов синхронизации: «мьютекс», «семафор», «событие». Понятие «критическая секция». Атомарные функции. Проблема тупиков.

## **Раздел 7. Межпроцессные взаимодействия и коммуникации**

Понятие межпроцессного взаимодействия. Объект ядра «канал» – универсальное средство межпроцессных коммуникаций в сети. Применение «каналов» для проектирования взаимодействия клиент-серверных приложений в сети.

## **Раздел 8. Память и адресное пространство процесса**

Управление памятью. Основные механизмы. Сегментированная и страничная организация памяти. Виртуальная память процесса. Физическая память. Системный страничный файл. Концепция рабочего множества. Базовые механизмы управления виртуальной памятью процесса:

резервирование региона, передача страниц памяти, освобождение страниц памяти, возврат региона в резерв.

Основные режимы защиты виртуальной памяти и их применение. Фиксация и открепление физической памяти. Управление режимом «подкачки» страничного файла.

### **Раздел 9. Файлы, отображаемые в память**

Концепция проецирования. Файлы, проецируемые в память. Понятие «представление файла в памяти». Именованные файлы, проецируемые на системный страничный файл.

### **Раздел 10. Управление устройствами**

Управление устройствами ввода /вывода. Блочные и символьные устройства. Буферизация. Прерывания. Обработка внешних прерываний. Понятие драйвера.

### **Раздел 11. Файловые системы**

Концепции и именование. Файлы и директории. Организация. Последовательные файлы и файлы с произвольным доступом. Синхронный и асинхронный ввод /вывод.

### **Раздел 12. Безопасность и механизмы защиты операционных систем**

Авторизация и аутентификация пользователей. Атрибуты безопасности. Списки контроля доступа. Криптографическая защита данных.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Безверхий, А. А. Введение в операционные системы: учеб. пособие / А. А. Безверхий, С. И. Кашкевич. – Минск : УП ИВЦ Минфина. – 168 с.

Вахалие, Ю. Unix изнутри / Ю. Вахалие. – СПб. : Питер, 2003. – 844 с.

Побегайло, А. П. Системное программирование в Windows / А. П. Побегайло. – СПб. : БХВ – Петербург, 2006. – 1056 с.

Рихтер, Дж. Программирование серверных приложений для Microsoft Windows 2000. Мастер-класс / Дж. Рихтер, Дж. Д. Кларк; пер. с англ. – СПб.: Питер; М. : Русская редакция, 2001. – 592 с.

Рихтер, Дж. Создание эффективных Win-32 приложений с учетом специфики 64-разрядной версии Windows / Дж. Рихтер; пер. с англ., 4-е изд. – СПб. : Питер; М. : Русская редакция, 2001. – 752 с.

Русинович, М. Внутреннее устройство Microsoft Windows: Windows Server 2003, Windows XP и Windows 2000. Мастер-класс / М. Русинович, Д. Соломон; пер. с англ. – 4-е изд. – М. : Русская редакция; СПб : Питер, 2006. – 992 с.

Таненбаум, Э. Современные операционные системы. – 2-е изд. / Э. Таненбаум. – СПб. : БХВ – Питер, 2004. – 1040 с.

Харт, Дж. М. Системное программирование в среде Win32. – 2-е изд. / Дж. Харт; пер. с англ. – М. : Вильямс, 2001. – 464 с.

### **Дополнительная**

Бэкон, Д. Операционные системы / Д. Бэкон, Г. Харрис; пер. с англ. – СПб. : Питер; Киев : изд. Гр. ВНУ, 2004. – 800 с.

Вильямс, А. Системное программирование в Windows 2000 / А. Вильямс. – СПб. : Питер, 2001. – 624 с.

Вудхалл, А. Операционные системы: разработка и реализация / А. Вудхалл, Э. Таненбаум. – СПб. : Питер, 2006, – 576 с.

Дейтел, Х. М. Операционные системы. Основы и принципы: 3-е изд. / Х. М. Дейтел, П. Дж. Дейтел, Д. Р. Чофнес; пер. с англ. – М. : Бином-Пресс, 2006. – 1024 с.

Дейтел, Х. М. Операционные системы. Распределенные системы, сети, безопасность: 3-е изд. / Х. М. Дейтел, П. Дж. Дейтел, Д. Р. Чофнес; пер. с англ. – М. : Бином-Пресс, 2007. – 704 с.

Робачевский, А. Операционная система UNIX / А. Робачевский. – СПб. : БХВ – Питер, 1999.

Стахов, А. А. Linux / А. А. Стахов. – СПб. : БХВ – Питер, 2003. – 912 с.

Столлинкс, В. Операционные системы / В. Столлинкс. – М. : Вильямс, 2002. – 848 с.

Чан, Т. Системное программирование на C++ для Unix / Т. Чан; пер. с англ. – Киев: изд. отд. ВНУ, 1997.

# **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
14.04.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 263 /тип.

**Составители:**

**В. И. Корзюк**, заведующий кафедрой математической физики Белорусского государственного университета, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор;

**Е. С. Чеб**, доцент кафедры математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рецензенты:**

кафедра теории функций, функционального анализа и прикладной математики Учреждения образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»;

**О. Н. Костюкова**, главный научный сотрудник Института математики Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой математической физики Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 20.03.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 1.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03. 2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Функциональный анализ и интегральные уравнения» является продолжением курсов «Математический анализ» и «Геометрия и алгебра». Обобщая основные идеи данных курсов на случай бесконечномерных пространств, она знакомит студентов с основными понятиями банаховых и гильбертовых пространств и методами исследования операторных уравнений в этих пространствах.

«Функциональный анализ и интегральные уравнения» связан с курсами «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения». Методы, излагаемые в курсе, непосредственно используются при изучении дисциплин «Уравнения математической физики», «Методы численного анализа», «Методы оптимизации», «Теория вероятностей и математическая статистика», а также при изучении дисциплин специализаций.

Дисциплина «Функциональный анализ и интегральные уравнения» отражает важное направление развития современной математики, поскольку в ней рассматриваются не отдельные объекты типа функций или уравнений, а обширные классы таких объектов с естественной структурой векторного пространства. Это позволяет сформировать у будущих специалистов абстрактное мышление и получить необходимую базу знаний для их дальнейшего применения в различных областях.

При изложении курса важно показать, как используются основные положения функционального анализа при решении прикладных задач, возникающих в различных областях естествознания, в частности описываемыми интегральными уравнениями.

В результате изучения дисциплины студент должен

*знать:*

- теорию меры, интеграл Лебега и его свойства;
- основные понятия и методы теории банаховых и гильбертовых пространств;
- основные понятия теории линейных ограниченных операторов;
- теорию разрешимости операторных уравнений 1-го и 2-го рода;

*уметь:*

- использовать интеграл Лебега, интеграл Лебега-Стилтьеса;
- исследовать множества в банаховых и гильбертовых пространствах;

– исследовать операторные уравнения, в частности интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерры.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 195 учебных часов, в том числе 102 аудиторных часа: лекции – 68 часов, практические занятия – 34 часа.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические занятия
<b>Введение</b>	2	2	
<b>Раздел 1. Мера и измеримые по Лебегу множества</b>	12	8	4
<b>Раздел 2. Измеримые функции</b>	4	2	2
<b>Раздел 3. Интеграл Лебега</b>	14	8	6
<b>Раздел 4. Нормированные векторные пространства</b>	12	8	4
<b>Раздел 5. Банаховы пространства</b>	6	4	2
<b>Раздел 6. Гильбертовы пространства</b>	12	8	4
<b>Раздел 7. Компактные множества в банаховых пространствах</b>	8	6	2
<b>Раздел 8. Линейные ограниченные операторы</b>	12	8	4
<b>Раздел 9. Сопряженное пространство</b>	6	4	2
<b>Раздел 10. Сопряженные и самосопряженные операторы</b>	6	4	2
<b>Раздел 11. Компактные операторы</b>	6	4	2
<b>Раздел 12. Спектральная теория</b>	2	2	
<b>Итого:</b>	<b>102</b>	<b>68</b>	<b>34</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### Введение

Предмет и основные методы дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения». Исторические сведения о возникновении и развитии этого раздела математики, его место среди других математических наук.

### Раздел 1. Мера и измеримые по Лебегу множества

Кольцо, полукольцо, алгебра,  $\sigma$ -алгебра на множестве. Построение минимального кольца, порожденного полукольцом.

Понятие меры множества и ее простейшие свойства.  $\sigma$ -Аддитивная мера и ее непрерывность. Продолжение меры с полукольца на минимальное кольцо.

Внешняя мера и ее сужение на класс измеримых множеств. Измеримость по Лебегу и ее критерий.  $\sigma$ -Алгебра измеримых множеств. Измеримые множества на числовой прямой. Канторово совершенное множество и его характеристика.

Мера Лебега – Стильеса и ее  $\sigma$ -аддитивность. Абсолютно непрерывные меры. Абсолютная непрерывность меры Лебега – Стильеса относительно меры Лебега на борелевской  $\sigma$ -алгебре  $B([a, b])$ . Абсолютно непрерывные функции.

## **Раздел 2. Измеримые функции**

Измеримые числовые функции, их свойства, сходимости в пространстве измеримых функций почти всюду, по мере и в каждой точке. Теорема Егорова.

## **Раздел 3. Интеграл Лебега**

Простые функции. Интеграл Лебега от простых функций. Интеграл Лебега на множестве конечной меры, его абсолютная непрерывность и  $\sigma$ -аддитивность. Предельный переход под знаком интеграла Лебега. Теоремы Лебега, Беппо – Леви, Фату. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана.

Функции с ограниченным изменением. Понятие об интеграле Лебега – Стильеса и Римана – Стильеса, их применение в теории вероятностей.

## **Раздел 4. Нормированные векторные пространства**

Нормированные векторные пространства, открытые и замкнутые множества в них. Предельные точки и точки прикосновения множества. Замыкание множества.

Сходящиеся последовательности и их свойства. Сходимость в пространствах  $C[a, b]$ ,  $L_p[a, b]$ ,  $\ell_p$ ,  $p \geq 1$ ,  $l_\infty$ .

Непрерывные отображения нормированных пространств, теорема о непрерывном отображении. Непрерывность композиции отображений. Аппроксимация, построение элемента наилучшей аппроксимации в конечномерных пространствах и в строго нормированных пространствах.

## **Раздел 5. Банаховы пространства**

Банаховы пространства. Принцип вложенных шаров. Нигде не плотные и всюду плотные множества в банаховых пространствах.

Пополнение нормированных векторных пространств.

### **Раздел 6. Гильбертовы пространства**

Пространства со скалярным произведением (предгильбертовы пространства), свойства скалярного произведения. Гильбертовы пространства. Проекция в гильбертовых пространствах. Разложение гильбертова пространства в прямую сумму. Аппроксимация. Ряды Фурье и полные ортонормированные системы. Примеры полных ортонормированных систем.

Пространство суммируемых по Лебегу функций  $L_p[a, b]$ , пространство Соболева. Понятие обобщенной производной. Вложение пространств Соболева.

### **Раздел 7. Компактные множества в банаховых пространствах**

Компактные и предкомпактные множества в банаховых пространствах. Вполне ограниченность и предкомпактность,  $\varepsilon$ -сеть. Предкомпактность в  $C[a, b]$  (теорема Арцела – Асколи). Лемма о почти перпендикуляре. Критерий конечномерности нормированного векторного пространства.

Принцип сжимающих отображений в банаховых пространствах и его применение к решению СЛАУ, к решению интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерры второго рода. Отображения на компактах, принцип неподвижной точки. Теорема Брауэра и теорема Какутани, их использование в экономических моделях.

### **Раздел 8. Линейные ограниченные операторы**

Линейные ограниченные операторы, примеры. Ограниченность интегрального оператора, неограниченность оператора дифференцирования. Пространство линейных ограниченных операторов, равномерная и сильная сходимости последовательности линейных ограниченных операторов. Принцип равномерной ограниченности и его приложения в вычислительной математике (интерполирование по Лагранжу).

Обратные операторы. Левый и правый обратные операторы. Непрерывная обратимость оператора и корректная разрешимость операторных уравнений вида  $x - Ax = y$ ,  $Ax = y$ . Теоремы о существовании обратного оператора  $(I - A)^{-1}$ . Мера обусловленности оператора.

Замкнутые операторы. Теорема Банаха о замкнутом графике.

### **Раздел 9. Сопряженное пространство**

Линейные ограниченные функционалы и сопряженное пространство. Теоремы Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала в

гильбертовом пространстве и пространстве непрерывных функций  $C[a, b]$ . Теорема Хана – Банаха о продолжении линейного функционала с сохранением нормы. Постановка задачи об оптимизации квадратурных формул.

### **Раздел 10. Сопряженные и самосопряженные операторы**

Сопряженные и самосопряженные операторы в банаховых и гильбертовых пространствах. Примеры. Применение сопряженного оператора для исследования операторного уравнения вида  $Ax = y$ . Оператор ортогонального проектирования.

### **Раздел 11. Компактные операторы**

Компактные операторы и их свойства, пространство компактных операторов. Теория Рисса – Шаудера разрешимости уравнений  $x - Ax = y$  с компактным оператором. Альтернатива Фредгольма для разрешимости уравнений Фредгольма и Вольтерры второго рода. Разрешимость интегральных уравнений первого рода. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.

### **Раздел 12. Спектральная теория**

Собственные значения и собственные векторы линейного, компактного и компактного самосопряженного операторов и их свойства в банаховых и гильбертовых пространствах. Теорема Гильберта – Шмидта в разложении компактного самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве в ряд по собственным векторам и ее приложение к решению интегральных уравнений. Спектр и резольвента линейного оператора и их свойства.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Антоневич, А. Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения / А. Б. Антоневич, Я. В. Радыно. – Минск : БГУ, 2003. – 430 с.

Березанский, Ю. М. Функциональный анализ. Курс лекций / Ю. М. Березанский, Г. Ф. Ус, З. Г. Шефтель. – Киев : Выща шк., 1990. – 600 с.

Вулих, Б. З. Введение в функциональный анализ / Б. З. Вулих. – М. : Наука, 1967. – 416 с.

Городецкий, В. В. Методы решения задач по функциональному анализу / В. В. Городецкий, Н. И. Нагнибеда, П. П. Настиев. – Киев : Выща шк., 1990. – 479 с.

Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – М. : Наука, 1989. – 623 с.

Лебедев, В. И. Функциональный анализ и вычислительная математика: учеб. пособие / В. И. Лебедев. – М. : Физматлит, 2000. – 296 с.

Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. – М. : Высш. шк., 1982. – 272 с.

Треногин, В. А. Функциональный анализ / В. А. Треногин. – М. : Наука, 1980. – 496 с.

### **Дополнительная**

Варга, Р. С. Функциональный анализ и теория аппроксимации в вычислительном анализе / Р. С. Варга. – М. : Мир, 1974. – 126 с.

Иосида, К. Функциональный анализ / К. Иосида. – М. : Мир, 1967. – 624 с.

Канторович, Л. В. Функциональный анализ / Л. В. Канторович, Г. П. Акилов. – М. : Наука, 1977. – 742 с.

Коллатц, Л. Функциональный анализ и вычислительная математика / Л. Коллатц. – М. : Мир, 1969. – 447 с.

Морен, К. Методы гильбертова пространства / К. Морен. – М. : Мир, 1965. – 572 с.

Петровский, И. Г. Лекции по теории интегральных уравнений / И. Г. Петровский. – М. : УРСС, 2003. – 120 с.

Рудин, У. Функциональный анализ / У. Рудин. – М. : Мир, 1975. – 448 с.

Соболев, С. Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике / С. Л. Соболев. – Л.: Изд-во Ленингр. ун.-та, 1950. – 256 с.

Халмош, П. Теория меры / П. Халмош. – М. : Изд-во иностр. лит., 1953. – 290 с.

Шилов, Г. Е. Интеграл, мера, производная / Г. Е. Шилов, Б. П. Гуревич. – М. : Наука, 1967. – 220 с.

Эдвардс, Р. Функциональный анализ. Теория и приложения / Р. Эдвардс. – М. : Мир, 1969. – 1071 с.

# **МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
14.04.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 258 /тип.

**Составители:**

**В. В. Бобков**, профессор кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

**П. А. Вакульчик**, доцент кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**В. И. Репников**, доцент кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рецензенты:**

кафедра вычислительных методов и программирования Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

**Л. А. Янович**, главный научный сотрудник отдела нелинейного и стохастического анализа Института математики Национальной академии наук Беларуси, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой вычислительной математики Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 21.10.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 01.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Методы численного анализа» ставит своей целью подготовку студентов к разработке и применению с помощью ЭВМ вычислительных алгоритмов для решения задач, возникающих в процессе математического моделирования.

Данный курс непосредственно связан с дисциплинами «Вычислительные методы алгебры», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ и интегральные уравнения» и «Уравнения математической физики». Он является базовым для дисциплины «Численные методы математической физики» и многих других дисциплин специализации.

Изучение курса преследует две основные цели: во-первых, привить студентам навыки, необходимые для проведения теоретического исследования алгоритмов, предназначенных для реализации математических моделей, приводящих к задачам теории приближений, нелинейным уравнениям и системам, а также интегральным и дифференциальным уравнениям и, как следствие, не только адаптации известных алгоритмов к решению конкретных задач, но и создания новых; во-вторых, сформировать навыки компьютерной реализации конкретных алгоритмов и анализа получаемых численных результатов. Таким образом, в результате изучения курса студенты должны приобрести навыки проведения вычислительного эксперимента.

В результате изучения дисциплины выпускник должен

*знать:*

- основные подходы к исследованию существующих и созданию новых алгоритмов решения указанных классов задач;
- методы решения численных уравнений и систем таких уравнений;
- основные понятия и методы решения задач теории приближения;
- методы теории квадратур;
- методы решения интегральных уравнений (в том числе в некорректной постановке);
- классические методы решения основных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений;

*уметь:*

- решать нелинейные уравнения и системы;

- приближать функции;
- решать основные задачи для функциональных уравнений;
- адаптировать известные алгоритмы к решению конкретных естественнонаучных задач на компьютере.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 340 учебных часов, в том числе 170 аудиторных часов: лекции – 102 часа, лабораторные занятия – 68 часов.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические занятия
1. Введение	2	2	
<b>Раздел I. Решение нелинейных уравнений и систем</b>			
2. Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем	18	8	10
3. Вариационный подход к решению нелинейных систем	8	4	4
<b>Раздел II. Приближение функций</b>			
4. Наилучшие приближения	16	8	8
5. Интерполирование	12	6	6
6. Сплайн-приближения	12	6	6
<b>Раздел III. Численное интегрирование</b>			
7. Интерполяционные квадратурные формулы	10	6	4
8. Квадратурные формулы типа Гаусса	10	6	4
9. Приближенное вычисление кратных интегралов	8	6	2
<b>Раздел IV. Численное решение интегральных уравнений</b>			
10. Методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерры второго рода	10	6	4
11. Методы решения некорректных задач	6	4	2
<b>Раздел V. Методы численного решения задачи Коши</b>			
12. Методы решения нежестких задач	16	12	4
13. Методы решения жестких систем	6	4	2
<b>Раздел VI. Решение граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений</b>			
14. Методы, основанные на сведениях к задаче Коши	8	4	4
15. Вариационные методы решения граничных задач	10	6	4
16. Сеточные методы решения граничных задач	18	14	4
<b>Итого:</b>	<b>170</b>	<b>102</b>	<b>68</b>

# СОДЕРЖАНИЕ

## ***1. Введение***

Предмет «Методы численного анализа» и основные задачи, излагаемые в указанном курсе.

## **Раздел I. Решение нелинейных уравнений и систем**

### ***2. Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем***

Решение нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Теорема о сходимости. Ускорение сходимости метода итерации. Метод Стеффенсена. Методы типа Чебышева. Метод Ньютона для одного уравнения. Видоизменения метода Ньютона. Поиск всех корней алгебраических уравнений. Метод Лобачевского. Метод Лина. Решение систем нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Методы Зейделя и Гаусса – Зейделя. Метод Ньютона и его видоизменения.

### ***3. Вариационный подход к решению нелинейных систем***

Сведение решения системы нелинейных уравнений к решению вариационной задачи. Метод покоординатного спуска. Метод градиентного спуска. Проблема выбора начального приближения. Метод продолжения по параметру.

## **Раздел II. Приближение функций**

### ***4. Наилучшие приближения***

Задача о наилучшем приближении в линейных нормированных пространствах. Наилучшее приближение в гильбертовом пространстве. Среднеквадратичное приближение функций алгебраическими многочленами. Метод наименьших квадратов. Задача построения ортонормированного базиса. Наилучшее равномерное приближение. Теорема о чебышевском альтернансе. Примеры построения многочленов наилучшего равномерного приближения.

### ***5. Интерполирование***

Интерполирование в линейных нормированных пространствах. Алгебраическое интерполирование. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки. Интерполяционная формула Стирлинга. Многочлены Чебышева. Минимизация остатка интерполирования. Интерполирование с кратными узлами. Многочлен Эрмита. Сходимость интерполяционного процесса. Применение интерполирования к вычислению производных. Формулы

численного дифференцирования и их погрешности. Интерполяционные методы решения нелинейных уравнений.

### ***6. Сплайн-приближения***

Сплайн-интерполирование. Интерполяционный кубический сплайн. Экстремальное свойство интерполяционного кубического сплайна. Сплайн-сглаживание. Многомерная алгебраическая интерполяция. Бикубический сплайн. Приближение кривых и поверхностей. Интерполяционный параметрический сплайн.

## **Раздел III. Численное интегрирование**

### ***7. Интерполяционные квадратурные формулы***

Квадратурные формулы и связанные с ними задачи. Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы Ньютона – Котеса. Простейшие квадратурные формулы (прямоугольников, трапеций, Симпсона). Правило Рунге оценки точности квадратурных формул и автоматический выбор шага интегрирования.

