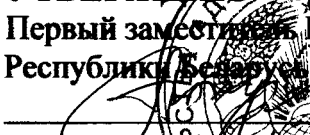


Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение вузов Республики Беларусь
по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ
Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь

«31» 12 2008 г.



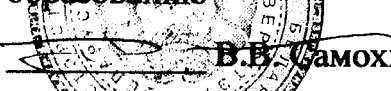
Регистрационный № ТД- Г. 173 /тип.

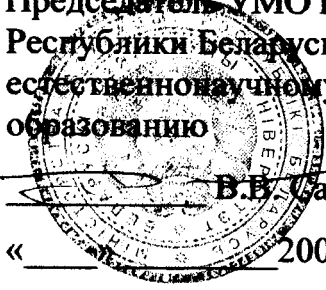
Алгебра

Типовая учебная программа
для высших учебных заведений по направлению специальности
1-31 03 01-04 «Математика (научно-конструкторская деятельность)»

СОГЛАСОВАНО

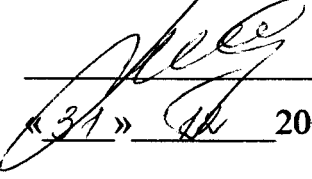
Председатель УМО вузов
Республики Беларусь по
естественнонаучному
образованию


В.В. Самохвал
« 2008 г.

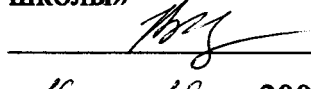


СОГЛАСОВАНО

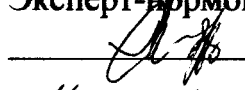
Начальник Управления высшего и
среднего специального образования


Ю.И. Миксюк
«31» 12 2008 г.

Первый проректор Государственного
учреждения образования
«Республиканский институт высшей
школы»


И.В. Казакова
«16» 12 2008 г.

Эксперт-нормоконтролер


С.М. Артемьева
«16» 12 2008 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

Беняш-Кривец Валерий Вацлавович, профессор кафедры высшей алгебры Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Курсов Валерий Владимирович, доцент кафедры высшей алгебры Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра алгебры и геометрии Учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка»

Берник Василий Иванович, главный научный сотрудник Государственного научного учреждения «Институт математики Национальной академии наук Беларуси», доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой высшей алгебры механико-математического факультета Белорусского государственного университета
(протокол № 9 от 25 марта 2008 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 3 от 27 марта 2008 г.);

Научно-методическим советом по математике и механике Учебно-методического объединения вузов Республики Беларусь по естественнонаучному образованию
(протокол № 3 от 10 апреля 2008 г.);

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Актуальность изучения учебной дисциплины «Алгебра»

Материал дисциплины «Алгебра» находит применение в преподавании математического анализа, геометрии, топологии, функционального анализа, дифференциальных уравнений и многих других дисциплин. Этим определяется актуальность её изучения. Дисциплина имеет общенаучную и профессиональную направленность. Объем изучаемого материала должен быть достаточным, чтобы выпускник вуза был компетентен решать следующие профессиональные задачи:

- вести теоретические и прикладные научные исследования;
- осуществлять педагогическую и методическую работу в области математики и ее приложений;
- использовать математические методы исследований при анализе современных естественнонаучных и экономических процессов.

Цели и задачи учебной дисциплины

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования по направлению специальности 1-31 03 01-04 «Математика» (научно-конструкторская деятельность) и рассчитана на изучение дисциплины в первых двух семестрах.

Цель дисциплины «Алгебра» – обучение студентов фундаментальным методам общей алгебры, линейной алгебры, теории многочленов и комплексных чисел. При преподавании дисциплины «Алгебра» ставятся следующие задачи:

- ознакомить студентов с фундаментальными понятиями и методами линейной алгебры. Изучить матрицы и определители, методы решения систем линейных уравнений, теорию векторных пространств и линейных операторов, теорию квадратичных и билинейных форм;
- изучить комплексные числа и многочлены;
- развить у студентов аналитическое мышление и общую математическую культуру;
- привить студентам умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу в области математики.

