ВЕСТНИК БЕЛОРУССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
им. В. И. ЛЕНИНА. СЕРИЯ I, 1969, № 3

УДК 681.142.01

Н. Н. ПОСНОВ, М. К. БУЗА, В. К. КРАВЦОВ

О ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ В СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ В ОСТАТОЧНЫХ КЛАССАХ

Линейная форма плавающей запятой для целых чисел

Введем следующие обозначения:

$A(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ — представление числа $A \in [0, M-1]$ в системе остаточных классов (СОК) по основаниям $P_1, P_2, \ldots, P_n$;

$M = \prod_{i=1}^{n} P_i$ — диапазон однозначного представления чисел в СОК;

$\varkappa$ — номер диапазона, в который попадает результат арифметической операции над числами A_1 и A_2, представленными в СОК;

b — эквивалент числа $B \in [0, M-1]$ в нулевом диапазоне, т. е. $b = B - \left[\frac{B}{M}\right] \cdot M$;

$a_1 \oplus a_2$ — эквивалент результата арифметической операции в нулевом диапазоне над числами A_1 и A_2, т. е. $a_1 \oplus a_2 = A_1 \oplus A_2 - \left[\frac{A_1 \oplus A_2}{M}\right] \cdot M$,

где $\oplus$ — знак арифметической операции.

П р и м е ч а н и е. Эквивалент a числа $A \in [0, M-1]$ есть само число A, т. е. $a = A$.

Рассматриваемая ниже линейная форма плавающей запятой на первый взгляд кажется нецелесообразной. Однако нам представляется интересным рассмотреть ее в теоретическом плане. Эта форма может найти и некоторое практическое применение, аналогичное работе с удвоенным, утроенным числом разрядов в позиционных машинах. Причем мантисса и порядки, представленные по одним и тем же основаниям, могут обрабатываться последовательно во времени.

Пусть каждое целое число представлено в виде

$$A = a + \varkappa M. \tag{1}$$

По аналогии с плавающей запятой в позиционных системах счисления в записи (1) будем называть a мантиссой, $\varkappa$ — порядком числа A. Ясно, что если выполнять арифметические операции только над числами $A_i \in [0, M-1]$, результат операции не может иметь $\varkappa > M-1$. Числа в форме (1) в СОК запишем в виде $A = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n), \{\varkappa_1, \varkappa_2, \ldots, \varkappa_n\}$. Рассмотрим выполнение арифметических операций над числами в форме (1).

Теорема 1. Сумма двух чисел $A_1 = a_1 + \varkappa_1 M$ и $A_2 = a_2 + \varkappa_2 M$ вычисляется по формуле

$$A_1 + A_2 = a_1 + a_2 + (\varkappa_1 + \varkappa_2 + \lambda) M, \tag{2}$$

где

$$\lambda = \begin{cases} 0, & \text{если } a_1 + a_2 < M; \\ 1, & \text{если } a_1 + a_2 \geqslant M. \end{cases}$$