### ***8. Квадратурные формулы типа Гаусса***

Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ). Теоремы существования и единственности, о свойствах узлов квадратурных формул НАСТ. Частные случаи квадратурных формул НАСТ. Квадратурные формулы с заранее предписанными узлами и равными коэффициентами. Ослабление особенностей интегрируемой функции.

### ***9. Приближенное вычисление кратных интегралов***

Понятие о кубатурных формулах. Кубатурная формула трапеций на прямоугольной сетке. Кубатурная формула средних на прямоугольной сетке. Кубатурная формула Симпсона. Кубатурная формула средних на треугольной сетке. Кубатурная формула повышенного порядка точности на треугольной сетке.

## **Раздел IV. Численное решение интегральных уравнений**

### ***10. Методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерры второго рода***

Метод механических квадратур, метод замены ядра на вырожденное и метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Метод квадратур и метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Вольтерры второго

рода. Метод Галеркина решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерры второго рода.

### ***11. Методы решения некорректных задач***

Понятие устойчивости и корректности задач. Уравнение Фредгольма первого рода как некорректная задача. Метод регуляризации решения некорректных задач.

## **Раздел V. Методы численного решения задачи Коши**

### ***12. Методы решения нежестких задач***

Классификация методов. Построение одношаговых методов способом разложения решения в ряд Тейлора. Методы типа Рунге – Кутта. Построение вычислительных правил на основе принципа последовательного повышения порядка точности. Правило Рунге оценки погрешности приближенного решения. Вложенные методы типа Рунге – Кутта. Сходимость одношаговых методов. Многошаговые методы. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса. Общие линейные многошаговые методы.

### ***13. Методы решения жестких систем***

Устойчивость численных методов решения задачи Коши. Жесткие задачи и методы их решения. Неявные методы Рунге – Кутта. Формулы дифференцирования назад.

## **Раздел VI. Решение граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений**

### ***14. Методы, основанные на сведении к задаче Коши***

Метод стрельбы. Метод редукции. Метод дифференциальной прогонки.

### ***15. Вариационные методы решения граничных задач***

Вариационно-проекционные методы решения граничных задач: методы моментов, Галеркина, Ритца, наименьших квадратов.

### ***16. Сеточные методы решения граничных задач***

Сеточные методы решения граничных задач. Разностная аппроксимация простейших дифференциальных операторов. Постановка разностной задачи. Погрешность аппроксимации разностных схем. Повышение порядка аппроксимации. Корректность и устойчивость разностных схем. Теорема о сходимости. Математический аппарат теории разностных схем: формулы разностного дифференцирования произведения, суммирования по частям, разностные аналоги теорем вложения. Требования, предъявляемые к разностным схемам. Свойства консервативности и од-

народности разностных схем. Основные способы построения разностных схем: интегро-интерполяционный, метод Рунге, метод Галеркина, методы аппроксимации квадратичного функционала и сумматорного тождества. Принцип максимума. Монотонные разностные схемы.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – М. : Бином, 2004. – 636 с.

Калиткин, Н. Н. Численные методы: учеб. пособие / Н. Н. Калиткин. – М. : Наука, 1978. – 512 с.

Крылов, В. И. Вычислительные методы: учеб. пособие: в 2 т. / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырный. – М. : Наука, 1976; 1977.

Марчук, Г. И. Методы вычислительной математики: учеб. пособие / Г. И. Марчук. – М. : Наука, 1989. – 608 с.

Самарский, А. А. Введение в численные методы: учеб. пособие / А. А. Самарский. – М. : Наука, 1983. – 272 с.

Самарский, А. А. Численные методы: учеб. пособие / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М. : Наука, 1989. – 432 с.

Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач: учеб. пособие / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М. : Наука, 1986. – 286 с.

### Дополнительная

Дэннис, Дж. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений / Дж. Дэннис, Р. Шнабель. – М. : Мир, 1988. – 440 с.

Крылов, В. И. Вычислительные методы высшей математики: в 2 т. / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырный. – Минск : Вышэйш. шк., 1972–1975.

Крылов, В. И. Приближенное вычисление интегралов / В. И. Крылов. – М. : Наука, 1967. – 500 с.

Мак-Кракен, Д. Численные методы и программирование на ФОРТРАНЕ / Д. Мак-Кракен, У. Дорн. – М. : Мир, 1977. – 400 с.

Мысовских, И. П. Лекции по методам вычислений / И. П. Мысовских. – СПб. : Изд-во Петербург. ун-та, 1998. – 472 с.

Ортега, Дж. Итерационные методы решения нелинейных систем со многими неизвестными / Дж. Ортега, В. Рейнболдт. – М. : Мир, 1975. – 560 с.

Хайрер, Э. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи / Э. Хайрер, Г. Ваннер. – М. : Мир, 1999. – 512 с.

Хайрер, Э. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи / Э. Хайрер, С. Нерсетт, Г. Ваннер. – М. : Мир, 1990. – 512 с.

# **МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
14.04.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 267 /тип.

**Составители:**

**В. В. Альсевич**, профессор кафедры методов оптимального управления Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, профессор;

**В. В. Крахотко**, доцент кафедры методов оптимального управления Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рецензенты:**

кафедра высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет»;

**Л. И. Минченко**, заведующий кафедрой информатики Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор физико-математических наук, профессор.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой методов оптимального управления Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 28.10.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 1.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Современные техника, наука, экономика, финансы существенно используют экстремальные свойства процессов и систем. Поэтому достижения в теории оптимизации – в математическом программировании, теории управления – находят многие важные области применения. Математик-программист должен уметь составлять математические модели практических экстремальных задач, проводить их теоретический анализ, разрабатывать самостоятельно или использовать известные методы решения, реализовывать эти методы на ЭВМ и делать выводы по изучаемой задаче. Цель дисциплины «Методы оптимизации» – изучение математического аппарата и методов, используемых при решении экстремальных задач, возникающих в практической деятельности при решении задач оптимального управления, распределения ресурсов, организации производства, сетевого планирования и т. п.

Задачи дисциплины: выработать навыки по применению методов оптимизации и алгоритмов решения прикладных задач на высоком профессиональном уровне; подготовить студентов к внедрению этих методов и алгоритмов в прикладной области.

Курс «Методы оптимизации» опирается на дисциплины: «Геометрия и алгебра», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Методы численного анализа», «Программирование». Он служит базой для дисциплины «Исследование операций».

В результате изучения дисциплины студент должен *знать*:

- основы теории оптимизации и управления;
- линейное программирование;
- транспортные задачи;
- методы решения задач выпуклого и нелинейного программирования;
- основы динамического и целочисленного программирования;
- принцип максимума;

*уметь*:

- моделировать оптимизационные задачи экономики;
- применять методы решения оптимизационных задач;
- проводить анализ решения;
- корректировать решения при изменении исходных данных.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» программа предусматривает для изучения дисциплины 195 учебных часов, в том числе 102 аудиторных часа: лекции – 68 часов, практические занятия – 34 часа.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические занятия
1. Введение	1	1	
<b>Раздел I. Линейное программирование</b>			
2. Симплекс-метод	15	7	8
3. Двойственность в линейном программировании	4	2	2
4. Специальные задачи	8	4	4
<b>Раздел II. Выпуклое программирование</b>			
5. Выпуклые множества и функции. Основная задача выпуклого программирования	8	4	4
6. Двойственность в выпуклом программировании	4	4	
<b>Раздел III. Нелинейное программирование</b>			
7. Задачи математического и нелинейного программирования	4	4	
8. Задачи со смешанными ограничениями	10	6	4
<b>Раздел IV. Вычислительные методы нелинейного программирования</b>			
9. Классификация методов. Метод ветвей и границ	6	4	2
10. Методы безусловной и условной оптимизации	4	4	
11. Динамическое программирование	6	4	2
<b>Раздел V. Вариационное исчисление</b>			
12. Основная задача вариационного исчисления. Необходимые условия оптимальности первого порядка	6	4	2
13. Необходимые условия оптимальности второго порядка. Достаточные условия оптимальности	6	4	2
<b>Раздел VI. Оптимальное управление</b>			
14. Принцип максимума	10	8	2
15. Специальные задачи оптимального управления. Динамическое программирование в теории оптимального управления	6	6	
16. Проблема синтеза оптимальных систем управления	4	2	2
<b>Итого:</b>	<b>102</b>	<b>68</b>	<b>34</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### ***1. Введение***

Предмет методов оптимизации. Историческая справка. Место дисциплины среди других математических наук.

### **Раздел I. Линейное программирование**

#### ***2. Симплекс-метод***

Производственная задача. Графический метод решения. Каноническая и нормальная формы задач линейного программирования.

Базисный план. Потенциалы и оценки. Критерий оптимальности. Итерация симплекс-метода. Первая фаза. Конечность метода.

#### ***3. Двойственность в линейном программировании***

Двойственная каноническая задача линейного программирования. Базисный двойственный план и псевдоплан. Теория двойственности в линейном программировании.

Критерий оптимальности базисного двойственного плана. Итерация двойственного симплекс-метода. Первая фаза.

Анализ решения: единственность оптимальных прямого и двойственного планов, физический смысл двойственных переменных, анализ чувствительности.

#### ***4. Специальные задачи***

Сетевая транспортная задача. Матричная транспортная задача. Некоторые приложения линейного программирования: задачи на минимум, кусочно-линейная экстремальная задача, приложение к исследованию линейных соотношений и матричных игр.

### **Раздел II. Выпуклое программирование**

#### ***5. Выпуклые множества и функции. Основная задача выпуклого программирования***

Выпуклые множества и функции и их свойства. Основная задача выпуклого программирования. Теорема Куна – Таккера.

#### ***6. Двойственность в выпуклом программировании***

Теория двойственности в выпуклом программировании. Квадратичное программирование. Задача геометрического программирования.

### **Раздел III. Нелинейное программирование**

#### ***7. Задачи математического и нелинейного программирования***

Классификация задач нелинейного программирования. Задачи на безусловный минимум.

#### ***8. Задачи со смешанными ограничениями***

Задачи на условный минимум. Обобщенное правило множителей Лагранжа. Классическое правило множителей Лагранжа. Лемма о включении. Необходимые условия оптимальности второго порядка. Достаточные условия оптимальности.

### **Раздел IV. Вычислительные методы нелинейного программирования**

#### ***9. Классификация методов. Метод ветвей и границ***

Классификация вычислительных методов. Методы нулевого порядка. Метод ветвей и границ: схемы одностороннего и полного ветвления. Задача целочисленного линейного программирования. Задача о рюкзаке.

#### ***10. Методы безусловной и условной оптимизации***

Минимизация унимодальных функций: методы золотого сечения и Фибоначчи, дихотомический поиск. Методы безусловной оптимизации: градиентные методы, метод Ньютона. Методы условной оптимизации: метод проекции градиента, метод условного градиента, метод штрафных функций.

#### ***11. Динамическое программирование***

Многоэтапные задачи оптимизации. Применение метода динамического программирования к решению конечномерных задач. Задача распределения ресурсов. Задача о кратчайшем пути. Задачи сетевого планирования.

### **Раздел V. Вариационное исчисление**

#### ***12. Основная задача вариационного исчисления. Необходимые условия оптимальности первого порядка***

Задача о брахистохроне. Допустимые кривые. Основная задача вариационного исчисления. Слабая и сильная минимали. Необходимые условия оптимальности слабой минимали в терминах вариаций функционала. Условия Эйлера, Вейерштрасса – Эрдмана.

### ***13. Необходимые условия оптимальности второго порядка. Достаточные условия оптимальности***

Условие Лежандра – Клебша. Присоединенная задача о минимуме. Условие Якоби. Достаточные условия оптимальности.

## **Раздел VI. Оптимальное управление**

### ***14. Принцип максимума***

Задача предельного быстродействия. Теорема существования. Классификация задач оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина для задачи типа Больца. Достаточные условия оптимальности. Задачи с ограничениями. Принцип максимума для задачи предельного быстродействия. Краевая задача принципа максимума.

### ***15. Специальные задачи оптимального управления. Динамическое программирование в теории оптимального управления***

Оптимизация непрерывных динамических систем в классе дискретных управляющих воздействий. Оптимизация дискретных систем управления. Применение динамического программирования для исследования оптимальных систем управления.

### ***16. Проблема синтеза оптимальных систем управления***

Синтез оптимальных систем управления с помощью принципа максимума. Применение динамического программирования к синтезу оптимальных систем управления. Оптимальное управление в реальном времени.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Альсевич, В. В. Методы оптимизации: упражнения и задания: учеб. пособие / В. В. Альсевич, В. В. Крахотко. – Минск : БГУ, 2005. — 405 с.

Ашманов, С. А. Линейное программирование: учеб. пособие / С. А. Ашманов. – М. : Наука, 1981. – 304 с.

Васильев, Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач: учеб. пособие / Ф. П. Васильев. – М. : Наука, 1988. — 549 с.

Габасов, Р. Методы оптимизации: учеб. пособие / Р. Габасов, Ф. М. Кириллова. – Минск : БГУ, 1981. — 350 с.

Карманов, В. Г. Математическое программирование: учеб. пособие / В. Г. Карманов. – М. : Физматлит, 2001. – 263 с.

Моисеев, Н. Н. Методы оптимизации: учебное пособие / Н. Н. Моисеев, Ю. П. Иванилов, Е. М. Столярова. – М. : Наука, 1978. – 351 с.

### **Дополнительная**

Интрилигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интрилигатор. – М. : Айрис-пресс, 2002. – 565 с.

Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах / А. В. Пантелеев, Г. А. Летова. – М. : Высш. шк., 2002. – 544 с.

Пантелеев, А. В. Теория управления в примерах и задачах / А. В. Пантелеев, А. С. Бортакровский. – М. : Высш. шк., 2003. – 583 с.

# **ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
30.06.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 312 /тип.

**Составители:**

**В. В. Краснопрошин**, заведующий кафедрой математического обеспечения автоматизированных систем управления Белорусского государственного университета, доктор технических наук, профессор;

**А. Н. Исаченко**, доцент кафедры математического обеспечения автоматизированных систем управления Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рецензенты:**

кафедра высшей математики № 2 Белорусского национального технического университета;

**О. А. Феденя**, доцент кафедры высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой математического обеспечения автоматизированных систем управления Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 22.09.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 1.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

«Исследование операций» – прикладная математическая дисциплина, которая занимается вопросами количественного обоснования решений по управлению целенаправленными процессами (операциями) в сложных системах.

Предметом изучения дисциплины являются решения в сложных системах. Система рассматривается с точки зрения целенаправленного управления, понятие цели является определяющим. Обоснование решений носит количественный характер, т. е. проводится с помощью математических моделей и методов. Это дает возможность находить не просто хорошие, а в некотором смысле оптимальные решения. Поэтому дисциплину «Исследование операций» можно также определить как теорию оптимальных решений.

Целью изучения дисциплины является ознакомление студентов с основными принципами построения и анализа определенных классов математических моделей и их использования для принятия решений в соответствующих предметных областях.

Задачи дисциплины заключаются в выработке навыков применения методологии исследования задач, основанной на построении математических моделей, принятия решений по результатам их анализа.

Дисциплина «Исследование операций» непосредственно связана с дисциплиной «Методы оптимизации». При изложении курса используется также учебный материал дисциплин «Дискретная математика и математическая логика», «Алгоритмы и структуры данных», «Методы численного анализа», «Теория вероятностей и математическая статистика». При этом важно показать возможности математического аппарата для решения задач, возникающих в различных сферах человеческой деятельности. Целесообразно выделить моменты построения моделей естественных процессов и обратить внимание на алгоритмические аспекты получения результатов.

В результате изучения дисциплины студент должен *знать*:

- типы задач исследования операций, их особенности и свойства;
- методологию формализации и решения задач исследования операций;
- основные принципы принятия оптимальных решений;
- модели и методы решения задач исследования операций;

*уметь:*

– строить математические модели, представлять их возможности и ограничения;

– использовать формальные методы при решении задач исследования операций;

– решать практические задачи принятия решений с использованием методов исследования операций.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины всего 171 час, в том числе 86 аудиторных часов, из них лекции – 68 часов, практические занятия – 18 часов.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические занятия
<b>Раздел I. Введение</b>			
1. Предмет и методология исследования	4	4	
2. Экспертное оценивание	2	2	
<b>Раздел II. Принятие решений и теория игр</b>			
3. Принятие решений в условиях неопределенности	8	8	8
4. Элементы теории игр	10	8	2
<b>Раздел III. Линейные модели</b>			
5. Построение и анализ линейных моделей	6	4	2
6. Моделирование сложных систем	6	4	2
<b>Раздел IV. Сетевые модели</b>			
7. Экстремальные задачи на графах	20	14	6
8. Сетевое планирование	8	6	2
9. Задача коммивояжера	4	2	2
<b>Раздел V. Задачи оптимального упорядочения</b>			
10. Элементы теории расписаний	4	4	
<b>Раздел VI. Вероятностные модели</b>			
11. Задачи массового обслуживания	10	8	2
12. Задача управления запасами	4	4	
<b>Итого:</b>	<b>86</b>	<b>68</b>	<b>18</b>

# СОДЕРЖАНИЕ

## Раздел I. Введение

### *1. Предмет и методология исследования*

Предмет, история и перспективы развития исследования операций. Основные этапы и принципы операционного исследования. Идентификация моделей операций.

### *2. Экспертное оценивание*

Экспертный метод. Критерии эффективности.

## Раздел II. Принятие решений и теория игр

### *3. Принятие решений в условиях неопределенности*

Типы неопределенности. Многокритериальные задачи. Принятие решений в условиях неопределенности природы и в конфликтных ситуациях. Критерии рационального поведения. Смешанные стратегии, седловые точки.

### *4. Элементы теории игр*

Основные понятия антагонистических игр. Матричные игры и методы их решений. Понятие о коалиционных и позиционных играх. Игры с природой.

## Раздел III. Линейные модели

### *5. Построение и анализ линейных моделей*

Общая характеристика и геометрическая интерпретация линейных моделей. Примеры моделей планирования производства и макроэкономики. Экономическая интерпретация двойственных оценок. Устойчивость оптимального плана.

### *6. Моделирование сложных систем*

Иерархические системы и методы декомпозиции. Целочисленные линейные модели.

## Раздел IV. Сетевые модели

### *7. Экстремальные задачи на графах*

Задача о минимальных покрывающих деревьях. Задача о кратчайших цепях. Задача о максимальном потоке в сетях и ее обобщения. Максимальные паросочетания. Варианты задачи о назначении: классическая, о максимальной занятости, на узкие места.

## **8. Сетевое планирование**

Сетевые графики и их параметры. Задачи распределения ресурсов на сетях.

## **9. Задача коммивояжера**

Общая схема метода ветвей и границ. Алгоритмы решения задачи коммивояжера и ее приложения.

## **Раздел V. Задачи оптимального упорядочения**

### **10. Элементы теории расписаний**

Задачи теории расписаний, их классификация. Задача для одной машины. Общая задача Джонсона. Свойства оптимальных решений. Задача Джонсона для двух и трех машин.

## **Раздел VI. Вероятностные модели**

### **11. Задачи массового обслуживания**

Общая характеристика задач массового обслуживания. Характеристики входного потока и длительности обслуживания. Процессы гибели и размножения. Системы массового обслуживания с потерями и с ожиданием. Замкнутые системы массового обслуживания.

### **12. Задача управления запасами**

Управление запасами. Задачи определения оптимальных размеров заказываемой партии. Задачи замены оборудования.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Акоф, Р. Основы исследования операций / Р. Акоф, М. Сасиени. – М. : Мир, 1971. – 533 с.

Вагнер, Г. Основы исследования операций: в 3 т. / Г. Вагнер. – М. : Мир, 1972; 1973.

Вентцель, Е. С. Исследование операций / Е. С. Вентцель. – М. : Сов. наука, 1972. – 550 с.

Дегтярев, Ю. И. Исследование операций / Ю. И. Дегтярев. – М. : Высш. шк., 1986. – 319 с.

Исследование операций: в 2 т. / под ред. Дж. Маудера, С. Элмаграби. – М. : Мир, 1981.

Моисеев, Н. Н. Математические задачи системного анализа / Н. Н. Моисеев. – М. : Наука, 1981. – 487 с.

Таха, Х. А. Введение в исследование операций / Х. А. Таха. – М. ; СПб.; Киев: Вильямс, 2001. – 911 с.

### **Дополнительная**

- Вентцель, Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 1980. – 532 с.
- Воробьев, Н. Н. Теория игр / Н. Н. Воробьев. – Л. : ЛГУ, 1975. – 324 с.
- Исследование операций в экономике / под ред. Н. Ш. Кремера. – М. : Банки и биржи, 1997. – 407 с.
- Кофман, А. Массовое обслуживание. Теория и приложения / А. Кофман, Р. Крюон. – М. : Мир, 1965. – 475 с.
- Краснощеков, П. С. Принципы построения моделей / П. С. Краснощеков, А. А. Петров. – М. : МГУ, 1983. – 314 с.
- Крушевский, А. В. Теория игр / А. В. Крушевский. – Киев: Выш. шк., 1977. – 214 с.
- Кудрявцев, Е. М. Исследование операций в задачах, алгоритмах и программах / Е. М. Кудрявцев. – М. : Радио и связь, 1984. – 287 с.
- Макаров, И. М. Теория выбора и принятия решений / И. М. Макаров. – М. : Наука, 1981. – 376 с.
- Танаев, В. С. Введение в теорию расписаний / В. С. Танаев, В. В. Шкурба. – М. : Наука, 1975. – 256 с.
- Форд, Л. Потоки в сетях / Л. Форд, Д. Фалкерсон. – М. : Мир, 1966. – 276 с.

# **УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
14.04.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 260 /тип.

### **Составитель**

**В. И. Корзюк**, заведующий кафедрой математической физики Белорусского государственного университета, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

### **Рецензенты:**

кафедра теории функций, функционального анализа и прикладной математики Учреждения образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»;

**В. В. Цегельник**, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный университет радиоэлектроники и информатики», доктор физико-математических наук, профессор.