Требования к уровню усвоения содержания учебной дисциплины

Требования к уровню усвоения содержания дисциплины определены образовательным стандартом по направлению специальности 1-31 03 01-04 «Математика» (научно-конструкторская деятельность). Выпускник должен

знать:

- определители и их свойства;
- критерий совместности системы линейных уравнений, метод Гаусса и правило Крамера решения систем линейных уравнений;

– понятия билинейной и квадратичной формы, их нормальный вид, закон инерции, знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра;

уметь:

– выполнять действия с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме, извлекать корни из комплексных чисел, применять формулу Муавра;

– находить базис векторного пространства, суммы и пересечения подпространств, координаты вектора в заданном базисе, находить ранг матрицы и системы векторов;

– приводить ортогональные и унитарные операторы к каноническому виду, приводить квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием.

Диагностика компетенций студента

С целью текущего контроля рекомендуется проведение 1–2 коллоквиумов и 1–2 контрольных работ в каждом семестре. Рекомендуется разработать систему индивидуальных домашних заданий. Для контроля и самоконтроля знаний и умений студента по отдельным темам или разделам возможно использование тестовых технологий.

Типовым учебным планом по направлению специальности 1-31 03 01-04 «Математика» (научно-конструкторская деятельность) на изучение дисциплины «Алгебра» отводится 346 часов, из них 170 аудиторных часов (лекции – 86 часов; практические занятия – 84 часа). Предлагается следующее их распределение по разделам.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

№ разд. п/п	Наименование раздела	Количество аудиторных часов		
		Всего	лекций	практических
1.	Арифметика целых чисел. Комплексные числа.	12	6	6
2.	Матрицы и операции над ними	16	8	8
3.	Перестановки и подстановки. Определители и их применение	20	10	10
4.	Многочлены от одной переменной	16	8	8
5.	Алгебраическая операция, понятия группы, кольца, поля	4	2	2
6.	Векторные пространства	24	12	12
7.	Системы линейных уравнений	12	6	6

8.	Линейные операторы векторных пространств:	16	8	8
9.	Нормальные формы матриц	8	4	4
10.	Билинейные и квадратичные формы	19	10	9
11.	Евклидовы и унитарные пространства	12	6	6
12.	Линейные операторы евклидовых и унитарных пространств	11	6	5
Всего часов		170	86	84

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Арифметика целых чисел. Комплексные числа.

Делимость целых чисел и ее свойства. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Наименьшее общее кратное. Определение комплексных чисел. Действия в компонентах. Алгебраическая форма комплексных чисел. Комплексное сопряжение. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа, их свойства. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра и ее применение в вещественных вычислениях. Геометрическая интерпретация действий с комплексными числами. Извлечение корня из комплексного числа.

Раздел 2. Матрицы и операции над ними.

Матрица размера $m \times n$. Квадратная матрица порядка n . Диагональная матрица. Единичная матрица порядка n . Нулевая матрица размера $m \times n$. Вектор-строка. Вектор-столбец. Равенство матриц. Сложение матриц, умножение матрицы на скаляр. Умножение матриц. Транспонирование. Свойства матричных операций. Многочлен от матрицы. Элементарные преобразования матриц. Теорема о приведении произвольной матрицы к верхней трапециевидной форме.

Раздел 3. Перестановки и подстановки. Определители и их применение.

Определения перестановок и подстановок, их число. Инверсии и порядки, четность перестановки. Транспозиции и циклы. Разложение подстановки в произведение независимых циклов и транспозиций. Определители второго и третьего порядков. Определитель квадратной матрицы произвольного порядка и его свойства. Определитель транспонированной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке и столбцу. Определитель треугольной матрицы. Методы вычисления определителей. Определитель Вандермонда. Обратная матрица, методы ее вычисления. Матричная запись системы линейных уравнений. Теорема Крамера. Ме-

тод Гаусса.

Раздел 4. Многочлены от одной переменной.

