ВЕСТНИК БЕЛОРУССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
им. В. И. ЛЕНИНА. СЕРИЯ I, 1970, № 3

УДК 681.142.01

М. К. БУЗА, Н. Н. ПОСНОВ

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ В БЕЗРАНГОВЫХ СОК

Определение 1. Представление числа A в виде

$$A = (\lambda_1\alpha_1 + (1-\lambda_1)(\alpha_1 - P_1), \ldots, \lambda_n\alpha_n + (1-\lambda_n)(\alpha_n - P_n)), \tag{1}$$

где λ_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, принимает значение 0 или 1, будем называть расширенным представлением числа A в СОК.

Определение 2. Целое число, показывающее, сколько раз диапазон M был превзойден при переходе от представления числа в остаточных классах к его позиционному представлению через систему ортогональных базисов, назовем рангом числа.

Теорема 1. В системе с основаниями $P_1, P_2, \ldots, P_n$ диапазоном M и ортогональными базисами $B_1, B_2, \ldots, B_n$ с единичными весами для всякого числа A с рангом r_A существует расширенное представление нулевого ранга [1].

Из построения расширенного представления (1) и теоремы 1 вытекает следующее

Утверждение. Расширенное представление нулевого ранга допускает всякое число A с рангом r_A в такой системе оснований $P_1, P_2, \ldots, P_n$, в которой ранг любого числа можно представить в виде суммы весов ортогональных базисов.

Ввиду очевидности этого утверждения доказательство его не приводится.

Определение 3. Систему оснований, числа в которой допускают расширенное представление нулевого ранга, назовем безранговой системой [2].

Определение 4. Представление целого числа $A = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ в СОК в форме (1) при условии, что $|\alpha_i| \leqslant P_i - 1$, назовем каноническим, если $r_A = 0$, и полуканоническим, если $r_A \neq 0$.

Примечание 1. Если инвертированием каких-либо вычетов полуканоническое представление числа можно преобразовать в каноническое, его относим к классу канонических чисел.

Примечание 2. Здесь и в дальнейшем под инвертированием вычета (разряда) α_i будем понимать замену его величиной $\bar{\alpha}_i$, имеющей противоположный с α_i знак и такой, что

$$|\alpha_i| + |\bar{\alpha}_i| = P_i.$$

Определение 5. Безранговую систему в остаточных классах, включающую в себя все числа в каноническом представлении, назовем расширенной безранговой системой.

Определение 5 позволяет значительно увеличить диапазон представимых чисел по выбранным основаниям.

Если ортогональные базисы имеют единичные веса, максимальный ранг чисел не превосходит $n-2$ (где n — число оснований системы),