### **Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой математической физики Белорусского государственного университета (протокол № 6 от 20.11.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 1.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Уравнения математической физики» посвящена изучению математических моделей естественнонаучных явлений, которые приводят к задачам для дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.

В настоящее время область применения изучаемых в данном курсе уравнений и методов вышла за рамки классической физики и используется в биологии, химии, экологии, геологии, микроэлектронике, экономике и других научных направлениях.

Целью курса является знакомство с методами построения математических моделей различных процессов и явлений естествознания, изучение основных методов исследования возникающих при этом математических задач, выяснение физического смысла полученных решений.

При изучении дисциплины «Уравнения математической физики» рассматривается постановка корректных задач, исследование и решение граничных задач для уравнений с частными производными, имеющих физическую интерпретацию. В результате изучения данной дисциплины студенты должны получить навыки математического моделирования реальных (в первую очередь физических) процессов на основе граничных задач для уравнений с частными производными, а также необходимые знания из теории дифференциальных уравнений с частными производными, необходимые для проведения изучения этих задач.

Изучение дисциплины «Уравнения математической физики» проводится через чтение лекций, проведение практических и лабораторных занятий. Лекции и практические занятия ограничены изучением только аналитических методов решения модельных задач, лабораторные занятия включают использование современных пакетов численного моделирования на основе задач для уравнений с частными производными.

Материал, излагаемый в курсе, опирается на знания, полученные студентами в результате изучения дисциплин «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Геометрия и алгебра», а также тесно связан с циклами дисциплин по физике и численным методам.

В результате изучения дисциплины студент должен *знать*:

– основы теории дифференциальных уравнений с частными производными;

- вывод основных уравнений математической физики;
- постановку корректных задач;
- задачу Коши для основных уравнений;
- смешанные задачи для параболических и гиперболических уравнений;
- специальные функции математической физики;
- теорию потенциала;
- граничные задачи для эллиптических уравнений;
- методы исследования задач для уравнений математической физики;

*уметь:*

- строить дифференциальные модели различных задач физики;
- выполнять корректную постановку граничных задач для уравнений математической физики;
- использовать методы исследования для изучения задач математической физики;
- использовать вычислительный эксперимент и компьютерное моделирование.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 245 учебных часов, в том числе 136 аудиторных часов: лекции – 68 часов, практические занятия – 68 часов.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические и лабораторные занятия
<b>Введение. Предварительные сведения</b>	2	2	
<b>Раздел 1. Дифференциальные уравнения с частными производными</b>	10	6	4
<b>Раздел 2. Основные уравнения математической физики</b>	14	8	6
<b>Раздел 3. Задача Коши</b>			
3.1. Теоремы Коши – Ковалевской и Хольмгрена	6	4	2
3.2. Метод характеристик	16	4	12
3.3. Преобразование Фурье и метод Римана для задачи Коши	8	4	2
3.4. Сильное решение	10	6	4
<b>Раздел 4. Задача Гурса</b>	6	2	4
<b>Раздел 5. Задачи для эллиптических уравнений. Обобщенные решения</b>	10	6	4

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические и лабораторные занятия
<b>Раздел 6. Классические методы в теории эллиптических задач</b>			
6.1. Метод Фурье и специальные функции	18	10	8
6.2. Метод Грина	6	4	2
6.3. Теория потенциалов	6	4	2
<b>Раздел 7. Смешанные задачи</b>			
7.1. Смешанные задачи для гиперболических уравнений	20	6	14
7.2. Смешанные задачи для параболических уравнений	6	2	4
<b>Итого:</b>	<b>136</b>	<b>68</b>	<b>68</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### **Введение. Предварительные сведения**

Введение в курс. Основные разделы физики и соответствующие уравнения математической физики. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.

### **Раздел 1. Дифференциальные уравнения с частными производными**

Понятие об уравнениях с частными производными. Линейные и квазилинейные дифференциальные уравнения с частными производными. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка. Формула общего решения дифференциального уравнения с частными производными первого порядка. Дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка в случае двух независимых переменных. Теорема о сохранении типа уравнений при невырожденной замене независимых переменных для уравнений второго порядка в случае двух переменных. Классификация дифференциальных уравнений второго порядка в случае многих независимых переменных. Характеристики для дифференциальных уравнений второго порядка. Приведение к каноническому виду гиперболических уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных. Приведение к каноническому виду параболических уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных. Приведение к каноническому виду

эллиптических уравнений второго порядка в случае двух независимых переменных. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений второго порядка в случае многих независимых переменных. Характеристики дифференциальных уравнений. Связь характеристических направлений с характеристиками. Классификация дифференциальных уравнений с помощью характеристического многочлена. Теорема о четности порядка эллиптических операторов. Связь классификации дифференциальных уравнений через дискриминант и характеристический полином.

## **Раздел 2. Основные уравнения математической физики**

О постановке задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Корректная постановка задач. Примеры некорректно поставленных задач. Пример Адамара некорректной постановки задачи. Уравнение поперечных колебаний струны. Уравнение теплопроводности. Задачи для уравнения поперечных колебаний струны. Задачи для уравнения теплопроводности. Вывод уравнения поперечных колебаний мембраны. Задачи для волнового уравнения в многомерном случае. Уравнение Пуассона и задачи для него. Задачи для уравнения теплопроводности в многомерном случае. Задачи сопряжения. Уравнение неразрывности. Уравнения движения. Уравнение энергии. Уравнения газовой динамики и гидродинамики и задачи для них. Уравнения Максвелла. Уравнение Гельмгольца. Другие уравнения математической физики.

## **Раздел 3. Задача Коши**

3.1. Постановка задачи Коши. Простейшая и обобщенная задача Коши. Аналитические функции. Теорема Коши – Ковалевской. Теорема Хольмгрена.

3.2. Формула Даламбера. Смешанная задача в четверти плоскости для волнового уравнения. Формула Пуассона для волнового уравнения. Вывод формулы Даламбера из формулы Пуассона. Формула Кирхгофа. Метод Дюамеля и формулы решения задачи Коши для неоднородного волнового уравнения. Принцип Гюйгенса.

3.3. Принцип минимума и максимума для уравнения теплопроводности. Преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье в пространстве  $S(\mathbb{R}^n)$ . Единственность решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Пространство  $L_2$ . Свойства в пространстве  $L_2$ . Равенство Парсеваля в  $L_2(\mathbb{R}^n)$ . Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Обоснование формулы Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Вывод формулы решения

задачи Коши для волнового уравнения с помощью преобразования Фурье. Обоснование формулы решения задачи Коши для волнового уравнения, полученной с помощью преобразования Фурье. Метод Римана. Задачи для гиперболического уравнения второго порядка в случае двух независимых переменных, записанного во втором каноническом виде. Метод Римана для задачи Коши.

3.4. Пространства Соболева. Операторы осреднения Соболева. Свойства элементов пространств Соболева. Теоремы вложения. Неравенство Гронуолла. Понятие сильного решения. Энергетическое неравенство задачи Коши для гиперболического уравнения. Лемма о разбиении единицы. Операторы осреднения с переменным шагом. Свойства операторов осреднения с переменным шагом. Доказательство существования сильного решения задачи Коши для гиперболического уравнения.

#### **Раздел 4. Задача Гурса**

Постановка задачи Гурса для гиперболического уравнения. Энергетическое неравенство для задачи Гурса. Существование сильного решения задачи Гурса. Метод последовательных приближений.

#### **Раздел 5. Задачи для эллиптических уравнений.**

##### **Обобщенные решения**

Теорема Рисса о представлении линейного непрерывного функционала. Определение обобщенного решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Теорема об эквивалентности норм в пространстве  $H^1$ . Существование обобщенного решения задачи Дирихле. Обобщенное решение задачи Неймана. Разрешимость задачи Неймана. Граничная задача третьего рода для уравнения Пуассона.

Задача Штурма – Лиувилля с условиями Дирихле для оператора Лапласа. Задача Штурма – Лиувилля с условиями Неймана. Задача Штурма-Лиувилля со смешанными условиями Дирихле и Неймана. Задача Штурма – Лиувилля с граничными условиями третьего рода.

Граничные задачи для других эллиптических уравнений. Обобщенные решения для них. Задачи Штурма – Лиувилля.

#### **Раздел 6. Классические методы в теории эллиптических задач**

6.1. Метод Фурье. Задача Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Задача Неймана для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Задача со смешанными условиями для уравнения. Граничные задачи для уравнения Пуассона с условиями третьего рода. Задача Дирихле для уравнения Пуассона в параллелепипеде.

Уравнение теории специальных функций. Цилиндрические функции. Полиномы Лежандра. Присоединенные функции Лежандра. Полиномы Якоби, Чебышева, Лагерра, Эрмита.

Метод Фурье для канонических областей. Граничные задачи для уравнения Пуассона в круговом цилиндре. Сферические функции. Шаровые функции. Задача Штурма – Лиувилля в шаре для оператора Лапласа.

6.2. Метод Грина. Формулы Грина. Гармонические функции и интегральное представление из класса  $C^2(\Omega) \cap C^1(\bar{\Omega})$ . Единственность решений задач Дирихле для уравнения Пуассона. Метод Грина для задачи Дирихле. Метод Грина для задачи Неймана. Построение функции Грина для задачи Дирихле. Интеграл Пуассона для круга и шара. О единственности решений внутренней задачи Неймана. О единственности решений внешней задачи Неймана.

6.3. Метод потенциалов. Потенциалы простого и двойного слоя. Сведение задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа к интегральным уравнениям. О разрешимости задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа (метод потенциалов). Метод потенциалов для задач уравнения Гельмгольца.

О методе граничных элементов.

## **Раздел 7. Смешанные задачи**

7.1. Смешанные задачи для гиперболических уравнений. Сильные решения смешанных задач для гиперболических уравнений. Метод Фурье для смешанных задач для гиперболических уравнений. Обоснование метода Фурье для классического решения смешанных задач уравнения колебания струны. Метод Фурье для смешанных задач для волнового уравнения в случае шара.

7.2. Сильные решения смешанных задач для параболических уравнений. Метод Фурье для смешанных задач параболических уравнений.

Классические решения методом характеристик.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Арсенин, В. Я. Методы математической физики и специальные функции / В. Я. Арсенин. – М. : Наука, 1984.

Владимиров, В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров. – 2-е изд., стер. – М. : МАИК Наука, 2000.

Корзюк, В. И. Уравнения математической физики: в 8 ч. / В. И. Корзюк. – Минск : БГУ, 2007–2009.

Масленникова, В. Н. Дифференциальные уравнения в частных производных / В. Н. Масленникова. – М. : Изд-во РУДН, 1997.

Михайлов, В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных / В. П. Михайлов. – М. : Наука, 1976.

Михлин, С. Г. Курс математической физики / С. Г. Михлин. – М. : Наука, 1968.

Петровский, И. Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И. Г. Петровский. – М. : Наука, 1961.

Русак, В. Н. Математическая физика / В.Н. Русак. – Минск : Дизайн ПРО, 1998.

Свешнико, А. Г. Лекции по математической физике / А. Г. Свешников, А. Н. Боголюбов, В. В. Кравцов. – М. : Наука, 2004.

Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики. – 7-е изд. / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М. : Изд-во Московского ун-та; Наука, 2004.

### **Дополнительная**

Бицадзе, А. В. Уравнения математической физики / А. В. Бицадзе. – М. : Наука, 1976.

Владимиров, В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. – М. : Физматлит, 2003.

Годунов, С. К. Уравнения математической физики / С. К. Годунов. – М. : Наука, 1979.

Дезин, А. А. Общие вопросы теории граничных задач / А. А. Дезин. – М. : Мир, 1980.

Дьедоне, Ж. Основы современного анализа / Ж. Дьедоне. – М. : Мир, 1964.

Зорич, В. А. Математический анализ: в 2 ч. / В. А. Зорич. – 3-е изд., испр. и доп. – М. : МЦНМО, 2001.

Ильин, В. А. Математический анализ / В. А. Ильин. Ч. II. – М. : Наука, 1981.

Ильин, В. А. Математический анализ / В. А. Ильин. Ч. I. – М. : Наука, 1981.

Кошляков, Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – М. : Высш. шк., 1970.

Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа: в 3 т. / Л. Д. Кудрявцев. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М. : Высш. шк., – 2003.

Курант, Р. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 2 т. / Р. Курант. Т. I, II. – М. : Наука, 1970.

Курант, Р. Уравнения с частными производными / Р. Курант. – М. : Мир, 1964.

Ладыженская, О. А. Краевые задачи математической физики / О. А. Ладыженская. – М. : Наука, 1973.

Лионс, Ж.-Л. Неоднородные граничные задачи и их приложения / Ж.-Л. Лионс, Э. Мадженес. – М. : Мир, 1971.

Матвеев, Н. Н. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений / Н. Н. Матвеев. – Минск : Вышэйш. шк., 1974.

Мизохата, С. Теория уравнений с частными производными / С. Мизохата. – М. : Мир, 1977.

Михлин, С. Г. Вариационные методы в математической физике / С. Г. Михлин. – М. : Наука, 1970.

Михлин, С. Г. Линейные уравнения в частных производных / С. Г. Михлин. – М. : Высш. шк., 1977.

- Молчанов, И. Н. Основы метода конечных элементов / И. Н. Молчанов, Л. Д. Николенко. – Киев: Наукова думка, 1989.
- Никольский, С. М. Курс математического анализа: в 2 т. / С. М. Никольский. – изд. 3-е, перераб. и доп. – М.: Наука, 1983.
- Пикулин, В. П. Практический курс по уравнениям математической физики / В. П. Пикулин, С. И. Похожаев. – М.: Изд.-во МЦНМО, 2004.
- Положий, Г. И. Уравнения математической физики / Г. И. Положий. – Минск: Вышэйш. шк., 1964.
- Сабитов, К. Б. Уравнения математической физики / К. Б. Сабитов. – Минск: Вышэйш. шк., 2003.
- Самарский, А. А. Введение в численные методы / А. А. Самарский. – М.: Наука, 1987.
- Самарский, А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. – М.: Наука, 1989.
- Самарский, А. А. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 431 с.
- Смирнов, В. И. Курс высшей математики / В. И. Смирнов. – М.: Наука, 1981.
- Соболев, С. Л. Уравнения математической физики / С. Л. Соболев. – М.: Наука, 1966.
- Степанов, В. В. Курс дифференциальных уравнений / В. В. Степанов. – М.: Физматлит, 1959.
- Треногин, В. А. Функциональный анализ / В. А. Треногин. – М.: Наука, 1980.
- Фарлоу, С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров / С. Фарлоу. – М.: Мир, 1985.
- Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. – СПб.: Лань, 1997.
- Флетчер, К. Численные методы на основе метода Галеркина / К. Флетчер. – М.: Мир, 1988.
- Фридман, А. Уравнения с частными производными параболического типа / А. Фридман. – М.: Мир, 1968.
- Хокин, Р. Численное моделирование методом частиц / Р. Хокин, Дж. Иствуд. – М.: Мир, 1987.

# **ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
14.04.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 265 /тип.

**Составители:**

**В. В. Бобков**, профессор кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, доцент;

**В. К. Полевилов**, доцент кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рецензенты:**

кафедра вычислительных методов и программирования Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

**Л. А. Янович**, главный научный сотрудник отдела нелинейного и стохастического анализа Института математики Национальной академии наук Беларуси, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой вычислительной математики Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 21.10.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 1.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 3.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Численные методы математической физики» посвящена изучению основных подходов к нахождению приближенных решений для основных классов задач математической физики.

Цель дисциплины – обучить студентов современным численным методам решения задач математической физики, подготовить их к практической работе в области численного моделирования научных и прикладных математических задач естествознания.

Задача дисциплины – привить студентам навыки в осознанном выборе численного алгоритма для решения конкретной задачи математической физики, которые должны основываться на умении проводить исследования теоретических характеристик выбранного алгоритма, а также оценивать сложность его реализации.

Курс «Численные методы математической физики» базируется непосредственно на дисциплинах «Вычислительные методы алгебры», «Методы численного анализа» и «Уравнения математической физики», являясь заключительной частью этого цикла.

В результате изучения дисциплины выпускник должен

*знать:*

- основные математические модели естественнонаучных процессов;
- методы построения и исследования разностных схем для основных задач математической физики;
- методы решения сеточных уравнений;

*уметь:*

- находить решения основных задач математической физики;
- проводить компьютерный анализ математических моделей естественнонаучных процессов.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 145 учебных часов, в том числе 68 аудиторных часов: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 34 часа.

## Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Лабораторные занятия
1. Введение.	2	2	
<b>Раздел I. Введение в теорию разностных схем</b>			
2. Основные понятия теории разностных схем	8	4	4
3. Методы исследования устойчивости	8	4	4
<b>Раздел II. Разностные схемы для стационарных уравнений</b>			
4. Схемы и способы их построения	8	4	4
5. Методы решения сеточных уравнений	10	4	6
6. Численные методы решения задач математической физики в областях сложной формы	12	6	6
<b>Раздел III. Разностные схемы для нестационарных уравнений</b>			
7. Разностные схемы для одномерных уравнений	12	6	6
8. Многомерные задачи	8	4	4
<b>Итого:</b>	<b>68</b>	<b>34</b>	<b>34</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### *1. Введение*

Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Роль вычислительного эксперимента в исследовании физических процессов. Типичные задачи математической физики.

### **Раздел I. Введение в теорию разностных схем**

#### *2. Основные понятия теории разностных схем*

Сетки и сеточные функции. Сетка в криволинейной системе координат. Треугольная сетка. Разностная аппроксимация простейших дифференциальных операторов в частных производных. Самосопряженность разностного оператора Лапласа. Постановка разностных задач математической физики. Погрешность аппроксимации разностных схем. Повышение порядка аппроксимации. Аппроксимация краевых и начальных условий. Устойчивость и сходимость разностной схемы.

### ***3. Методы исследования устойчивости***

Принцип максимума. Метод гармоник. Примеры применения принципа максимума и метода гармоник. Монотонные схемы для уравнений конвективного типа. Разностные схемы для уравнения переноса.

## **Раздел II. Разностные схемы для стационарных уравнений**

### ***4. Схемы и способы их построения***

Консервативные схемы. Интегро-интерполяционный метод построения консервативных схем. Применение интегро-интерполяционного метода в случае двухмерной стационарной задачи теплопроводности. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Устойчивость и сходимости. Схема повышенного порядка точности.

### ***5. Методы решения сеточных уравнений***

Методы Якоби, Зейделя, верхней релаксации. Итерационный метод переменных направлений. Метод редукции.

### ***6. Численные методы решения задач математической физики в областях сложной формы***

Краевые задачи для уравнения Пуассона в области сложной формы. Разностный метод. Метод замены переменных. Метод контрольного объема. Метод конечных элементов. Метод граничных элементов.

## **Раздел III. Разностные схемы для нестационарных уравнений**

### ***7. Разностные схемы для одномерных уравнений***

Одномерное уравнение теплопроводности. Семейство двухслойных схем для уравнения с постоянными коэффициентами. Погрешность аппроксимации и устойчивость. Краевые условия третьего рода. Уравнение с переменными коэффициентами и нелинейные уравнения. Уравнение колебаний струны. Семейство трехслойных схем. Погрешность аппроксимации и устойчивость.

### ***8. Многомерные задачи***

Экономичные разностные схемы для многомерных задач математической физики. Схема переменных направлений. Устойчивость. Погрешность аппроксимации.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

Марчук, Г. И. Методы вычислительной математики: учеб. пособие / Г. И. Марчук. – 2-е изд. – М. : Наука, 1989. – 608 с.

Самарский, А. А. Теория разностных схем: учеб. пособие / А. А. Самарский. – 2-е изд. – М. : Наука, 1983. – 616 с.

Самарский, А. А. Численные методы: учеб. пособие / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М. : Наука, 1989. – 432 с.

Стренг, Г. Теория метода конечных элементов / Г. Стренг, Дж. Фикс. – М. : Мир, 1977.

### Дополнительная

Андерсон, Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер. – М. : Мир, 1990. – 728 с.

Бреббия, К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел. – М. : Мир, 1987. – 524 с.

Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М. : Наука, 1978. – 512 с.

Крылов, В. И. Начала теории вычислительных методов. Уравнения в частных производных / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырный. – Минск : Наука и техника, 1986. – 312 с.

Митчелл, Э. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными / Э. Митчелл, Р. Уэйт. – М. : Мир, 1981. – 216 с.

Самарский, А. А. Методы решения сеточных уравнений / А. А. Самарский, Е. С. Николаев. – М. : Наука, 1978. – 592 с.

Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – 6-е изд. – М. : Наука, 1999. – 798 с.

# **ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
14.04.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 257 /тип.

### **Составитель**

**А. И. Калинин**, заведующий кафедрой методов оптимального управления Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

### **Рецензенты:**

кафедра теоретической механики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет»;

**А. В. Чигарев**, заведующий кафедрой теоретической механики Белорусского национального технического университета, доктор физико-математических наук, профессор.

### **Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой методов оптимального управления Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 28.10.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 01.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Теоретическая механика представляет собой один из разделов естествознания, посвященный изучению механических движений материи. Цель дисциплины – изучение наиболее общих законов движения и равновесия материальных тел. Задача дисциплины – привить студентам навыки в построении математических моделей механического взаимодействия материальных объектов.

Основой для изучения теоретической механики является курс физики, изучаемый в школе, а также следующие дисциплины, предусмотренные учебным планом специальности: «Математический анализ», «Геометрия и алгебра», «Дифференциальные уравнения». В свою очередь методы теоретической механики используются при изучении курса «Уравнения математической физики» и ряда дисциплин специализаций (теория устойчивости, теория управления и др.). При изложении курса важно показать возможность использования аппарата математического анализа, теории дифференциальных уравнений и аналитической геометрии при решении прикладных задач, возникающих в различных областях науки и техники.