Построение многочленов. Степень многочлена и ее свойства. Теорема о делении с остатком для многочленов. Алгоритм Евклида, теорема о наибольшем общем делителе многочленов. Взаимно простые многочлены. Неприводимые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые множители. Теорема Безу. Схема Горнера. Корень многочлена, теорема о числе корней. Кратные корни. Интерполяционная задача, интерполяционная формула Лагранжа. Многочлены над полем комплексных чисел, основная теорема алгебры. Каноническое разложение многочлена над полями комплексных и вещественных чисел. Простейшие дроби, разложение правильной дроби в сумму простейших.

Раздел 5. Алгебраическая операция, понятия группы, кольца, поля.

Алгебраическая операция. Свойства алгебраической операции: коммутативность и ассоциативность. Нейтральный элемент множества относительно алгебраической операции. Симметричные элементы множества относительно алгебраической операции. Определения группы, кольца, поля. Примеры.

Раздел 6. Векторные пространства.

Определение и примеры. Система образующих, конечномерные пространства. Линейная зависимость векторов. Базис, размерность. Координаты вектора, их изменение при изменении базиса. Матрица перехода. Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Подпространство векторного пространства, его размерность. Сумма и пересечение подпространств, связь их размерностей. Прямая сумма подпространств.

Раздел 7. Системы линейных уравнений.

Системы линейных уравнений, однородные системы. Теорема Кронекера–Капелли. Фундаментальная система решений. Структура множества решений произвольной системы линейных уравнений.

Раздел 8. Линейные операторы векторных пространств.

Линейный оператор, его ядро и образ. Ранг и дефект. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы оператора при переходе к другому базису. Алгебраические действия над линейными операторами. Матрица композиции и суммы линейных операторов. Условия обратимости оператора. Инвариантное подпространство. Сужение оператора на инвариантное подпространство. Матрица оператора при наличии инвариантного подпространства, при разложении пространства в прямую сумму инвариантных подпространств. Собственное значение и собственный вектор оператора. Характеристический многочлен оператора.

Раздел 9. Нормальные формы матриц.

Характеристический многочлен матрицы. Определение и построение нормальной формы Жордана (без доказательства). Минимальный многочлен. Критерий диагонализируемости матрицы над полем. Нормальная форма Фробениуса (без доказательства).

Раздел 10. Билинейные и квадратичные формы.

Билинейные и квадратичные формы на векторных пространствах. Мат-

рица билинейной и квадратичной формы, ее изменение при изменении базиса. Ортогональность относительно билинейной формы. Разложение в прямую сумму ортогональных подпространств. Канонический вид. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Нормальный вид вещественной и комплексной квадратичных форм. Закон инерции вещественных квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

Раздел 11. Евклидовы и унитарные пространства.

Определение евклидова и унитарного пространства. Длина вектора, угол между векторами. Теорема Коши-Буняковского. Ортогональные и ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортогональное дополнение к подпространству в евклидовом или унитарном пространстве.

Раздел 12. Линейные операторы евклидовых и унитарных пространств.

Сопряженный оператор. Симметрические и эрмитовы операторы, их спектр. Унитарные и ортогональные операторы, канонический вид их матриц.

ИНФОРМАЦИОННАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия. Т. 1. Мн.: Амалфея, 2001.
2. Милованов М.В., Толкачев М.М., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия. Т. 2. Мн.: Амалфея, 2001.
3. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: МЦНМО, 1998.
4. Мальцев И.М. Основы линейной алгебры. М.: Наука, 1970.
5. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. М.: Наука, 1984.
6. Бурдун А.А., Мурашко Е.А., Толкачев М.М., Феденко А.С. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии. Мн.: Университетское, 1999.
7. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Наука, 1974.
8. Баркович О.А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы. В 2 ч. Ч. 1. Введение в алгебру. Минск: БГПУ, 2005.
9. Баркович О.А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы. В 2 ч. Ч. 2. Линейная алгебра. Минск: БГПУ, 2006.
10. Монахов В.С., Бузланов А.В. Алгебра и теория чисел: практикум. Минск: Изд. центр БГУ, 2007.

Дополнительная литература

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: Факториал—пресс, 2001.
2. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. М.: Наука, 1983.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1965 (и более поздние издания).