В результате изучения дисциплины студент должен *знать*:

- основные понятия и задачи механики;
- методы построения математических моделей, описывающих движение и равновесие материальных объектов;
- наиболее общие законы движения и механического взаимодействия материальных тел;

*уметь*:

- составлять и анализировать математические модели движения и равновесия материальных объектов;
- применять полученные знания при решении прикладных физических задач.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика» (по направлениям) программа предусматривает для изучения дисциплины 145 учебных часов, в том числе 68 аудиторных часов: 34 часа лекций и 34 часа практических занятий.

## Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические занятия
1. Введение	1	1	–
<b>Раздел I. Кинематика</b>			
2. Кинематика точки	5	3	2
3. Движения твердого тела	4	2	2
4. Сложное движение точки	4	2	2
<b>Раздел II. Статика</b>			
5. Основные понятия статики	1	1	–
6. Системы сил, имеющих равнодействующую	3	1	2
7. Теория пар	2	2	–
8. Уравнения равновесия твердого тела	8	2	6
<b>Раздел III. Динамика материальной точки</b>			
9. Основные законы классической механики	1	1	–
10. Общие теоремы динамики материальной точки в абсолютном движении	3	1	2
11. Относительное движение материальной точки	4	2	2
<b>Раздел IV. Динамика системы материальных точек</b>			
12. Основные теоремы динамики системы материальных точек	6	4	2
13. Теоремы о движении системы относительно центра масс	4	2	2
14. Уравнения Лагранжа второго рода	8	2	6
<b>Раздел V. Элементы динамики твердого тела</b>			
15. Осевые моменты инерции тела	4	2	2
16. Простейшие движения твердого тела	4	2	2
<b>Раздел VI. Специальные вопросы динамики</b>			
17. Элементы теории колебаний	3	2	1
18. Некоторые вопросы теории удара	2	1	1
19. Задача о движении тела переменной массы	1	1	–
<b>Итого:</b>	<b>68</b>	<b>34</b>	<b>34</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### *1. Введение*

Предмет теоретической механики. Цели дисциплины. Историческое развитие классической механики и ее связь с другими мировоззрениями в естествознании.

## **Раздел I. Кинематика**

### ***2. Кинематика точки***

Скорость и ускорение материальной точки. Проекция ускорения на естественные оси.

### ***3. Движения твердого тела***

Элементарные движения твердого тела. Мгновенные движения. Теорема Эйлера. Плоское движение.

### ***4. Сложное движение точки***

Теорема о сложении скоростей. Теорема Кориолиса.

## **Раздел II. Статика**

### ***5. Основные понятия статики***

Сила. Эквивалентные системы сил. Аксиомы статики. Реакции связей.

### ***6. Системы сил, имеющих равнодействующую***

Система сходящихся сил. Теорема о трех силах. Системы двух параллельных и антипараллельных сил.

### ***7. Теория пар***

Пара сил. Момент пары. Теоремы об эквивалентности пар.

### ***8. Уравнения равновесия твердого тела***

Приведение системы сил к произвольной точке. Основная теорема статики. Плоская система сил. Сила тяжести и центр тяжести. Понятие о трении скольжения.

## **Раздел III. Динамика материальной точки**

### ***9. Основные законы классической механики***

Законы Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Две основные задачи динамики. Естественные уравнения движения.

### ***10. Общие теоремы динамики материальной точки в абсолютном движении***

Теорема об изменении момента количества движения. Теорема об изменении кинетической энергии. Потенциальное силовое поле. Движение материальной точки под действием центральной силы.

### ***11. Относительное движение материальной точки***

Дифференциальные уравнения относительного движения точки. Принцип относительности классической динамики.

## **Раздел IV. Динамика системы материальных точек**

### ***12. Основные теоремы динамики системы материальных точек***

Учение о связях. Общее уравнение динамики. Теорема о движении центра масс. Теорема об изменении кинетического момента системы. Теорема об изменении кинетической энергии.

### ***13. Теоремы о движении системы относительно центра масс***

Теоремы Кенига. Теорема Резаля.

### ***14. Уравнения Лагранжа второго рода***

Обобщенные координаты. Число степеней свободы. Вывод уравнений Лагранжа. Случай существования силовой функции.

## **Раздел V. Элементы динамики твердого тела**

### ***15. Осевые моменты инерции тела***

Определения. Теорема Штейнера. Моменты инерции простейших тел.

### ***16. Простейшие движения твердого тела***

Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Плоскопараллельное движение тела. Понятие об элементарной теории гироскопа.

## **Раздел VI. Специальные вопросы динамики**

### ***17. Элементы теории колебаний***

Гармонические колебания. Вынужденные колебания. Резонанс. Круговой математический маятник.

### ***18. Некоторые вопросы теории удара***

Явление удара. Прямой центральный удар двух тел. Теорема Карно.

### ***19. Задача о движении тела переменной массы***

Уравнение Мещерского. Две задачи Циолковского.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Бухгольц, Н. Н. Основной курс теоретической механики: учеб. пособие: в 2 ч. / Н. Н. Бухгольц. – М. : Наука, 1972.

Маркеев, А. П. Теоретическая механика: учебник / А. П. Маркеев. – М. : ЧеРо, 1999. – 569 с.

Мещерский, И. В. Задачи по теоретической механике: учеб. пособие / И. В. Мещерский. – СПб. : Лань, 1998. – 447 с.

Петкевич, В. В. Теоретическая механика: учеб. пособие / В. В. Петкевич. – М. : Наука, 1981. – 469 с.

**Дополнительная**

Арнольд, В. И. Математические методы классической механики: учеб. пособие / В. И. Арнольд. – М. : Наука, 2004. – 408 с.

Калитин, Б. С. Задачи по теоретической механике: пособие / Б. С. Калитин. – Минск : БГУ, 2005. – 186 с.

Никитин, Н. Н. Курс теоретической механики: учебник / Н. Н. Никитин. – М. : Высш. шк., 1990. – 607 с.

# **АЛГОРИТМЫ И СТРУКТУРЫ ДАнных**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
16.06.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 278 /тип.

**Составители:**

**В. М. Котов**, заведующий кафедрой дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

**Е. П. Соболевская**, доцент кафедры дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Л. А. Пилипчук**, доцент кафедры информационного и программно-математического обеспечения автоматизированных производств, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рецензенты:**

кафедра прикладной математики и информатики Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка»;

**Н. А. Лиходед**, заведующий отделом параллельных вычислительных процессов Института математики Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета (протокол № 4 от 10.10.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 1.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Алгоритмы и структуры данных» знакомит студентов с фундаментальными понятиями, используемыми при разработке алгоритмов и оценке их трудоемкости.

Цель дисциплины – изучение подходов к разработке эффективных алгоритмов для разнообразных задач дискретной и комбинаторной оптимизации.

Задачи дисциплины – выработать навыки по оценке трудоемкости алгоритмов и по применению современных структур данных для эффективной реализации различных базовых операций.

При изучении дисциплины рассматриваются такие фундаментальные понятия, как информация, размерность задачи и трудоемкость алгоритмов. Особое внимание уделено способам определения трудоемкости алгоритмов с помощью таких методов, как составление и решение рекуррентных уравнений. Наряду с классическим подходом оценки трудоемкости рассматриваются также способы определения усредненной оценки трудоемкости алгоритма для группы операций. Большое внимание в курсе уделяется современным структурам данных и обосновывается выбор соответствующей структуры в зависимости от набора базовых операций, используемых в алгоритме.

Основой для дисциплины «Алгоритмы и структуры данных» являются следующие дисциплины: «Дискретная математика и математическая логика», «Программирование». Методы, излагаемые в курсе, используются при изучении дисциплин «Исследование операций», «Модели данных и системы управления базами данных», а также при изучении ряда дисциплин специализаций. Изучение курса позволяет дать студентам базу, необходимую для успешного усвоения материала перечисленных выше учебных дисциплин, а также получить знания, необходимые им в дальнейшем для успешной работы при разработке эффективных алгоритмов.

В результате изучения дисциплины студент должен *знать*:

- понятие размерности задачи и трудоемкости алгоритма;
- основные приемы разработки эффективных алгоритмов: динамическое программирование и метод «разделяй и властвуй»;
- основные структуры данных и трудоемкость базовых операций для них;

- виды поисковых деревьев;
- основные алгоритмы поиска на графах и их трудоемкость;

*уметь:*

- определять трудоемкость основных алгоритмов поиска и внутренней сортировки, используя технику рекуррентных соотношений;
- осуществлять выбор структуры данных для разработки эффективного алгоритма решения задачи;
- реализовывать поисковые деревья;
- реализовывать основные алгоритмы поиска на графах.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 100 учебных часов, в том числе 68 аудиторных часов: лекции – 34 часа, лабораторные и семинарские занятия – 34 часа.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Лабораторные и семинарские занятия
<b>Раздел I. Проектирование и анализ</b>			
1. Основные понятия и определения. Рекуррентные уравнения и основные методы их решения	14	10	4
2. Стратегии решения задач	4	2	2
<b>Раздел II. Структуры данных</b>			
3. Простейшие структуры данных	4	2	2
4. Множества	4	2	2
5. Приоритетные очереди	10	4	6
<b>Раздел III. Организация поиска</b>			
6. Поисковые деревья	6	4	2
7. Хеширование	4	2	2
<b>Раздел IV. Теория графов</b>			
8. Способы обхода вершин графа	6	2	4
9. Кратчайший путь	6	2	4
10. Максимальный поток	6	2	4
11. Минимальное остовное дерево	4	2	2
<b>Итого:</b>	<b>68</b>	<b>34</b>	<b>34</b>

# СОДЕРЖАНИЕ

## Раздел I. Проектирование и анализ

### *1. Основные понятия и определения. Рекуррентные уравнения и основные методы их решения*

Понятие информации. Мера информации. Размерность задачи. Трудоемкость алгоритмов: наилучший случай, наихудший случай, трудоемкость в среднем, усредненная оценка трудоемкости группы операций. Ассимптотики  $O$ ,  $\Omega$ ,  $\Theta$ . Полиномиальные и неполиномиальные алгоритмы. Примеры.

Понятие рекуррентного уравнения. Правильные и неправильные рекуррентные уравнения. Полное рекуррентное уравнение. Основные методы решения рекуррентных уравнений: метод итераций и метод рекурсивных деревьев. Оценка решения рекуррентного уравнения: метод подстановок. Теорема о решении рекуррентного уравнения вида  $T(n) = a \cdot T\left(\frac{n}{c}\right) + b \cdot n$ . Рекуррентные уравнения базовых алгоритмов и их трудоемкость.

Способы упорядочивания информации: основные алгоритмы внутренней и внешней сортировки и их трудоемкость.

### *2. Стратегии решения задач*

Принцип «Разделяй и властвуй», динамическое программирование, градиентные алгоритмы. Примеры решения задач с использованием данных методов и их трудоемкость.

## Раздел II. Структуры данных

### *3. Простейшие структуры данных*

Простейшие структуры данных: массивы, простые списки, мульти-списки, стеки, очереди и реализация базовых операций над ними.

### *4. Множества*

Множества. Различные способы представления множеств и реализация базовых операций над ними. Применение множеств для решения задач.

### *5. Приоритетные очереди*

Сложные структуры данных: бинарные кучи, биномиальные кучи и кучи Фибоначчи. Реализация базовых операций над ними. Усредненная трудоемкость базовой операции.

### **Раздел III. Организация поиска**

#### **6. Поисковые деревья**

Поисковые деревья. Сбалансированные деревья: AVL-деревья, 2–3-деревья. Базовые операции над ними и их трудоемкость в наихудшем случае.

#### **7. Хэширование**

Хэш-таблицы и хэш-функции. Коллизии. Методы разрешения коллизий. Открытое и закрытое хэширование.

### **Раздел IV. Теория графов**

#### **8. Способы обхода вершин графа**

Методы хранения графов и деревьев. Связность. Двудольность. Маршруты. Подграфы. Использование современных структур данных в основных алгоритмах на графах: поиск в глубину (стек), поиск в ширину (очередь). Топологическая сортировка. Трудоемкость алгоритмов.

#### **9. Кратчайший путь**

Использование современных структур данных в основных алгоритмах на графах: кратчайший путь (приоритетная очередь). Трудоемкость алгоритмов.

#### **10. Максимальный поток**

Максимальный поток в графе и его приложения.

#### **11. Минимальное остовное дерево**

Алгоритмы построения минимального остовного дерева, использующие при своей реализации приоритетную очередь и множества, и их трудоемкость.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Ахо, А. В. Структуры данных и алгоритмы / А. В. Ахо, Д. Э. Хопкрофт, Д. Д. Ульман: учеб. пособие; пер. с англ. – М. : Вильямс, 2000. – 384 с.

Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен [и др.]. – М. : Вильямс, 2005. – 1296 с.

Котов, В. М. Структуры данных и алгоритмы: теория и практика / В. М. Котов, Е. П. Соболевская: учеб. пособие. – Минск : БГУ, 2004. – 252 с.

### **Дополнительная**

Shaffer, C. A Practical Introduction to Data Structure and Algorithm Analysis / C. Shaffer. – London: Prentice Hall International, 1997. – 494 p.

Weiss, M. A. Data structures and algorithm analysis / M. A. Weiss. – Benjamin / Cummings Publishing Company, 1992. – 455 p.

Вирт, Н. Алгоритмы и структуры данных / Н. Вирт. – СПб. : Невский Диалект, 2001. – 352 с.

Волчкова, Г. П. Сборник задач по теории алгоритмов для студентов физико-математических спец. БГУ / Г. П. Волчкова, В. М. Котов, Е. П. Соболевская. – Минск : БГУ, 2005. – 59 с.

Лекции по теории графов / В. А. Емеличев [и др.]. – М. : Наука, 1990. – 383 с.

Липский, В. Комбинаторика для программистов / В. Липский. – М. : Мир, 1988. – 214 с.

Пападимитриу, Х. Комбинаторная оптимизация: Алгоритмы и сложность / Х. Пападимитриу, К. Стайглиц. – М. : Мир, 1971. – 512 с.

Рейнгольд, Э. Комбинаторные алгоритмы теория и практика / Э. Рейнгольд, Ю. Нивергельт, Н. Део. – М. : Мир, 1980. – 476 с.

# **МОДЕЛИ ДАННЫХ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ БАЗАМИ ДАННЫХ**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
30.06.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 313 /тип.

**Составители:**

**С. И. Кашкевич**, доцент кафедры математического обеспечения автоматизированных систем управления Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**С. В. Гафуров**, ассистент кафедры математического обеспечения автоматизированных систем управления Белорусского государственного университета.

**Рецензенты:**

кафедра электронных вычислительных машин Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

**Б. А. Железко**, заведующий кафедрой экономической информатики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат технических наук, доцент.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой математического обеспечения автоматизированных систем управления Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 22.09.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 01.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Модели данных и системы управления базами данных» знакомит студентов с методами разработки программных продуктов, основанных на базах данных, с проектированием моделей баз данных, администрированием систем баз данных. Особое внимание уделяется механизмам доступа к реляционным базам данных, написанию запросов на языке SQL и программированию на стороне сервера.

В дисциплине также рассматривается содержание основных этапов процесса создания программного продукта, ориентированного на работу с базами данных, в том числе: проектирование модели предметной области, создание базы данных на основе спроектированной модели, начальное заполнение базы данных, сопровождение и администрирование базы данных.

Основой для изучения дисциплины «Модели данных и системы управления базами данных» являются дисциплины «Программирование» и «Алгоритмы и структуры данных». Методы, излагаемые в курсе, используются при изучении ряда дисциплин специализации. Изучение технологии работы с базами данных и системами управления базами данных позволяет студентам получить знания, необходимые им в дальнейшем для успешной работы по специальности.

Цель изучения дисциплины: дать студентам знания по принципам функционирования систем управления базами данных и работе с этими системами.

Задачи изучения дисциплины: научить студентов проектировать базы данных и интерфейсы пользователя, использовать средства систем управления базами данных для доступа к данным, выполнять действия по администрированию баз данных.

В результате изучения дисциплины студент должен *знать*:

- классификацию, структуру, составные части, интерфейсы систем управления базами данных;
- методологию формализации предметных областей;
- основные принципы построения реляционных схем;
- принципы работы с различными системами управления базами данных;

уметь:

- строить модели для различных предметных областей, преобразовывать их в модели, ориентированные на конкретные системы управления базами данных;
- пользоваться CASE-средствами для моделирования предметной области;
- формировать запросы различного уровня сложности с использованием языка SQL;
- обращаться к базам данных из прикладных приложений, используя различные механизмы (ADO, ODBC и др.).

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины всего 100 часов, из них 68 аудиторных часов, в том числе: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 34 часа.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Лабораторные занятия
<b>Раздел I. Введение</b>	2	2	
1. Основные понятия и определения. Классификация систем управления базами данных	1	1	
2. Категории пользователей системы управления базами данных. Жизненный цикл систем баз данных	1	1	
<b>Раздел II. Проектирование баз данных</b>	10	4	6
3. Модель «Сущность – связь»	6	2	4
4. Построение СУБД - ориентированных моделей	3	1	2
5. Основные понятия и определения реляционной модели	1	1	
<b>Раздел III. Язык SQL</b>	24	10	14
6. Язык определения данных (DDL)	8	4	4
7. Язык манипулирования данными (DML). Запросы к данным – команда SELECT	11	3	8
8. План выполнения запроса	1	1	
9. Модификация данных	3	1	2
10. Представления	1	1	
<b>Раздел IV. Язык PL /SQL</b>	22	12	10
11. Основные конструкции и типы данных языка. Анонимные PL /SQL блоки. Курсоры	9	5	4
12. Хранимые процедуры и функции	4	2	2
13. Пакеты	4	2	2

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Лабораторные занятия
14. Работа с исключениями	1	1	
15. Триггеры	4	2	2
<b>Раздел V. Транзакции и особенности параллельной обработки</b>	5	3	2
16. Транзакции и их свойства. Операторы управления транзакциями	1	1	
17. Изоляция транзакции. Коллизии, возникающие при совместной обработке данных. Блокировки	4	2	2
<b>Раздел VI. Администрирование баз данных</b>	5	3	2
18. Функциональные обязанности администратора баз данных	1	1	
19. Привилегии и роли	1	1	
20. Копирование и восстановление базы данных	3	1	2
<b>Итого:</b>	<b>68</b>	<b>34</b>	<b>34</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### Раздел I. Введение

#### *1. Основные понятия и определения. Классификация систем управления базами данных*

Децентрализованный и централизованный подход к организации данных. Преимущества и недостатки таких подходов. Определение базы данных. Определение системы управления базами данных. Критерии классификации систем управления базами данных. Классификация систем управления базами данных по типам поддерживаемых моделей. Клиент-серверные и настольные системы управления базами данных.

#### *2. Категории пользователей системы управления базами данных. Жизненный цикл систем баз данных*

Основные категории пользователей: администраторы базы данных, прикладные программы, конечные пользователи. Интерфейсы, предоставляемые системой управления базами данных каждой категории пользователей. Особенности жизненного цикла систем баз данных. Фазы жизненного цикла. Фаза анализа и проектирования. Фаза функционирования. Работы, выполняемые на каждой из этих фаз.

## **Раздел II. Проектирование баз данных**

### **3. Модель «Сущность – связь»**

Понятие предметной области. Пример логического проектирования базы данных с использованием модели «сущность-связь». Понятия сущности, атрибута, связи. Характеристики атрибутов. Идентификаторы и ключи. Понятия сущности, атрибута, связи. Характеристики атрибутов. Домены. Многозначные и композитные атрибуты. Идентификаторы и ключи.

Характеристики связей. Обязательные и необязательные связи. Связи 1 : 1, 1 : M, M : M. Устранение связей «многие ко многим».

CASE-средства для логического проектирования базы данных.

### **4. Построение СУБД-ориентированных моделей**

Особенности моделей данных, используемых в различных системах управления базами данных. Иерархические и сетевые модели.

### **5. Основные понятия и определения реляционной модели**

Определение атрибута, домена, отношения, кортежа. Преобразование модели «сущность – связь» в реляционную модель.

## **Раздел III. Язык SQL**

### **6. Язык определения данных (DDL)**

Типы данных. Команды CREATE, ALTER и DROP создания, изменения и удаления таблиц. Ограничения целостности типа «первичный ключ», «уникальный ключ», «внешний ключ». Ограничения уровня строки /столбца – check и not null. Роль индексов. Создание индексов. Способы генерации значений суррогатного первичного ключа. Последовательности.

### **7. Язык манипулирования данными (DML)**

Общий формат команды SELECT. Источники данных. Фильтрация данных с помощью предложения WHERE. Упорядочение набора данных с помощью ORDER BY. Выражения, SQL-функции.

Внутренние, левые, правые и полные объединения. Групповые функции. Предложения GROUP BY и HAVING.

Вложенные подзапросы, коррелирующие подзапросы. Использование функций ANY, ALL, EXISTS.

Операции с множествами – UNION, MINUS, INTERSECT.

Иерархические запросы.

## **8. План выполнения запроса.**

План выполнения запроса. Параметры в запросах. Особенности создания параметрических запросов в системе управления базами данных Oracle.

## **9. Модификация данных**

Команды модификации данных (INSERT, UPDATE, DELETE). Модификация одной и нескольких записей.

## **10. Представления**

Создание представлений (VIEW). Критерий модифицируемости представлений (применительно к системе управления базами данных Oracle).

## **Раздел IV. Язык PL /SQL**

### **11. Основные конструкции и типы данных языка. Анонимные PL /SQL блоки. Курсоры.**

Типы данных. Ссылочные типы. Создание пользовательских типов. Команды присваивания, ветвления, циклов. Использование команд SQL в программах на PL /SQL. Особенности использования команды SELECT.

Курсоры, команды для работы с курсорами. Атрибуты курсоров. Неявные курсоры и их атрибуты.

### **12. Хранимые процедуры и функции**

Подпрограммы – хранимые процедуры, функции и локальные модули. Зависимость подпрограмм от данных. Состояние подпрограмм (действительная, недействительная). Перекомпиляция подпрограмм.

### **13. Пакеты**

Пакеты. Заголовок и тело пакета. Переменные пакета, пакетные курсоры.

### **14. Работа с исключениями**

Механизм обработки исключений в PL /SQL. Внутренние исключения. Пользовательские исключения. Работа с прагмой EXCEPTION\_INIT. Возбуждение исключений. Использование процедуры raise\_application\_error.

### **15. Триггеры**

Триггеры. Виды триггеров – табличные, instead of, событий БД, событий DDL.

Табличные триггеры уровня оператора и уровня строки. Порядок срабатывания триггеров. Типичные задачи, решаемые с помощью табличных триггеров. Проблема изменяющихся таблиц при работе триггеров, механизмы ее решения.

## **Раздел V. Транзакции и особенности параллельной обработки**

### ***16. Транзакции и их свойства. Операторы управления транзакциями***

Определение транзакции. ACID-свойства. Команды управления транзакциями. Контрольные точки.

### ***17. Изоляция транзакции. Коллизии, возникающие при совместной обработке данных. Блокировки.***

Уровни изолированности транзакции, определяемые стандартом SQL92. Коллизии, возникающие при совместной обработке данных. Проблема «потерянное обновление». Блокирование. Стратегии пессимистического и оптимистического блокирования.

Особенности реализации блокировок в Oracle.

## **Раздел VI. Администрирование баз данных**

### ***18. Функциональные обязанности администратора баз данных***

Обязанности АБД: обеспечение безопасности базы данных; распределение прав и обязанностей по обработке данных; управление структурой базы данных; управление параллельной обработкой данных; управление системой управления базами данных.

### ***19. Привилегии и роли***

Определение пользователя, привилегии и роли. Создание новых пользователей. Профили пользователей. Уровни привилегий Oracle: системные привилегии и привилегии доступа к объектам. Команды GRANT и REVOKE.

### ***20. Копирование и восстановление базы данных***

Типы сбоев БД и их классификация. Средства копирования и восстановления. Механизмы восстановления. Откат и накат. Особенности реализации механизмов копирования-восстановления в Oracle.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Базы данных. Интеллектуальная обработка информации / В. В. Корнеев [и др.]. – М. : Нолидж, 2000. – 352 с.

Бэлтон, Д. Внутренний мир Oracle 8. Проектирование и настройка: пер. с англ. / Д. Бэлтон, М. Гокмен, Дж. Ингрэм. – Киев : ДиаСофт, 2000. – 800 с.

Грофф, Д. Р. SQL: полное руководство / Д. Р. Грофф, П. Н. Вайнберг. – Киев : ВНУ, 1999. – 608 с.

Дейт, К. Введение в системы баз данных / К. Дейт. – 7-е изд. – М. : Вильямс, 2001. – 1072с.

Исаченко, А. Н. Модели данных и системы управления базами данных / А. Н. Исаченко, С. П. Бондаренко. – Минск : БГУ, 2007. – 220 с.

Карпова, Т. С. Базы данных. Модели, разработка, реализация / Т. С. Карпова. – СПб. : Питер, 2001. – 304 с.

Кевин Луни. Oracle Database 10g. Полный справочник. Т. 1 / Кевин Луни. М.; СПб. : Лори, 2006. – 701 с.

Конолли, Т. Базы данных: проектирование, реализация и сопровождение. Теория и практика / Т. Конолли, К. Бегг, А. Страчан. – 2-е изд. – М. : Вильямс, 2000. – 1120 с.

Маклаков, С. В. ВРwin, ERwin. CASE-средства разработки информационных систем / С. В. Маклаков. – М. : Диалог-МИФИ, 2000. – 256 с.

Хансен, Г. Базы данных: разработка и управление / Г. Хансен, Дж. Хансен. – М. : Бинум, 1999. – 504 с.

Хомоненко, А. Д. Базы данных: учебник для высших учебных заведений / А. Д. Хомоненко, В. М. Цыганков, М. Г. Мальцев; под ред. проф. А. Д. Хомоненко. – СПб. : КОРОНА-принт, 2000. – 416 с.

#### **Дополнительная**

Oracle 8. Энциклопедия пользователя. – К. : Диасофт, 1999. – 864 с.

Архангельский, А. Я. Программирование в Delphi 7 / А. Я. Архангельский. – М. : Бинум, 2003. – 1152 с.

Баженова, И. Ю. Oracle 8 /8i. Уроки программирования / И. Ю. Баженова. – М. : Диалог-Мифи, 2000. – 304 с.

Вейскас, Д. Эффективная работа с Microsoft Access 2000 / Д. Вейскас. – СПб. : Питер, 2000. – 1040 с.

Пэйдж, В. Дж. Использование Oracle 8 /8i / В. Дж. Пэйдж. – М. : Вильямс, 2000. – 1024 с.

Урман, Л. Oracle 8. Программирование на языке PL /SQL / Л. Урман. – К. : Лори, 1999. – 608 с.

# **КОМПЬЮТЕРНЫЕ СЕТИ**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
14.04.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 256 /тип.

**Составители:**

**Л. Ф. Зимянин**, заведующий кафедрой математического обеспечения ЭВМ Белорусского государственного университета, кандидат технических наук, доцент;

**Т. В. Соболева**, доцент кафедры информационного и программно-математического обеспечения автоматизированных производств Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Л. З. Утко**, заместитель директора Центра информационных технологий Белорусского государственного университета.

**Рецензенты:**

кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем Белорусского национального технического университета;

**С. И. Сиротко**, доцент кафедры информатики Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой информационного программно-математического обеспечения автоматизированных производств Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 16.09.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 01.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Компьютерные сети» знакомит студентов с технологиями построения и функционирования компьютерных сетей. В рамках данного курса приводятся основные понятия и определения сетевых архитектур, топологий, методов доступа к средам передачи данных, компонентов компьютерных сетей. В качестве основы для изучения методов сетевого взаимодействия рассматриваются модель OSI, функции уровней модели OSI, стеки протоколов, в частности, основной акцент делается на изучении работы стека протоколов TCP/IP.

При изучении дисциплины рассматриваются следующие основные вопросы:

- теоретические основы построения и функционирования локальных сетей;
- технологии интеграции локальных сетей в глобальную сеть Интернет и передачи данных в глобальной сети;
- обзор функциональных возможностей коммуникационного оборудования и технологий их реализации;
- средства анализа трафика в сетях и методы его минимизации;
- основы проектирования локальных сетей и их интеграции в глобальные сети.

Целью дисциплины является формирование у студентов знаний и навыков по работе с компьютерными сетями, в частности, студенты должны освоить правила и приемы, такие как:

- умение настроить персональный компьютер на работу в компьютерной сети с использованием различных сервисов и локализовать проблемы, возникающие при работе с этими сервисами в локальной и глобальной сетях;
- научиться анализировать предполагаемый трафик при разработке клиент-серверных приложений;
- поставить задачу и при необходимости спроектировать и настроить компьютерную сеть небольшого предприятия с интеграцией ее в глобальную сеть.

В результате изучения дисциплины студент должен

*знать:*

- технологии построения современных локальных и глобальных компьютерных сетей;

– архитектуру стека протоколов, лежащих в основе современных компьютерных сетей;

– методы эффективной и безопасной передачи данных в компьютерных сетях;

*уметь:*

– анализировать и разрабатывать проекты корпоративных компьютерных сетей;

– обеспечивать управление сетевыми ресурсами корпоративных сетей;

– программировать клиент-серверные приложения на основе стандартных стеков протоколов;

– настраивать персональный компьютер на работу в компьютерной сети с использованием различных сервисов.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины максимально 145 учебных часов, в том числе 68 аудиторных часов: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 34 часа.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Лабораторные занятия
<b>Введение</b>	4	2	2
<b>Раздел 1. Сетевые операционные системы</b>	4	2	2
<b>Раздел 2. Сетевые модели и протоколы</b>	4	2	2
<b>Раздел 3. Технологии физического уровня</b>	4	2	2
<b>Раздел 4. Канальный уровень модели OSI</b>	4	2	2
<b>Раздел 5. Базовые технологии локальных сетей</b>	12	8	4
<b>Раздел 6. Составные сети на основе стека протоколов TCP/IP</b>	20	8	12
<b>Раздел 7. Транспортный уровень модели OSI</b>	4	2	2
<b>Раздел 8. Прикладной уровень модели OSI</b>	8	2	6
<b>Раздел 9. Глобальные сети</b>	2	2	
<b>Раздел 10. Основы безопасности компьютерных сетей</b>	2	2	
<b>Итого:</b>	<b>68</b>	<b>34</b>	<b>34</b>

# СОДЕРЖАНИЕ

## **Введение**

Понятие информационных сетей. Варианты классификации компьютерных сетей. Основные серверы (службы) в локальных и глобальных сетях.

## **Раздел 1. Сетевые операционные системы**

Принципы функционирования ПК и сетевых операционных систем. Домены и доменные отношения. Распределение ресурсов. Конфигурация ПК для работы в сети.

## **Раздел 2. Сетевые модели и протоколы**

Многоуровневый подход к построению сети. Модели OSI и DOD. Понятие сетевого протокола. Интерфейсы и службы. Стандартные стеки протоколов.

## **Раздел 3. Технологии физического уровня**

Физические топологии (шина, звезда, кольцо, смешанные топологии). Характеристики линий связи. Среда передачи данных (коаксиальный кабель, витая пара, оптоволоконный кабель, беспроводные сети). Структурированная кабельная система. Оборудование физического уровня.

## **Раздел 4. Канальный уровень модели OSI**

Основные характеристики методов передачи (протоколов) канального уровня (асинхронный /синхронный, символично /бит-ориентированные, с установлением соединения /дейтаграммный, с обнаружением искажений и потерянными данными, с восстановлением искаженных и потерянных данных). Протоколы канального уровня.

## **Раздел 5. Базовые технологии локальных сетей**

Технология Ethernet. Классы сетей Ethernet. Метод доступа CSMA /CD. Производительность сети Ethernet. Высокоскоростные технологии сети Ethernet.

Кольцевые технологии Token Ring и FDDI. Структура сетей Token Ring и FDDI. Маркерный метод доступа Token Ring. Управление кольцом Token Ring. Особенности метода доступа FDDI. Отказоустойчивость технологии FDDI.

Логическая структуризация LAN. Мосты и коммутаторы. Технологии коммутации (коммутационная матрица, общая шина, разделяемая память). Функции коммутаторов (поддержка алгоритма Spanning Tree,

управление потоками при перегрузках). Каскадирование, использование транковых портов, стекирование. Виртуальные локальные сети.

### **Раздел 6. Составные сети на основе стека протоколов TCP/IP**

Протоколы межсетевого взаимодействия. IP адресация. Классы IP адресов. Маска сети. Сети и подсети. Протокол IP. Протоколы разрешения адресов в сети. Технологии NAT и NAPT. Протокол IPv6.

Маршрутизация в сетях. Статическая маршрутизация. Таблицы маршрутизации. Алгоритмы динамической маршрутизации. Понятие автономной системы. Внешние и внутренние протоколы маршрутизации. Обзор протоколов маршрутизации. Основные характеристики протоколов RIP, OSPF, IGRP, EGP, BGP.

### **Раздел 7. Транспортный уровень модели OSI**

Протоколы транспортного уровня (TCP и UDP). Протокол TCP: управление соединением, формат сегмента, обеспечение гарантированной передачи данных. Понятие сокета.

### **Раздел 8. Прикладной уровень модели OSI**

Архитектура прикладных протоколов Internet. Система доменных имен. Протокол DNS. Протоколы передачи файлов FTP, TFTP, NFS. Электронная почта: архитектура, сервисы и протоколы. Протокол HTTP в WWW технологии. Управление сетями. SNMP-модель.

### **Раздел 9. Глобальные сети**

Технологии подключения к глобальным сетям. Протоколы канального уровня. Технологии последней мили. Технология ADSL и ISDN. Сети с коммутацией пакетов (сети Frame Relay).

### **Раздел 10. Основы безопасности компьютерных сетей**

Сетевые угрозы. Политика безопасности.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Гук, М. Аппаратные средства локальных сетей / М. Гук. – СПб. : Питер, 2002. – 576 с.

Зимянин, Л. Ф. Компьютерные сети. Курс лекций / Л. Ф. Зимянин. – Минск : БГУ, 2006. – 335 с.

Олифер, В. Г. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы / В. Г. Олифер, Н. А. Олифер. – СПб. : Питер, 2006. – 958 с.

Остерлох, Х. TCP/IP. Семейство протоколов передачи данных / Х. Остерлох. – М. : Diasoft, 2002. – 567 с.

Столингс, В. Современные компьютерные сети / В. Столингс. – СПб. : Питер, 2003. – 782 с.

Таненбаум, Э. Компьютерные сети / Э. Таненбаум. – СПб. : Питер, 2004. – 848 с.

#### **Дополнительная**

Столингс, В. Основы защиты сетей / В. Столингс. – М. : Вильямс, 2002. – 429 с.

Фейт, С. TCP/IP. Архитектура, протоколы и реализации (включая IP версии 6 и IP Security) / С. Фейт. – М. : Лори, 2000.

Хендерсон, Л. Frame Relay. Межсетевое взаимодействие / Л. Хендерсон. – М. : Горячая линия – Телеком, 2000. – 314 с.

Щербо, В. К. Стандарты вычислительных сетей. Взаимосвязи сетей. Справочник / В. К. Щербо. – М. : КУДЦУ-ОБРАЗ, 2000. – 286 с.

# **ИМИТАЦИОННОЕ И СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
16.06.2010 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 282 /тип.

**Составители:**

**Ю. С. Харин**, заведующий кафедрой математического моделирования и анализа данных, доктор физико-математических наук, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси;

**В. И. Лобач**, доцент кафедры математического моделирования и анализа данных Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**В. П. Кирлица**, доцент кафедры математического моделирования и анализа данных, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рецензенты:**

кафедра высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет»;

**В. С. Муха**, заведующий кафедрой информационных технологий автоматизированных систем Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор технических наук, профессор.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой математического моделирования и анализа данных Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 02.09.2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 1 от 01.12.2008 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 3 от 10.03.2009 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Имитационное и статистическое моделирование представляют собой важнейшие виды компьютерного моделирования, которое является в настоящее время основой математического моделирования. Математическое моделирование – это процесс построения математической модели исследуемого объекта, системы. Сущность его состоит в том, что исходная исследуемая система заменяется ее математической моделью, с которой потом экспериментируют при помощи компьютерных алгоритмов.

Основу для изучения дисциплины «Имитационное и статистическое моделирование» составляют базовые курсы «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Геометрия и алгебра», «Методы численного анализа».

Цель дисциплины: ознакомить студентов с методами математического моделирования на ЭВМ, используемыми при решении сложных задач управления производством и технологическими процессами, анализа, оптимизации, проектирования систем и процессов в экономике и отраслях народного хозяйства.

Задачи дисциплины: во-первых, обучить студентов методам статистического моделирования, результаты которого можно использовать для генерации данных, а также для вычисления интегралов, решения дифференциальных уравнений и других задач численного анализа методом Монте-Карло; во-вторых, изучить методы имитационного моделирования, которые применяются для анализа сложных систем различного вида; в-третьих, изучить специализированный язык моделирования GPSS (General Purpose Simulation System) для исследования сложных объектов, представленных как системы массового обслуживания.

При построении лекционного курса важно показать возможности имитационного и статистического моделирования для построения имитационных моделей сложных систем, а также для решения конкретных прикладных задач, при решении которых аналитические методы исследования являются неэффективными.

В результате изучения дисциплины студент должен *знать*:

- методы статистического моделирования;
- методы имитационного моделирования;
- метод Монте-Карло;

уметь:

- моделировать случайные величины с заданным законом распределения вероятностей;
- строить имитационные модели сложных систем;
- применять метод Монте-Карло для приближенного вычисления интегралов, решения систем линейных уравнений.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины всего 145 часов, в том числе 68 часов аудиторных занятий: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 34 часа.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Лабораторные занятия
<b>Раздел I. Имитационное моделирование</b>			
1. Введение	2	2	
2. Математические модели сложных систем	2	2	
3. Способы построения имитационных моделей	8	6	2
<b>Раздел II. Статистическое моделирование</b>			
4. Моделирование случайных элементов	20	12	8
<b>Раздел III. Метод Монте-Карло</b>			
5. Применение метода Монте-Карло в численном анализе	10	4	6
<b>Раздел IV. Статистическая обработка результатов моделирования</b>			
6. Статистические модели экспериментальных данных	4	4	
7. Планирование имитационных экспериментов	2	2	
8. Программное обеспечение имитационного и статистического моделирования	20	2	18
<b>Итого:</b>	<b>68</b>	<b>34</b>	<b>34</b>

# СОДЕРЖАНИЕ

## Раздел I. Имитационное моделирование

### *1. Введение*

Предмет курса, история и перспективы развития методов математического моделирования. Актуальность и значимость проблем имитационного и статистического моделирования.

### *2. Математические модели сложных систем*

Понятие сложной системы. Показатели эффективности функционирования сложных систем. Виды моделирования систем. Классификация математических моделей. Дискретные и непрерывные модели, детерминированные и стохастические модели. Агрегативные модели.

### *3. Способы построения имитационных моделей*

Имитационное моделирование и условия его применения. Понятие о модельном времени. Способы построения имитационных моделей: событийный, транзактный, процессный, агрегатный. Этапы построения имитационной модели.

## Раздел II. Статистическое моделирование

### *4. Моделирование случайных элементов*

Принципы моделирования случайных элементов. Датчики случайных чисел: табличные, физические, программные и их свойства. Псевдослучайные числа. Моделирование на ЭВМ случайных событий, дискретных и непрерывных случайных величин. Метод обратной функции и его применение. Метод исключения. Метод суперпозиции. Моделирование случайных векторов и случайных процессов. Моделирование случайных потоков. Контроль точности имитации.

## Раздел III. Метод Монте-Карло

### *5. Применение метода Монте-Карло в численном анализе*

Понятие вычислительного эксперимента. Метод Монте-Карло и его применение к приближенному вычислению интегралов. Методы понижения дисперсии при вычислении интегралов: выделение главной части, метод существенной выборки, метод расслоения выборки. Решение дифференциальных, интегральных и линейных алгебраических уравнений методом Монте-Карло.

## **Раздел IV. Статистическая обработка результатов моделирования**

### ***6. Статистические модели экспериментальных данных***

Основные характеристики вероятностных распределений. Статистические методы оценки точности моделирования. Критерии «хи-квадрат» и Колмогорова. Методы статистического исследования зависимостей. Выявление эффектов воздействия.

### ***7. Планирование имитационных экспериментов***

Оптимальное планирование имитационных экспериментов. Цели и методы планирования экспериментов. Планирование регрессионных экспериментов, критерии оптимальности регрессионных планов. Информационная и дисперсионная матрица планов. Организация и планирование имитационных экспериментов.

### ***8. Программное обеспечение имитационного и статистического моделирования***

Специализированные языки моделирования сложных систем. Обзор программного обеспечения имитационного моделирования. Пакеты моделирования дискретных систем GPSS /PC (General Purpose Simulation System) и др.: принципы функционирования, основные объекты, технология применения. Обзор современного состояния имитационного и статистического моделирования.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Бусленко, Н. П. Моделирование сложных систем / Н. П. Бусленко. – М. : Наука, 1978. – 399 с.

Ермаков, С. М. Курс статистического моделирования / С. М. Ермаков, Г. А. Михайлов. – М. : Наука, 1976. – 296 с.

Ермаков, С. М. Математическая теория оптимального эксперимента / С. М. Ермаков, А. А. Жиглявский. – М. : Наука, 1987. – 318 с.

Имитационное и статистическое моделирование. Практикум / В. И. Лобач [и др.]. – Минск : БГУ, 2004. – 189 с.

Максимей, И. В. Имитационное моделирование на ЭВМ / И. В. Максимей. – М. : Радио и связь, 1988. – 230 с.

Основы имитационного и статистического моделирования / Харин, Ю. С. [и др.]. – Минск : ДизайнПРО, 1997. – 288 с.

Поляк, Ю. Г. Вероятностное моделирование на ЭВМ / Ю. Г. Поляк. – М. : Сов. радио, 1971. – 400 с.

Советов, Б. Я. Моделирование систем / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М. : Высш. шк., 1985. – 133 с.

Советов, Б. Я. Моделирование систем. Курсовое проектирование: учеб. пособие для вузов / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М. : Высш. шк., 1988. – 133 с.

Харин, Ю. С. Практикум на ЭВМ по математической статистике / Ю. С. Харин, М. Д. Степанова. – Минск : Университетское, 1987. – 303 с.

Шрайбер, Т. Д. Моделирование на GPSS / Т. Д. Шрайбер. – М. : Машиностроение, 1980. – 592 с.

#### **Дополнительная**

Боев, В. Д. Моделирование систем. Инструментальные средства. GPSS World / В. Д. Боев. – СПб. : БХВ-Петербург, 2004. – 368 с.

Бусленко, В. Н. Автоматизация имитационного исследования сложных систем / В. Н. Бусленко. – М. : Наука, 1977. – 239 с.

Бычков, С. П. Разработка моделей в системе моделирования GPSS: учеб. пособие / С. П. Бычков, А. А. Храмов. – М. : МИФИ, 1997. – 32 с.

Имитационное моделирование производственных систем. – М. : Машиностроение, 1983. – 416 с.

Кельтон, В. Д. Имитационное моделирование. Классика / В. Д. Кельтон, А. М. Лоу. – СПб. : Санкт-Петербург, BHV, 2004. – 847 с.

Мановицкий, В. И. Система имитационного моделирования дискретных процессов (ДИСМ) / В. И. Мановицкий, Е. М. Сурков. – Киев: Выща школа, 1981. – 95 с.

Нейлор, Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем / Т. Нейлор. – М. : Мир, 1975. – 342 с.

# **КОМПЬЮТЕРНЫЙ СЕРВИС ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
30.04.2012 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 408 /тип.

### **Составитель**

**В. Б. Таранчук**, заведующий кафедрой компьютерных технологий и систем Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

### **Рецензенты:**

кафедра информационных технологий автоматизированных систем Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

**А. И. Шербаф**, доцент кафедры прикладной математики и информатики Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», кандидат физико-математических наук, доцент.

### **Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой компьютерных технологий и систем Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 15.02.2011 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 21.02.2011 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 2 от 12.04.2011 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Компьютерный сервис вычислительного эксперимента» знакомит студентов с программными средствами подготовки данных, алгоритмами обработки и графической визуализации результатов вычислительных экспериментов. Эта дисциплина непосредственно связана с изучаемыми дисциплинами «Методы численного анализа», «Численные методы математической физики», «Математическое моделирование систем, процессов, явлений», «Имитационное и статистическое моделирование».

Целью дисциплины «Компьютерный сервис вычислительного эксперимента» является подготовка студентов к практической работе по планированию и проведению вычислительных экспериментов, использованию современных компьютерных технологий для решения задач прогноза и оптимизации процессов в природе, технике, экономике.

Основными задачами курса являются:

- во-первых, дать глубокие знания по теоретическим и техническим основам геовизуализации, компьютерной графики;
- во-вторых, сформировать практические навыки обработки и визуализации результатов вычислительных экспериментов;
- в-третьих, дать знания по специфическим особенностям подготовки отчетной и научно-технической документации, формированию баз знаний.

В результате изучения дисциплины студент должен *знать*:

- особенности подготовки и кодирования графической информации;
- компьютерные цветовые модели, инструменты и особенности управления цветом в графических редакторах;
- основные приемы работы с системами символьной математики;
- методы фотореалистичной визуализации 3D-сцен;

*уметь*:

- составлять таблицы, выполнять интерполяцию, экстраполяцию, аппроксимацию, численное интегрирование, дифференцирование наборов экспериментальных данных на этапе предобработки, создавать на основе таблиц средствами MS Graph, Excel, прикладных пакетов графики и диаграммы, оформлять их;

- применять системы, программные средства мультимедиа;
- готовить и включать в документы и презентации растровые и векторные электронные изображения.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 151 учебный час, в том числе 72 аудиторных часа: лекции – 36 часов, лабораторные занятия – 36 часов.

Рекомендуется использование интерактивных и проблемных методов обучения, элементов учебно-исследовательской деятельности, сопровождение лекций демонстрацией слайдов, презентаций и приемов работы программ. Самостоятельная работа студентов предполагает использование размещаемых в информационных ресурсах интернета дополнительных материалов и выполнение учебных проектов с последующей защитой.

### Примерный тематический план

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Лабораторные занятия
Введение	1	1	
<b>Раздел I. Основы компьютерной графики</b>			
1. Графические пакеты	3	1	2
2. Основы компьютерной графики. Кодирование цвета	4	2	2
3. Функции и инструменты графических редакторов	4	2	2
4. Представление и кодирование графической информации	4	2	2
5. Особенности применения векторной графики	4	2	2
<b>Раздел II. Графический сервис вычислительного эксперимента</b>			
6. Системы компьютерной верстки текстов с формулами	4	2	2
7. Графики, диаграммы	4	2	2
8. Подготовка и предобработка данных	4	2	2
9. Обработка данных в системах компьютерной алгебры	4	2	2
10. Визуализация функций в системах компьютерной алгебры	4	2	2
11. Многомерная графика в системах компьютерной алгебры	4	2	2
12. Цифровые поля, аппроксимация	4	2	2
13. Многомерная графика в специализированных графических пакетах	4	2	2

Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Лабораторные занятия
14. Программы реалистичной трехмерной графики	8	4	4
15. Программирование анимационной трехмерной графики	4	2	2
16. Компьютерная картография, геоинформационные системы	4	2	2
17. Библиотеки компьютерной графики	4	2	2
<b>Итого:</b>	<b>72</b>	<b>36</b>	<b>36</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### ***Введение***

Вычислительный эксперимент – этапы и содержание, общие принципы организации. Примеры математического моделирования в физике и механике, геоэкологии и экономике. Графический сервис вычислительного эксперимента. Термины и понятия: компьютерная графика, мультимедиа, виртуальная реальность. Примеры.

### **Раздел I. Основы компьютерной графики**

#### ***1. Графические пакеты***

Классификация, приложения компьютерной графики. Графические пакеты деловой, иллюстративной графики. Обзор и основные сведения о пакетах компьютерной графики для полиграфии, графического дизайна, системах автоматизированного проектирования, геоинформационных системах. Базовые понятия компьютерной графики.

#### ***2. Основы компьютерной графики. Кодирование цвета.***

Растровое, векторное и растрово-векторное представления графических данных. Словарь теории цвета. Разрешение. Разрешение принтера, растривание. Линиатура. Разрешение сканированных растровых изображений. Глубина цвета.

Кодирование цвета. Модель цифрового цвета COLORCUBE. Цветовой круг. Аддитивная цветовая модель RGB. Субтрактивные цветовые модели CMY и CMYK. Другие цветовые модели (HSB, Lab, Grayscale, ...). Плещечные цвета. Палитра и глубина цвета. Индексированный цвет. Дизеринг. Цветовой охват.

### ***3. Функции и инструменты графических редакторов***

Инструменты рисования, заливки, ввода текста. Средства и особенности управления цветом в редакторах Paint, PhotoFiltre, Adobe PhotoShop, Corel PHOTO-PAINT; их использование для редактирования точечных изображений, подлежащих включению в документы и презентации. Преобразование полноцветных изображений в форматы индексированного или тонального. Цветокоррекция в редакторах точечных изображений, полученных сканированием. Составление фотореалистичных изображений-композиций из разномасштабных фрагментов различных точечных и векторных изображений.

### ***4. Представление и кодирование графической информации***

Средства и особенности кодирования графики в редакторах. Форматы графических файлов. Сжатие, особенности алгоритмов компрессии графических данных. Примеры применения растровых форматов для кодирования изображений; параметры форматов PCX, GIF, TIFF, PNG, JPEG. Анимированные GIF-изображения, примеры их создания и редактирования в Corel PHOTO-PAINT.

### ***5. Особенности применения векторной графики***

Файлы векторного формата. Метафайлы. MS Office: графические объекты и рисунки. Черчение, сегменты, узлы. Примеры редактирования импортированных графических объектов из MS Graph, Excel, Delphi, C. Презентационная графика. Особенности настройки интерфейса, оптимизации среды окружения приложений Microsoft Office, включения формул; примеры импорта и экспорта графических объектов, их вставки в документы и настройки вида отображения, придания эффектов, анимации; интеграция рисунков и фигурного текста (WordArt).

## **Раздел II. Графический сервис вычислительного эксперимента**

### ***6. Системы компьютерной верстки текстов с формулами***

Вопросы составления электронных документов с большим объемом математической нотации. TeX и LaTeX. Работа с LaTeX, настройки WinEdt. Формат TEX файла. Приемы создания с поддержкой автоматического уточнения, редактирования таких обязательных объектов документов, как содержание, список литературы, предметный указатель, ссылки, номера формул, название иллюстраций.

### ***7. Графики, диаграммы***

Когнитивная компьютерная графика. Графики, диаграммы. Общие правила оформления, прикладное и специализированное программное

обеспечение. Визуализация данных в MS Excel, экспорт графики. Golden Software Grapher: функционал, сервис, мастер графиков. Типы графиков, доступные в Grapher.

### ***8. Подготовка и предобработка данных***

Составление таблиц, интер- и экстраполяция, аппроксимация функций, численное интегрирование, дифференцирование, компьютерные системы предобработки экспериментальных данных. Презентационная графика, создание на основе таблиц средствами MS Graph, Excel и прикладных пакетов графиков и диаграмм. Статистическая обработка средствами Golden Software Grapher

### ***9. Обработка данных в системах компьютерной алгебры***

Системы компьютерной алгебры – обзор, характеристики. Система Wolfram Mathematica: интерфейс, основные правила работы с оболочкой, Help'ом, ядром; составление, редактирование, выполнение Math-документов, символьные вычисления, преобразование и упрощение выражений. Таблицы значений, векторы и матрицы; операции со списками. Работа с файлами; прием данных и изображений; экспорт формул и графики.

### ***10. Визуализация функций в системах компьютерной алгебры***

Компьютерная графика в Wolfram Mathematica: основные возможности формирования и оформления иллюстраций. Экспорт графики. Одномерная графика функций.

### ***11. Многомерная графика в системах компьютерной алгебры***

Кривые на плоскости и в пространстве. Модели и основные алгоритмы описания поверхностей. Изолинии. Полигональное представление трехмерных объектов.

### ***12. Цифровые поля, аппроксимация***

Обзор математических методов, программные комплексы и их функционал для описания площадных распределений, аппроксимации сеточными функциями результатов наблюдений на рассеянном множестве точек.

### ***13. Многомерная графика в специализированных графических пакетах***

Golden software Surfer: интерфейс, инструменты формирования иллюстраций 2D и 3D графики. Аппроксимация по рассеянному множеству точек наблюдений. Примеры построения плоских и пространственных графиков и диаграмм, визуализации цифровых моделей нестационарных многомерных процессов.

#### ***14. Программы реалистичной трехмерной графики***

Обзор программ 3D графики. Методы фотореалистичной визуализации 3D-сцен. Основы, типовые правила: координаты, работа с камерой, управление освещением, геометрическое моделирование путем комбинирования примитивами, синтеза составляющих и отсечения частей. Текстурирование. Сценарии, анимация.

#### ***15. Программирование анимационной трехмерной графики***

POV-Ray. Работа с программой, интерфейс, настройки, синтаксис языка. Возможности визуализации сцен, подготовки анимации. Примеры.

#### ***16. Компьютерная картография, геоинформационные системы***

Основы технологии создания цифровых карт. Сканирование, оцифровка, векторизация и векторизаторы растровых изображений. Геоинформационные системы и примеры их применения. Средства обработки данных дистанционного зондирования; задачи и способы дешифрирования аэрокосмической информации.

#### ***17. Библиотеки компьютерной графики***

Проблемы разработки вьюверов, графических редакторов, растровых и векторных графических систем. Обзор, содержание библиотек, базовых графических средств (OpenGL, DirectX).

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

- Де Мерс. Географические информационные системы / Де Мерс. – М. : 1999. – 350 с.
- Дьяконов, В. Mathematica 5 /6 /7. Полное руководство / В. Дьяконов. – М. : ДМК-Пресс, 2009. – 624 с.
- Морозов, А. А. Программирование задач численного анализа в системе Mathematica: учеб. пособие / А. А. Морозов, В. Б. Таранчук. – Минск : БГПУ, 2005. – 145 с.
- Рейнбоу, В. Компьютерная графика. Энциклопедия / В. Рейнбоу. – СПб.: Питер, 2003. – 768 с.
- Роджерс, Д. Математические основы машинной графики: пер. с англ. / Д. Роджерс, А. Адамс. – М. : Мир, 2001. – 604 с.
- Таранчук, В. Б. Графический сервис вычислительного эксперимента: учеб.-метод. пособие / В. Б. Таранчук. – Минск: БГУ, 2009. – 124 с.
- Фоли, Дж. Основы интерактивной машинной графики: в 2 кн. / Дж. Фоли, А. Вэн Дэмм. – М. : Мир, 1985.

### **Дополнительная**

Абламейко, С. В. Географические информационные системы. Создание цифровых карт / С. В. Абламейко, Г. П. Апарин, А. Н. Крючков. – Минск : НАН Беларуси, Ин-т техн. кибернетики, 2000. – 272 с.

Никулин, Е. А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики / Е. А. Никулин. – СПб. : БХВ-Петербург, 2003. – 560 с.

Тихомиров, А. Н. Самоучитель Microsoft Office 2007. Все программы пакета / А. Н. Тихомиров. – М. : Наука и техника, 2008. – 608 с.

Эйнджел, Э. Интерактивная компьютерная графика. Вводный курс на базе OpenGL, 2-е изд.: пер. с англ. / Э. Эйнджел. – М. : Вильямс, 2001. – 592 с.

# **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ, ПРОЦЕССОВ, ЯВЛЕНИЙ**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
30.04.2012 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 405 /тип.

**Составитель**

**В. И. Корзюк**, заведующий кафедрой математической физики Белорусского государственного университета, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

**Рецензенты:**

кафедра информатики и компьютерного моделирования Учреждения образования «Гродненский государственный университет»;

**П. П. Матус**, заместитель директора Института математики Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой математической физики Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 17.02.2011 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 21.02.2011 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 2 от 12.04.2011 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Математическое моделирование систем, процессов, явлений» посвящена построению на основе законов, которым подчиняется рассматриваемый объект, математических моделей этого объекта и исследованию построенной модели. Этот курс естественным образом при-мыкает к курсу «Уравнения математической физики», но в отличие от него ориентирован на решение большего количества конкретных при-кладных задач, а также тесно связан с циклами дисциплин по физике и численным методам. В курсе «Уравнения математической физики» круг таких задач ограничивался рамками классической физики, но применяе-мые при их исследовании методы являются преимущественно математи-ческими, что дает возможность расширить область применения изучае-мых уравнений и методов с тем, чтобы выйти за рамки классической фи-зики и использовать их в квантовой механике, биологии, экологии, эконо-мике и других областях. Все это в совокупности и методы исследова-ния и составляют математическое моделирование.

Цель данного – курса дать краткую информацию о разнообразии ма-тематических моделей и проблемах, стоящих в разных направлениях ес-тествознания, а также представить студентам научные направления ма-тематического моделирования.

Задачей курса является получение студентами навыков математическо-го моделирования реальных процессов во многих областях научного зна-ния главным образом (но не ограничиваясь ими) на основе краевых задач для уравнений в частных производных.

В результате изучения дисциплины студент должен *знать*:

- основные принципы и методы построения моделей, их структуру и классификацию;
- виды математических моделей;
- детерминированные и стохастические модели;
- законы, на основе которых разрабатываются математические модели;
- математическое моделирование в физике: механике, термодинами-ке, электродинамике, газовой динамике, гидродинамике, оптике, лазер-ной физике, квантовой физике и др.;
- математическое моделирование в биологии, медицине, химии, эконо-мике, экологии окружающей среды и других направлениях естествознания;

– моделирование технологических процессов изготовления полупроводниковых приборов, математическое моделирование в технологии создания программных средств;

*уметь:*

– разрабатывать и использовать математическое моделирование в самых различных предметных областях и сферах деятельности людей;

– использовать вычислительный эксперимент и компьютерное моделирование.

На лекционных занятиях по дисциплине «Математическое моделирование систем, процессов, явлений» возможно использование элементов проблемного обучения: проблемное изложение некоторых аспектов, использование частично поискового метода.

При изучении дисциплины рекомендуется проводить лабораторные работы, рассчитанные на приобретение студентами навыков математического моделирования систем, процессов и явлений, на математическое осмысление полученных результатов и умение оценивать их точность.

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности, для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечиваются наличием и полной доступностью электронных (и бумажных) курсов лекций, учебно-методических пособий и сборников задач по основным разделам дисциплины.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 95 учебных часов, в том числе 34 аудиторных часа.

### Примерный тематический план

Название раздела	Количество аудиторных часов
<b>1. Введение. Общие вопросы моделирования</b>	2
<b>2. Математическое моделирование в механике</b>	4
<b>3. Математическое моделирование в термодинамике</b>	4
<b>4. Моделирование в газовой динамике и гидродинамике</b>	4
<b>5. Математическое моделирование в электромагнитных полях</b>	4
<b>6. Математическое моделирование в квантовой механике</b>	2
<b>7. Математическое моделирование в биологии</b>	2
<b>8. Математическое моделирование в экологии</b>	2
<b>9. Компьютерное моделирование</b>	10
<b>Итого:</b>	<b>34</b>

# СОДЕРЖАНИЕ

## **1. Введение. Общие вопросы моделирования**

Введение в курс. Модели и моделирование. Роль моделирования в исследовании систем. Классификация моделей. Основные этапы метода математического моделирования. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Достоинства математического моделирования. Прямые и обратные задачи математического моделирования. Основные уравнения математической физики. Задачи математической физики, описывающие физические процессы и явления

## **2. Математическое моделирование в механике**

Законы Ньютона и Гука. Математические модели на основе уравнений поперечных колебаний струны и мембраны. Уравнение колебаний мембраны. Задачи для волнового уравнения. Закон сохранения импульса. Математическая модель движения ракеты. Математическая модель всплытия подводной лодки. Уравнение поперечных колебаний стержня. Некоторые задачи для поперечных колебаний стержня. Уравнение равновесия балки. Уравнения колебаний пластин.

## **3. Математическое моделирование в термодинамике**

Закон сохранения энергии. Закон Фурье. Уравнение теплопроводности. Модели на основе уравнения теплопроводности. Задачи сопряжения разнотипных уравнений. Задачи для уравнения Пуассона. Нелинейные задачи теплопроводности.

## **4. Моделирование в газовой динамике и гидродинамике**

Законы сохранения энергии в природе. Уравнение неразрывности. Тензорные поля в гидрогазодинамике. Кинематика жидкой частицы. Чистая деформация. Вихревое и безвихревое движения. Уравнения движения. Уравнение энергии. Вихревые движения идеальной жидкости. Движение вязкой жидкости. О теории крыла. Уравнения акустики. Моделирование граничных условий в акустике. О задачах в гидродинамике и газовой динамике.

## **5. Математическое моделирование в электромагнитных полях**

Электрическое поле. Разность потенциалов. Проводники и изоляторы. Электрические заряды и токи. Уравнение непрерывности заряда. Магнитное поле. Уравнения магнитного поля. Уравнения электростатики и магнитостатики. Интерпретация математических моделей. Аналитиче-

ское моделирование полей. Моделирование источников электрического поля. Моделирование источников магнитного поля. Граничные условия и математические модели в электродинамике.

#### **6. Математическое моделирование в квантовой механике**

Энергия и импульс световых квантов. Атомизм. Уравнение Шредингера.

#### **7. Математическое моделирование в биологии**

Уравнения математической биологии. Модель Мальтуса для популяции. Логистическая модель популяций. Модель Лотки – Вольтерры. Модифицированная система Лотки – Вольтерры. Устойчивость популяционных моделей. Моделирование пространственно-распределенных популяций. Уравнение Колмогорова – Петровского – Пискунова. Автомодельные решения популяционных уравнений. Моделирование популяций. Постановка начально-краевых задач. Имитационное моделирование популяций.

#### **8. Математическое моделирование в экологии**

Проблемы и задачи в экологии. Уравнение переноса. Уравнение Буссинеска. Модель загрязняющей примеси. Динамические уравнения перемещения воды. Моделирование очистных сооружений. Моделирование звукоизолирующих защитных экранов.

#### **9. Компьютерное моделирование**

Технология моделирования. Модели формального алфавита и формального языка. Основные операции на множестве формальных языков. Определение регулярного языка и связь с регулярными выражениями. Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы. Решение задачи принадлежности слова данному регулярному языку. Регулярные грамматики в современных компьютерных технологиях.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Самарский, А. А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – М. : Наука, 1997.

### **Дополнительная**

Аладьев, В. З. Автоматизированное рабочее место математика / В. З. Аладьев, М. Л. Шишаков. – М. : Лаборатория базовых знаний, 2000.

Аполлонский, С. М. Эквивалентные граничные условия в электродинамике / С. М. Аполлонский, В. Т. Ерофеев. – СПб. : Безопасность, 1999.

- Ахо, А. Компиляторы: принципы, технологии и инструменты / А. Ахо, Дж. Ульман, Р. Сети. – СПб. : Вильямс, 2001.
- Бейли, Н. Математика в биологии и медицине / Н. Бейли. – М. : Мир, 1970.
- Берковский, Б. М. Вычислительный эксперимент в конвекции / Б. М. Берковский, В. К. Полевиков. – Минск : Университетское, 1988.
- Бусленко, Н. П. Моделирование сложных систем / Н. П. Бусленко. – М. : Наука, 1978.
- Варфоломеев, С. Д. Биокинетика / С. Д. Варфоломеев, К. Г. Гуревич. – М. : ФАИР-ПРЕСС, 1999.
- Власова, Е. А. Приближенные методы математической физики / Е. А. Власова, В. С. Зарубин, Г. Н. Кувыркин. – М. : Изд-во МГТУ, 2001.
- Волков, И. К. Случайные процессы / И. К. Волков, С. М. Зуев, Г. М. Цветкова. – М. : Изд-во МГТУ, 1999.
- Волобуев, А. Н. Биофизика / А. Н. Волобуев. – Самара : Самар. Дом печати, 1999.
- Вольтерра, В. Математическая теория борьбы за существование / В. Вольтерра. – М. : Наука, 1976.
- Голубев, В. В. Лекции по теории крыла / В. В. Голубев. – М.; Л. : Гос. изд-во технико-теор. лит-ры, 1949.
- Голубев, В. В. Труды по электродинамике / В. В. Голубев. – М.; Л. : Гос. изд-во технико-теор. лит-ры, 1957.
- Ерофеенко, В. Т. Теоремы сложения / В. Т. Ерофеенко. – Минск : Наука и техника, 1989.
- Ерофеенко, В. Т. Уравнения с частными производными с приложениями в экономике / В. Т. Ерофеенко, И. С. Козловская. – Минск : БГУ, 2001.
- Жаботинский, А. М. Концентрационные автоколебания / А. М. Жаботинский. – М. : Наука, 1974.
- Змитрович, А. И. Интеллектуальные информационные системы / А. И. Змитрович. – Минск : Тетрасистемс, 1997.
- Ильинский, А. С. Математические модели электродинамики / А. С. Ильинский, В. В. Кравцов, А. Г. Свешников. – М. : Высш. шк., 1991.
- Коллективные возбуждения в нейронных сетях / Ю. И. Балкарей [и др.] // Радиотехника и электроника. – 1996. – Т. 41, № 1. – С. 5–16.
- Колмогоров, А. Н. Качественное изучение математических моделей динамики популяций / А. Н. Колмогоров // Проблемы кибернетики. – 1972. – Вып. 25. – С. 101–106.
- Компьютеры и нелинейные явления. – М. : Наука, 1988.
- Компьютеры, модели, вычислительный эксперимент. – М. : Наука, 1988.
- Кочин, Н. Е. Теоретическая гидромеханика: в 2 ч. / Н. Е. Кочин, И. А. Кибель, Н. Н. Розе. – М. : Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1963.
- Краснощеков, П. С. Принципы построения моделей / П. С. Краснощеков, А. А. Петров. – М. : Изд-во МГУ, 1983.
- Лепендин, Л. Ф. Акустика / Л. Ф. Лепендин. – М. : Высш. шк., 1978.
- Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М. : Наука, 1973.
- Маркушевич, А. И. Теория аналитических функций: в 2 ч. / А. И. Маркушевич. – М. : Наука, 1968.
- Марри, Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о моделях / Дж. Марри. – М. : Мир, 1983.

- Мартинсон, Л. К. Дифференциальные уравнения математической физики / Л. К. Мартинсон, Ю. И. Малов. – М. : Изд-во МГТУ, 1996.
- Марчук, Г. И. Математические модели в иммунологии. Вычислительные методы и эксперименты / Г. И. Марчук. – М. : Наука, 1991.
- Матвеев, А. Н. Электродинамика / А. Н. Матвеев. – М. : Высш. шк., 1980.
- Математическое моделирование / под ред. Дж. Эндрюса, Р. Мак-Лоуна. – М. : Мир, 1979.
- Матус, П. П. Математическое моделирование в биологии и медицине / П. П. Матус, Г. П. Рычагов. – Минск : Беларуская навука, 1997.
- Методы математического моделирования и вычислительной диагностики. – М. : Изд-во МГУ, 1990.
- Могилев, А. В. Информатика / А. В. Могилев, Н. И. Пак, Е. К. Хеннер. – М. : Academia, 1999.
- Моделирование и управление процессами регионального развития / под ред. С. Н. Васильева. – М. : Физматлит, 2001.
- Моисеев, Н. Н. Алгоритмы развития / Н. Н. Моисеев. – М. : Наука, 1987.
- Моисеев, Н. Н. Модели экологии и эволюции / Н. Н. Моисеев. – М. : Знание, 1983.
- Мун, Ф. Хаотические колебания / Ф. Мун. – М. : Мир, 1990.
- Мышкис, А. Д. Элементы теории математических моделей / А. Д. Мышкис. – М. : Наука, 1994.
- Нахушев, А. М. Уравнения математической биологии / А. М. Нахушев. – М. : Высш. шк., 1995.
- Основы имитационного и статистического моделирования / Ю. С. Харин [и др.]. – Минск : Дизайн ПРО, 1997.
- Пригожин, И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой / И. Пригожин, И. Стенгерс. – М. : Эдиториал УРСС, 2000.
- Романовский Ю. М. Математическая биофизика / Ю. М. Романовский, Н. В. Степанова, Д. С. Чернавский. – М. : Наука, 1984.
- Самарская, Е. А. // Математическое моделирование. – 1994. – Т. 6, № 4. – С. 3–12.
- Самарский, А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. – М. : Наука, 1977.
- Самойлович, Г. С. Газодинамика / Г. С. Самойлович. – М. : Машиностроение, 1990.
- Свирижев, Ю. М. Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии / Ю. М. Свирижев. – М. : Наука, 1987.
- Седов, Л. И. Механика сплошной среды: в 2 ч. / Л. И. Седов. – М. : Наука, 1983, 1984.
- Сена, Л. А. Единицы физических величин и их размерности / Л. А. Сена. – М. : Наука, 1988.
- Скотт, Э. Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике / Э. Скотт. – М. : Сов. радио, 1977.
- Сорокин, П. А. Обоснование популяционных уравнений с помощью имитационного моделирования / П. А. Сорокин, Д. А. Саранча // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. – 2000. – № 7. – С. 30–43.
- Табор, М. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике / М. Табор. – М. : Эдиториал УРСС, 2001.
- Тамм, И. Е. Основы теории электричества / И. Е. Тамм. – М. : Наука, 1989.

Тер-Крикоров, А. И. Курс математического анализа / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. – М. : Наука, 1988.

Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М. : Наука, 1977.

Чен, К. MATLAB в математических исследованиях / К. Чен, П. Джиблин, А. Ирвинг. – М. : Мир, 2001.

Шапиро, А. П. Рекуррентные уравнения в теории популяционной биологии / А. П. Шапиро, С. П. Лупов. – М. : Наука, 1983.

Шилов, Г. Е. Математический анализ. Функции нескольких вещественных переменных: в 2 ч. / Г. Е. Шилов. – М. : Наука, 1972.

### **ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ**

Текущий контроль усвоения знаний по дисциплине «Математическое моделирование систем, процессов, явлений» рекомендуется осуществлять в течение всего семестра в виде вопросов для самоконтроля и проведения коллоквиума.

Успеваемость студентов в рамках дисциплины «Математическое моделирование систем, процессов, явлений» рекомендуется оценивать в конце семестра в форме экзамена.

# **ОХРАНА ТРУДА**

## **Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
30.04.2012 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 403 /тип.

### **Составитель**

**А. И. Урбанович**, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

### **Рецензенты:**

кафедра информационных технологий в образовании Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка»;

**И. П. Семенов**, заведующий кафедрой гигиены труда Учреждения образования «Белорусский государственный медицинский университет», кандидат медицинских наук, доцент.

### **Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой математической физики Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 17.02.2011 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 21.02.2011 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию (протокол № 2 от 12.04.2011 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Охрана труда» знакомит студентов с основными положениями законодательства о труде и об охране труда. Охрана здоровья работников, обеспечение безопасных условий труда, ликвидация производственного травматизма и профессиональных заболеваний составляет одну из главных задач государства в социальной сфере.

Одним из важных путей дальнейшего снижения производственного травматизма и профессиональной заболеваемости является повышение качества и эффективности обучения охране труда и обеспечение тем самым строгого и точного выполнения каждым работником своих обязанностей по охране труда. Многочисленными исследованиями установлена прямая связь между трудовой квалификацией, знаниями в области охраны труда и уровнем производственного травматизма, что обуславливает необходимость уделять повышенное внимание обучению молодых специалистов охране труда. Обучение и проверка знаний по вопросам охраны труда является важнейшим элементом системы мер по предупреждению аварий, травматизма на производстве, обеспечению конституционного права граждан на здоровье и безопасные условия труда. Цель дисциплины – обучение студентов вопросам охраны труда, ознакомление с основными видами деятельности правового, организационного, технического и санитарно-гигиенического характера, направленными на обеспечение безопасных условий труда. Важнейшей целью обучения является также формирование у молодых специалистов необходимых знаний по организации работы по охране труда на предприятиях и в учреждениях.

В результате изучения дисциплины студенты должны

*знать:*

- основы государственной политики в области охраны труда;
- нормативные предписания, направленные на сохранение жизни, здоровья и работоспособности работников в процессе их трудовой деятельности, содержащиеся в нормативных правовых актах, в том числе технических нормативных правовых актах;
- основы пожарной безопасности и электробезопасности при работе с вычислительной техникой;

уметь:

- проводить государственную политику в области охраны труда;
- проводить организационные мероприятия, принимать защитные меры и использовать методы, предотвращающие воздействие на работающих недопустимых рисков;
- проводить проверку знаний и инструктаж по вопросам охраны труда;
- оказать первую помощь пострадавшим в результате несчастных случаев.

При проведении лекций по дисциплине «Охрана труда» возможно использование проблемного изложения некоторых аспектов и использование частично-поискового метода.

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечивается наличием и полной доступностью электронных (и бумажных) курсов лекций, учебно-методических пособий. А также на практических занятиях по дисциплине рекомендуется использовать индивидуальный, творческий подход, а именно: студенту дается индивидуальное задание по проблеме с последующей реализацией этого задания в виде реферата.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 28 учебных часов, в том числе: аудиторных часов – 18, лекций – 12 часов, семинарских занятия – 6 часов.

### Примерный тематический план

Название раздела	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Семинарские занятия
<b>1. Охрана труда и ее социально-экономическое значение. Государственная политика в области охраны труда</b>	3	3	
<b>2. Практика применения законодательства о труде</b>	4	2	2
<b>3. Основные вопросы по организации работы по охране труда</b>	2	1	1
<b>4. Опасные и вредные производственные факторы условий труда и меры защиты от них</b>	1	1	
<b>5. Основы промышленной безопасности опасных производственных объектов</b>	1	1	

Название раздела	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Семинарские занятия
<b>6. Требования к санитарно-бытовому и лечебно-профилактическому обслуживанию работников</b>	2	1	1
<b>7. Обеспечение электробезопасности</b>	2	1	1
<b>8. Пожарная безопасность</b>	2	1	1
<b>9. Расследование и учет несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний</b>			
<b>Итого:</b>	<b>18</b>	<b>12</b>	<b>6</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### **1. Охрана труда и ее социально-экономическое значение.**

#### **Государственная политика в области охраны труда**

Законодательная и нормативная основа охраны труда. Понятие охраны труда. Основные принципы государственной политики в области охраны труда. Конституция Республики Беларусь – гарантия прав граждан на здоровые и безопасные условия труда, охрану их здоровья. Правовая основа организации работы по охране труда в республике. Трудовой кодекс Республики Беларусь – основополагающий законодательный акт, регулирующий правовые отношения в сфере охраны труда. Основные положения Закона Республики Беларусь «Об охране труда».

Государственный надзор и контроль за соблюдением законодательства о труде, правил и норм по охране труда. Общественный контроль за соблюдением законодательства о труде.

Ответственность за нарушение законодательства о труде, правил и норм по охране труда.

### **2. Практика применения законодательства о труде**

Трудовой договор. Заключение трудового договора. Срок трудового договора. Содержание и условия трудового договора. Изменение и прекращение трудового договора.

Коллективный договор, его стороны, содержание, форма. Контроль за исполнением коллективного договора, ответственность сторон за его неисполнение.

Рабочее время и время отдыха. Труд женщин и молодежи. Применение труда инвалидов. Компенсации за работу в неблагоприятных условиях труда.

Ответственность за несоблюдение законодательства о труде (дисциплинарная, административная, уголовная и иная ответственность).

### **3. Основные вопросы по организации работы по охране труда**

Организация управления охраной труда на предприятии, в учреждении. Система управления охраной труда на предприятии.

Обучение, инструктаж, проверка знаний работников по вопросам охраны труда. Виды и задачи инструктажа по безопасности труда: вводный, первичный на рабочем месте, повторный, внеплановый, целевой. Сроки проведения инструктажей, оформление проведенного инструктажа. Пропаганда охраны труда на предприятии.

### **4. Опасные и вредные производственные факторы условий труда и меры защиты от них**

Классификация основных опасных и вредных производственных факторов. Группы факторов: физические, химические, биологические, психофизиологические. Понятие о предельно допустимых концентрациях вредных веществ в воздухе рабочей зоны, предельно допустимых уровнях физических факторов.

Безопасность производственного оборудования и производственных процессов. Требования безопасности при проведении работ с источниками электромагнитного излучения. Гигиенические требования при работе с видеодисплейными терминалами, электронно-вычислительными машинами и персональными компьютерами.

Обеспечение работников специальной одеждой, специальной обувью и другими средствами индивидуальной защиты.

### **5. Основы промышленной безопасности опасных производственных объектов**

Закон о промышленной безопасности опасных производственных объектов. Основные вопросы организации безопасной эксплуатации опасных производственных объектов. Основные требования по обеспечению радиационной безопасности.

### **6. Требования к санитарно-бытовому и лечебно-профилактическому обслуживанию работников**

Санитарно-бытовые помещения для обслуживания работников. Обеспечение работников смывающими и обезвреживающими веществами и средствами личной гигиены. Организация условий для осуществления личной гигиены на производстве. Организация медицинских осмотров. Основы производственной санитарии труда. Понятие первой помощи. Оказание первой доврачебной помощи потерпевшему.

## **7. Обеспечение электробезопасности**

Организация работы по обеспечению электробезопасности на предприятии, в учреждении. Нормативно-техническая документация по электробезопасности. Виды поражений электрическим током. Основные защитные мероприятия. Порядок проверки знания персоналом правил электробезопасности и производственных инструкций. Техника безопасности при работе с вычислительной техникой.

## **8. Пожарная безопасность**

Нормативно-техническая документация по пожарной безопасности.

Сущность процессов горения и взрыва; самовозгорание, источники воспламенения. Обязанности руководителей предприятий по обеспечению пожарной безопасности. Пожарная безопасность электроустановок, серверов, компьютеров. Основные причины пожаров. Меры пожарной безопасности, назначение и местонахождение средств пожаротушения и противопожарного оборудования и инвентаря. Правила использования огнетушащих средств. Действия работников при обнаружении пожара. Порядок сообщения о пожаре. Эвакуация людей и материальных ценностей. Тушение пожара.

## **9. Расследование и учет несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний**

Расследование и учет несчастных случаев. Возмещение вреда, причиненного жизни и здоровью работника, связанного с исполнением им трудовых обязанностей. Законодательные и нормативные правовые акты, регулирующие вопросы возмещения вреда. Сущность возмещения вреда. Виды возмещения вреда.

# **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Вводный инструктаж по охране труда / А. В. Семич [и др.]. – Минск : ЦОТЖ, 2003. – 269 с.

Кляuze, В. П. Охрана труда: правовые и организационные вопросы / В. П. Кляuze. – Минск : Дидактика, 2006. – 416 с.

Кравчeня, Э. М. Охрана труда и основы энергосбережения: учеб. пособие / Э. М. Кравчeня, Р. Н. Козел, И. П. Свирид. – Минск : ТетраСистемс, 2008. – 288 с.

Лазаренков, А. М. Охрана труда в энергетической отрасли: учеб. для студентов вузов по энергетическим специальностям / А. М. Лазаренков, Л. П. Филянович, В. П. Бубнов. – Минск : ИВЦ Минфина, 2010. – 655 с.

Михнюк, Т. Ф. Охрана труда: учеб. пособие для студентов учреждений, обеспечивающих получение высшего образования по специальностям в области радиоэлектроники и информатики / Т. Ф. Михнюк. – Минск : ИВЦ Минфина, 2007. – 320 с.

Обучение, повышение квалификации. Проверка знаний и инструктаж работников по охране труда и промышленной безопасности: практ. пособие / сост.: В. В. Король [и др.]. – ЦОТЖ, 2004. – 209 с.

Охрана труда: лаб. практикум для студентов всех специальностей / сост.: А. М. Лазаренков, Б. М. Данилков [и др.]. – Минск : БНТУ, 2008. – 152 с.

Порядок организации работы по охране труда в учреждениях и организациях системы Министерства образования / сост. Т. В. Поливкина. – Минск : Центр охраны труда и пром. безопасности, 2009. – 344 с.

Семич, А. В. Система менеджмента охраны здоровья и безопасности труда в организации (базовый вариант) / А. В. Семич, В. П. Семич, И. А. Михайлюк. – Минск : Центр охраны труда и пром. безопасности, 2008. – 306 с.

Семич, В. П. Практическое пособие по охране труда / В. П. Семич, А. В. Семич. – Минск : ЦОТЖ, 2004. – 304 с.

Челноков, А. А. Охрана труда: учеб. пособие / А. А. Челноков, Л. Ф. Ющенко. – 3-е изд., испр. – Минск : Вышэйш. шк., 2007. – 463 с.

### **Дополнительная**

Административные и бытовые здания. СНБ 3.02.03-03.

Конституция Республики Беларусь 1994 года (с изм. и дополн.).

Об охране труда : Закон Респ. Беларусь от 23 июня 2008 г. № 356-З и документы, принятые в целях его реализации // Библиотека журнала «Ахова працы». – 2009 – № 2.

Правила пожарной безопасности Республики Беларусь для учреждений и организаций системы образования. ППБ 2.27-2005. – Минск : РИВШ, ЦОТЖ, 2005. – 40 с.

Практикум по безопасности жизнедеятельности: учеб. пособие к лабораторным и практ. работам / под общ. ред. А. В. Фролова. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 490 с.

Рекомендации по применению «Правил пожарной безопасности Республики Беларусь для учреждений и организаций системы образования» / разработ.: В. П. Артемьев, С. А. Борисовец, Р. В. Давидовский. – Минск : Центр охраны труда и пром. безопасности, 2006. – 152 с.

Санитарные правила и нормы 2.1.2.12–13–2006 «Гигиенические требования к устройству, оборудованию и содержанию высших учебных заведений» : утв. постановлением главного государственного санитарного врача Респ. Беларусь 21 авг. 2006 г. № 101.

Санитарные правила и нормы 9-131 РБ «Гигиенические требования к видеодисплейным терминалам, электронно-вычислительным машинам и организации работы».

Семич, В. П. Охрана труда при работе на персональных электронно-вычислительных машинах и другой офисной технике: практ. пособие / сост.: В. П. Семич, А. В. Семич. – Минск : ЦОТЖ, 2005. – 86 с.

Система управления охраной труда : производ.-практ. изд. – Минск, 2005. – 172 с.

Трудовой кодекс Республики Беларусь. – Минск : ИВЦ Минфина, 2008. – 232 с.

## **ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ**

Текущий контроль по дисциплине «Охрана труда» рекомендуется осуществлять в течение процесса обучения в виде вопросов для самоконтроля и проведения коллоквиумов (лекционная часть курса).

Для закрепления и проверки знаний и умений студентов (практическая часть курса) рекомендуется разработать систему индивидуальных заданий с последующей подготовкой студентами рефератов.

Успеваемость студентов в рамках дисциплины «Охрана труда» рекомендуется оценивать в форме зачета.

# **ОСНОВЫ ЭКОЛОГИИ И ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЯ**

**Типовая учебная программа**

Утверждено  
Министерством образования  
Республики Беларусь  
05.09.2012 г.  
Регистрационный № ТД-Г. 433 /тип.

**Составитель**

**А. И. Урбанович**, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Рецензенты:**

кафедра общей биологии Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка»;

**В. Г. Баштовой**, заведующий кафедрой ЮНЕСКО «Энергосбережение и возобновляемые источники энергии» Белорусского национального технического университета, доктор физико-математических наук, профессор.

**Рекомендована к утверждению в качестве типовой:**

кафедрой математической физики Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 17.02.2011 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 21.02.2011 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 2 от 12.04.2011 г.).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Данная дисциплина знакомит студентов с основными направлениями современной экологии и энергосбережения.

Цели и задачи курса определяются Концепцией государственной политики Республики Беларусь в области охраны окружающей среды, законом «Об энергосбережении» и Национальной стратегией устойчивого социально-экономического развития Республики Беларусь на период до 2020 г.

В настоящее время экология превратилась в одну из главенствующих междисциплинарных наук, решающих самую актуальную проблему современности – изучение взаимоотношений человечества с окружающей средой. Это связано, прежде всего, с негативными экологическими последствиями воздействия антропогенных факторов на биосферу Земли. В курсе изучаются общие экологические закономерности взаимосвязи живых организмов с окружающей средой, раскрываются формы взаимосвязей между организмами, механизмы регуляции численности организмов, принципы функционирования экосистем и биосферной организации жизни. Обращается большое внимание на специфичные для Беларуси особенности природных условий существования живых организмов, на особо охраняемые природные территории, а также влияние аварии на Чернобыльской АЭС на экологию Республики Беларусь.

При изучении курса раскрывается взаимосвязь между экологией и энергетикой. Определена роль энергетике в развитии человеческого общества и уровне его цивилизации. Изложение основ энергосбережения имеет своей целью ознакомить студентов с новой мировой энергетической политикой, направленной на экономию энергоресурсов и повышение их энергоэффективности в процессе добычи, переработки, транспортировки, хранения, производства и утилизации, а также с возобновляемыми источниками электрической и тепловой энергии, использующими энергетические ресурсы рек, энергию ветра, солнца, биомассы и др.

В результате изучения дисциплины студенты должны *знать*:

– основные инструменты государственной политики Республики Беларусь в области охраны окружающей среды и энергосбережения;

- методы бережного и рационального использования природных ресурсов;
- основные направления энергосбережения в различных сферах общественного производства;
- современные представления об энергоэффективности;

*уметь:*

- разъяснять важность природоохранной деятельности и энергосбережения для Республики Беларусь;
- использовать принципы и осуществлять практические мероприятия по энергосбережению в своей деятельности.

При проведении лекций по дисциплине «Основы экологии и энергосбережения» возможно использование проблемного изложения некоторых аспектов и использование частично поискового метода.

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечиваются наличием и полной доступностью электронных (и бумажных) курсов лекций, учебно-методических пособий. На практических занятиях по дисциплине рекомендуется также использовать индивидуальный, творческий подход, а именно: студенту дается индивидуальное задание по проблеме с последующей реализацией этого задания в виде реферата.

В соответствии с типовым учебным планом специальности 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины всего 50 учебных часов, в том числе аудиторных часов – 34: лекции – 20 часов, практические и лабораторных занятия – 14 часов.

### Примерный тематический план

Название раздела	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические и лабораторные занятия
<b>1. Введение</b>	1	1	
<b>2. Состояние окружающей среды в Республике Беларусь</b>	1	1	
<b>3. Экология популяций</b>	4	2	2
<b>4. Учение об экологических системах</b>	6	4	2
<b>5. Основные закономерности развития и динамики биосферы</b>	4	2	2

Название раздела	Количество аудиторных часов		
	Всего	В том числе	
		Лекции	Практические и лабораторные занятия
<b>6. Роль человека в эволюции биосферы</b>	6	4	2
<b>7. Энергосбережение и повышение энергоэффективности</b>	8	4	4
<b>8. Энергосбережение в быту</b>	2		2
<b>9. Научные основы охраны природы</b>	2	2	
<b>Итого:</b>	<b>34</b>	<b>20</b>	<b>14</b>

## СОДЕРЖАНИЕ

### 1. Введение

Предмет, содержание и задачи экологии. Экология как одна из главенствующих наук будущего, ее основные разделы. Социальная экология. Экологическая защита.

### 2. Состояние окружающей среды в Республике Беларусь

Экологические проблемы в Республике Беларусь, расположенной в центре Европы. Концепция государственной политики в области охраны окружающей среды. Региональные экологические проблемы, пути их решения.

Радиоактивное заражение окружающей среды в результате аварии на Чернобыльской АЭС. Радиация и жизнь: естественные источники радиации и источники, созданные человеком. Атомная энергетика. Радиационная безопасность.

### 3. Экология популяций

Понятие условий жизни и экологические факторы. Комплексное воздействие факторов, толерантность организма. Основные понятия экологии популяции. Популяционная структурированность вида (на примере человека). Плотность популяции. Репродуктивный потенциал. Факторы регуляции численности популяции. Рождаемость и смертность, продолжительность жизни. Возрастная структура популяции, типы возрастных пирамид.

### 4. Учение об экологических системах

Понятие экосистемы, биогеоценоза, биогеоценологии. Структурно-функциональная организация экосистем. Основные типы экосистем. Биологическая продуктивность экосистем. Динамика и энергетика экосистем.

## **5. Основные закономерности развития и динамики биосферы**

Понятие биосферы и ее общая характеристика. Живое вещество биосферы. Баланс энергии и круговорот вещества в биосфере. Распределение живых организмов в Мировом океане и на материках. Возникновение и эволюция биосферы. Учение В. И. Вернадского о биосфере. Основные биологические циклы. Цикл углерода и азота. Баланс энергии и круговорот вещества в биосфере.

## **8. Роль человека в эволюции биосферы**

Воздействие человека на биосферу. Рост численности населения и производства, демографический взрыв. Влияние человеческой деятельности на биогеохимические циклы в биосфере. Роль производства, энергетики и транспорта в загрязнении биосферы промышленными, транспортными и бытовыми отходами, физическое, химическое и биологическое загрязнение природной среды. Ресурсы биосферы: потенциальные и используемые, исчерпаемые и неисчерпаемые, возобновляемые и невозобновляемые. Водные ресурсы биосферы. Загрязнение океанических и континентальных вод, масштабы этого процесса и его последствия. Загрязнение почвы. Водная и ветровая эрозия почв. Загрязнение атмосферы и космоса. Глобальные экологические проблемы современности: парниковый эффект, кислотные дожди, истощение озонового слоя, обезлесивание, опустынивание, обеднение и деградация природных экосистем, изменение климата и др. Математическое моделирование в экологии.

## **9. Энергосбережение и повышение энергоэффективности**

Энергосбережение и энергоэффективность. Энергетика и ее роль в развитии человеческого общества. Возобновляемые и невозобновляемые энергетические ресурсы. Энергетические ресурсы мира и Республики Беларусь. Экономические и экологические аспекты энергетики и энергосбережения. Традиционные способы получения тепловой и электрической энергии. Преобразование солнечной энергии в тепловую и электрическую. Ветроэнергетика. Ветровые энергетические установки. Гидроэнергетика. Перспективы гидроэнергетики в Республике Беларусь. Энергоэффективные технологии потребления энергии в различных странах и в Республике Беларусь. Основные принципы и законодательные механизмы энергосбережения. Мировой опыт в сфере энергосбережения. Республиканская программа энергосбережения, приоритетные направления энергосбережения. Государственная поддержка инновационной деятельности в сфере энергосбережения.

## **8. Энергосбережение в быту**

Энергопотребление в зданиях и сооружениях. Общие сведения о зданиях и сооружениях как потребителях энергии. Основные способы энергосбережения и рационального использования энергоресурсов в быту. Экономия тепловой и электрической энергии, газа, воды. Энергообеспечение в быту.

## **9. Научные основы охраны природы**

Экология как научная основа комплексной науки о сохранении окружающей среды и рациональном использовании природных ресурсов. Охрана фауны и флоры. Особо охраняемые природные территории и Красная книга Беларуси. Биосферные заповедники. Системы экологического контроля. Экологический мониторинг.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

Андрижиевский, А. А. Энергосбережение и энергетический менеджмент: учеб. пособие / А. А. Андрижиевский. – Минск : Вышэйш. шк., 2005. – 294 с.

Водный кодекс Республики Беларусь // Нац. реестр правовых актов Респ. Беларусь. – 2001. – № 2 /719.

Войткевич, Г. В. Основы учения о биосфере / Г. В. Войткевич, В. А. Вронский. – Ростов н /Д : Феникс, 1996. – 477 с.

Вронский, В. А. Прикладная экология / В. А. Вронский. – Ростов н /Д : Феникс, 1996. – 510 с.

Кодекс Республики Беларусь о земле // Национальный реестр правовых актов Респ. Беларусь. – 2002. – № 55.

Кодекс Республики Беларусь о недрах // Ведамасці Нацыянальнага сходу Рэсп. Беларусь. – 1998. – № 8-9.

Кундас, С. П. Возобновляемые источники энергии / С. П. Кундас, С. С. Позняк, Л. В. Шенец. – Минск : МГЭУ им. А. Д. Сахарова. – 2009. – 315 с.

Лесной кодекс Республики Беларусь // Ведамасці Нацыянальнага сходу Рэсп. Беларусь. – 2000. – № 33.

Маврищев, В. В. Общая экология: курс лекций / В. В. Маврищев. – 3-е изд., стер. – Минск : Новое знание; М. : ИНФРА-М, 2011. – 299 с.

Маврищев, В. В. Основы экологии: учебник. – 2-е изд. / В. В. Маврищев. – Минск : Вышэйш. шк., 2005. – 416 с.

Национальная стратегия устойчивого социально-экономического развития Республики Беларусь на период до 2020 г. / Нац. комиссия по устойчивому развитию Респ. Беларусь; редкол.: Я. М. Александрович [и др.]. – Минск : Юнипак, 2000. – 198 с.

Национальный план действий по рациональному использованию природных ресурсов и охране окружающей среды Республики Беларусь на 2006–2010 г. / Мин-во

природных ресурсов и охраны окружающей среды Респ. Беларусь. – Минск : РУП «Бел НИЦ “Экология”», 2006. – 124 с.

О возобновляемых источниках энергии: Закон Респ. Беларусь от 27 дек. 2010 г., № 204-3 // Нац. реестр правовых актов Респ. Беларусь. – 2011. – № 2, 2 /1756.

О государственной экологической экспертизе: Закон Респ. Беларусь от 18 июня 1993 г. (в ред. от 14 июля 2000 г.)

О растительном мире: Закон Респ. Беларусь от 14 июня 2003 г.

О состоянии окружающей среды Республики Беларусь: нац. доклад / Мин-во природных ресурсов и охраны окружающей среды Респ. Беларусь; Нац. академия наук Беларуси. – Минск : РУП «Бел. НИЦ “Экология”», 2005 – 108 с., 2012 – 148 с.

Об особо охраняемых природных территориях: Закон Респ. Беларусь от 20 окт. 1994 г. (в ред. от 23 мая 2000 г.),

Об охране атмосферного воздуха: Закон Респ. Беларусь от 15 апр. 1997 г. № 29-3.

Об охране и использовании животного мира: Закон Респ. Беларусь от 19 сент. 1996 г. № 598-ХІІІ.

Об охране окружающей среды: Закон Респ. Беларусь от 26 нояб. 1992 г. № 1982-ХІІ (в ред. от 19 июля 2005 г.).

Об утверждении Государственной программы строительства в 2010–2015 гг. гидроэлектростанций в Республике Беларусь: постановление Совета Министров Респ. Беларусь от 17 дек. 2010 г., № 1838. // Нац. реестр правовых актов Респ. Беларусь. – 2010. – № 304, 5 /33018.

Об утверждении Государственной программы строительства энергоисточников на местных видах топлива в 2010–2015 гг.: постановление Совета Министров Респ. Беларусь от 19 июля 2010 г., № 1076 // Нац. реестр правовых актов Респ. Беларусь. – 2010. – № 183, 5 /32215.

Об утверждении Программы строительства энергоисточников, работающих на биогазе, на 2010–2012 г.: постановление Совета Министров Респ. Беларусь от 9 июня 2010 г., № 885 // Нац. реестр правовых актов Респ. Беларусь. – 2010. – № 144, 5 /32007.

Об утверждении Республиканской программы энергосбережения на 2011–2015 гг.: постановление Совета Министров Респ. Беларусь от 24 дек. 2010 г., № 1882 // Нац. реестр правовых актов Респ. Беларусь. – 2011. – № 1, 5 /33067.

Об энергосбережении: Закон Респ. Беларусь от 15 июля 1998 г., №190-3 // Ведомости Национального собрания Респ. Беларусь. – 1998. – № 31–32. – С. 470.

Основы энергосбережения: курс лекций / В. Г. Баштовой [и др.]; под ред. Н. Г. Хутской. – Минск : Технология, 1999. – 101 с.

Поспелова, Т. Г. Основы энергосбережения / Т. Г. Поспелова. – Минск : Техно-принт, 2000. – 315 с.

Радкевич, В. А. Экология / В. А. Радкевич. – Минск : Вышэйш. шк., 1998. – 159 с.

Сергейчик, С. А. Экология: учеб. пособие / С. А. Сергейчик. – Минск : Современная школа, 2010. – 400 с.

Экономия и бережливость – главные факторы экономической безопасности государства: Директива Президента Респ. Беларусь от 14 июня 2007 г. № 3 // Нац. реестр правовых актов Респ. Беларусь. – 2007. – № 146, 1 /8668.

### **Дополнительная**

Галковская, Г. А. Основы популяционной экологии: учеб. пособие / Г. А. Галковская. – Минск : Лексис, 2001. – 196 с.

Голицын, М. В. Альтернативные носители / М. В. Голицын. – М. : Наука, 2004. – 159 с.

Одум, Ю. Экология / Ю. Одум. – М. : Мир, 1986.

Основы энергосбережения: учеб.-метод. комплекс / сост. М. Беляев. – Минск : Изд-во МИУ, 2009. – 163 с.

Рамад, Ф. Основы прикладной экологии / Ф. Рамад. – Л. : Гидрометеиздат, 1981. – 543 с.

Свирижев, Ю. М. Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии / Ю. М. Свирижев. – М. : Наука, 1987 – 368 с.

СТБ 1770-2009. Энергосбережение. Основные термины и определения : утв. и введен в действие постановлением Госстандарта Респ. Беларусь от 16 нояб. 2009 г. № 58.

СТБ 1771-2010. Энергосбережение. Энергопотребляющее оборудование. Классификация. Показатели энергоэффективности: утв. и введен в действие постановлением Госстандарта Респ. Беларусь от 15 февр. 2010 г. № 3.

СТБ 1772-2010. Энергосбережение. Методы подтверждения соответствия показателей энергоэффективности энергопотребляющей продукции установленным значениям. Общие требования : утв. и введен в действие постановлением Госстандарта Респ. Беларусь от 25 янв. 2010 г. № 1.

СТБ 1773-2010. Энергосбережение. Показатели энергоэффективности. Порядок внесения в техническую документацию : утв. и введен в действие постановлением Госстандарта Респ. Беларусь от 25 янв. 2010 г. № 1.

Энергосбережение как фактор повышения энергетической безопасности государств – участников Содружества Независимых Государств : аналитический доклад Европейской экономической комиссии ООН и Исполнительного комитета СНГ, 2000. – 144 с.

### **ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ**

Текущий контроль по дисциплине «Основы экологии и энергосбережения» рекомендуется осуществлять в течение всего семестра в виде вопросов для самоконтроля и проведения коллоквиумов (лекционная часть курса).

Для закрепления и проверки знаний и умений студентов (практическая часть курса) рекомендуется разработать систему индивидуальных заданий с последующей подготовкой студентами рефератов.

Успеваемость студентов в рамках дисциплины «Основы экологии и энергосбережения» рекомендуется оценивать в конце семестра в форме зачета.

**Макет типового учебного плана  
направления специальности 1-31 03 03-01  
«Прикладная математика (научно-производственная деятельность)»,  
утвержденного Министерством образования  
Республики Беларусь 03.04.2008 г.,  
регистрационный № G 31-022 /тип.**

Название дисциплины	Количество часов		Распределение аудиторных часов по курсам и семестрам								
	Всего	Аудиторных	курс I		курс II		курс III		курс IV		курс V
			1-й семестр	2-й семестр	3-й семестр	4-й семестр	5-й семестр	6-й семестр	7-й семестр	8-й семестр	9-й и 10-й семестры
<b>1. Цикл социально-гуманитарных дисциплин</b>	<b>1712</b>	<b>744 /476</b>									
<i>Обязательный компонент</i>	<i>1560</i>	<i>642 /476</i>									
1.1 История Беларуси	138	72	72								
1.2. Основы идеологии белорусского государства	36	24		24							
1.3. Философия	138	76							76		
1.4. Экономическая теория	138	76			76						
1.5. Социология	54	36				36					
1.6. Политология	102	68					68				
1.7. Основы психологии и педагогики	102	72								72	
1.8. Иностранный язык	308	150	68	82							
1.9. Физическая культура	544	68 /476	17 /51	17 /51	17 /51	17 /51	0 /68	0 /68	0 /68	0 /68	
<i>Курсы по выбору</i>	<i>152</i>	<i>102</i>	<i>34</i>		<i>34</i>						<i>34</i>
<b>2. Цикл естественнонаучных дисциплин</b>	<b>495</b>	<b>306</b>									
<i>Обязательный компонент</i>	<i>395</i>	<i>238</i>									
2.1. Основы экологии и энергосбережения	50	34								34	
2.2. Дискретная математика и математическая логика	245	136		68	68						
2.3. Защита населения и объектов от чрезвычайных ситуаций. Радиационная безопасность	100	68						68			
<i>Вузовский компонент</i>	<i>50</i>	<i>34</i>				34					

Название дисциплины	Количество часов		Распределение аудиторных часов по курсам и семестрам								
	Всего	Аудиторных	курс I		курс II		курс III		курс IV		курс V
			1-й семестр	2-й семестр	3-й семестр	4-й семестр	5-й семестр	6-й семестр	7-й семестр	8-й семестр	9-й и 10-й семестры
<i>Дисциплины по выбору студента</i>	50	34							34		
<b>3. Цикл общепрофессиональных и специальных дисциплин</b>	<b>5777</b>	<b>3064</b>									
<i>Обязательный компонент</i>	5432	2862									
3.1. Математический анализ	935	510	136	136	136	102					
3.2. Геометрия и алгебра	637	340	136	136	68						
3.3. Программирование	687	374	136	136	102						
3.4. Дифференциальные уравнения	245	136			68	68					
3.5. Вычислительные методы алгебры	145	68				68					
3.6. Теория вероятностей и математическая статистика	390	204				68	68	68			
3.7. Операционные системы	145	68				68					
3.8. Функциональный анализ и интегральные уравнения	195	102				34	68				
3.9. Методы численного анализа	340	170					68	102			
3.10. Методы оптимизации	195	102						102			
3.11. Исследование операций	171	86							86		
3.12. Уравнения математической физики	245	136					68	68			
3.13. Численные методы математической физики	145	68							68		
3.14. Теоретическая механика	145	68					34	68			
3.15. Алгоритмы и структуры данных	100	68							68		
3.16. Модели данных и системы управления базами данных	100	68							68		
3.17. Компьютерные сети	145	68					68				
3.18. Имитационное и статистическое моделирование	145	68								68	

Название дисциплины	Количество часов		Распределение аудиторных часов по курсам и семестрам									
	Всего	Аудиторных	курс I		курс II		курс III		курс IV		курс V	
			1-й семестр	2-й семестр	3-й семестр	4-й семестр	5-й семестр	6-й семестр	7-й семестр	8-й семестр	9-й и 10-й семестры	
3.19. Компьютерный сервис вычислительного эксперимента	151	72										72
3.20. Математическое моделирование систем, процессов, явлений	95	34									34	
3.21. Охрана труда	26	18										18
3.21. Основы управления интеллектуальной собственностью	50	34										34
<i>Вузовский компонент</i>	<i>295</i>	<i>168</i>					50	34	84			
<i>Дисциплины по выбору студента</i>	<i>50</i>	<i>34</i>									34	
<b>4. Цикл дисциплин специализации</b>	<b>1290</b>	<b>600</b>					<b>68</b>	<b>84</b>	<b>170</b>	<b>170</b>		<b>108</b>

**Макет типового учебного плана  
направления специальности 1-31 03 03-02  
«Прикладная математика (научно-педагогическая деятельность)»,  
утвержденного Министерством образования  
Республики Беларусь 03.04.2008 г.,  
регистрационный № G 31-023 /тип.**

Название дисциплины	Количество часов		Распределение аудиторных часов по курсам и семестрам									
	Всего	Аудиторных	курс I		курс II		курс III		курс IV		курс V	
			1-й семестр	2-й семестр	3-й семестр	4-й семестр	5-й семестр	6-й семестр	7-й семестр	8-й семестр	9-й и 10-й семестры	
<b>1. Цикл социально-гуманитарных дисциплин</b>	<b>1712</b>	<b>744 /476</b>										
<i>Обязательный компонент</i>	<i>1560</i>	<i>642 /476</i>										
1.1. История Беларуси	138	72	72									
1.2. Основы идеологии белорусского государства	36	24		24								
1.3. Философия	138	76							76			
1.4. Экономическая теория	138	76			76							
1.5. Социология	54	36				36						
1.6. Политология	102	68					68					
1.7. Основы психологии и педагогики	102	72								72		
1.8. Иностранный язык	308	150	68	82								
1.9. Физическая культура	544	68 /476	17 /51	17 /51	17 /51	17 /51	0 /68	0 /68	0 /68	0 /68		
<i>Курсы по выбору</i>	<i>152</i>	<i>102</i>	<i>34</i>		<i>34</i>							<i>34</i>
<b>2. Цикл естественнонаучных дисциплин</b>	<b>495</b>	<b>306</b>										
<i>Обязательный компонент</i>	<i>395</i>	<i>238</i>										
2.1. Основы экологии и энергосбережения	50	34								34		
2.2. Дискретная математика и математическая логика	245	136		68	68							
2.3. Защита населения и объектов от чрезвычайных ситуаций. Радиационная безопасность	100	68						68				
<i>Вузовский компонент</i>	<i>50</i>	<i>34</i>				34						

Название дисциплины	Количество часов		Распределение аудиторных часов по курсам и семестрам								
	Всего	Аудиторных	курс I		курс II		курс III		курс IV		курс V
			1-й семестр	2-й семестр	3-й семестр	4-й семестр	5-й семестр	6-й семестр	7-й семестр	8-й семестр	9-й и 10-й семестры
<i>Дисциплины по выбору студента</i>	50	34							34		
<b>3. Цикл общепрофессиональных и специальных дисциплин</b>	<b>5777</b>	<b>3064</b>									
<i>Обязательный компонент</i>	5432	2862									
3.1. Математический анализ	935	510	136	136	136	102					
3.2. Геометрия и алгебра	637	340	136	136	68						
3.3. Программирование	687	374	136	136	102						
3.4. Дифференциальные уравнения	245	136			68	68					
3.5. Вычислительные методы алгебры	145	68				68					
3.6. Теория вероятностей и математическая статистика	390	204				68	68	68			
3.7. Операционные системы	145	68				68					
3.8. Функциональный анализ и интегральные уравнения	195	102				34	68				
3.9. Методы численного анализа	340	170					68	102			
3.10. Методы оптимизации	195	102						102			
3.11. Исследование операций	171	86							86		
3.12. Уравнения математической физики	245	136					68	68			
3.13. Численные методы математической физики	145	68							68		
3.14. Теоретическая механика	145	68					34	68			
3.15. Алгоритмы и структуры данных	100	68							68		
3.16. Модели данных и системы управления базами данных	100	68							68		
3.17. Компьютерные сети	145	68					68				
3.18. Имитационное и статистическое моделирование	145	68								68	

Название дисциплины	Количество часов		Распределение аудиторных часов по курсам и семестрам									
	Всего	Аудиторных	курс I		курс II		курс III		курс IV		курс V	
			1-й семестр	2-й семестр	3-й семестр	4-й семестр	5-й семестр	6-й семестр	7-й семестр	8-й семестр	9-й и 10-й семестры	
3.19. Компьютерный сервис вычислительного эксперимента	151	72										72
3.20. Математическое моделирование систем, процессов, явлений	95	34									34	
3.21. Охрана труда	26	18										18
3.22. Основы управления интеллектуальной собственностью	50	34										34
3.23. Педагогика	97	36										36
3.24. Психология	97	36										36
3.25. Методика преподавания математики	52	36										36
3.26. Методика преподавания информатики и вычислительной техники	52	36										36
3.27. История и методология математики	36	24										24
<i>Вузовский компонент</i>	<i>295</i>	<i>168</i>					<i>50</i>	<i>34</i>	<i>84</i>			
<i>Дисциплины по выбору студента</i>	<i>50</i>	<i>34</i>								<i>34</i>		
<b>4. Цикл дисциплин специализации</b>	<b>1290</b>	<b>600</b>					<b>68</b>	<b>84</b>	<b>170</b>	<b>170</b>		<b>108</b>

Учебное издание

**Типовые программы**  
**учебных дисциплин специальности 1-31 03 03**  
**«Прикладная математика (по направлениям)»**

С о с т а в и т е л и

**Мандрик Павел Алексеевич**  
**Кастрица Олег Адамович**  
**Филипцов Александр Владимирович**

Ответственный за выпуск *Е. А. Логвинович*

Дизайн обложки *Т. А. Малько*  
Технический редактор *Т. К. Раманович*  
Компьютерная верстка *А. В. Зайцева*  
Корректор *Е. И. Бондаренко*

Электронный ресурс 0,91 Мб.

Белорусский государственный университет.  
ЛИ № 02330/0494425 от 08.04.2009.  
Пр. Независимости, 4, 220030, Минск.