- 6. Интернет-адрес: http://www2.isda.org/functional-areas/research/studies.
- 7. Интернет-адрес: http://www.bis.org/statistics/derstats.htm.

### МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ПРОИЗВОДНЫХ ЦЕННЫХ БУМАГ

### Н. Н. Саверченко

Опционный рынок является неотъемлемой частью срочного рынка, который позволяет получать прибыль в условиях постоянно изменяющейся рыночной конъюнктуры.

Проведение любых операций с опционами возможно только в условиях развитого и ликвидного рынка этих инструментов, на котором оперируют профессиональные инвесторы, способные формировать различные стратегии с учетом механизма функционирования опционного рынка. Сегодня опционный рынок предлагает инвесторам большой набор инструментов, которые достаточно широко используются при операциях хеджирования и спекуляций.

### 1 МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТОИМОСТИ ОПЦИОНОВ БЛЭКА-ШОУЛЗА

В начале 1970-х годов Фишер Блэк, Майрон Шоулз и Роберт Мертон сделали фундаментальное открытие в теории ценообразования опционов. Этот результат известен как модель Блэка-Шоулза. Эта модель оказала огромное влияние на способы, с помощью которых трейдеры устанавливают цены и хеджируют опционы [4, с. 397].

# 1.1 Допущения модели

Рынки ценных бумаг совершенны.

Рынки всегда открыты и сделки совершаются непрерывно во времени.

Все инвесторы имеют возможность давать и брать кредиты под одинаковую безрисковую процентную ставку, которая является постоянной в течение всего срока действия опциона.

Не существует возможностей для проведения арбитражных операций.

Мгновенный ожидаемый доход по акции за единицу времени ( $\mu$ ) и мгновенное отклонение дохода по акции за единицу времени ( $\sigma^2$ ) — постоянные величины.

Цена акции имеет логнормальное вероятностное распределение, и по акции не выплачиваются дивиденды.

Раннее исполнение опционов исключено, т.е. опционы европейские [1, с. 178–179].

# 1.2 Формула Блэка-Шоулза

Модель Блэка-Шоулза для оценки европейских колл опционов на акции, по которым не выплачиваются дивиденды, может быть представлена в следующем виде:

$$C = SN(d_1) - Ke^{-rt}N(d_2),$$
 (1)

где S — спот-цена базового актива (курс-спот акции); K — цена исполнения опциона (страйк); r — безрисковая процентная ставка; t — время до истечения контракта;  $\sigma$  — стандартное отклонение доходов базового актива (акции); N(d) — функция нормального распределения; величину  $N(d_1)$  можно рассматривать как риск-нейтральную вероятность того, что опцион принесет выигрыш, а  $N(d_2)$  — вероятность того, что оп будет исполнен (значение N(d) может быть найдено в специальных таблицах [2, с. 335]), [3, с. 308–309].

$$d_{1} = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^{2}}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}},$$
(2)

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} = d_1 - \sigma\sqrt{t} , \qquad (3)$$

### 1.3 Нюансы при расчете волатильности

Волатильность – единственный исходный параметр в модели Блэка-Шоулза, который необходимо оценить самостоятельно. При этом следует учитывать, что от объективности оценки волатильности акции зависит точность определения стоимости опциона. Стандартное отклонение цены акции оценивается путем подсчета исторической или подразумеваемой (предполагаемой) волатильности.

При подобном подсчете возникает ряд трудностей.

- 1. Какое количество наблюдений необходимо собрать (n)? Считается, что использование 60–200 ежедневных ценовых наблюдений, 40–60 еженедельных ценовых наблюдений или 30–50 ежемесячных ценовых наблюдений является хорошим компромиссом при решении данной проблемы.
- 2. Каким должен быть интервал между наблюдениями? При логнормальном распределении цены акции длина интервала не имеет значения. Однако предположение о логнормальном распределении – упрощение. В

реальности имеют место факторы рыночной микроструктуры (выходные, праздники), влияние которых до конца еще не изучено.

3. Какую цену акции использовать? Чаще всего используются цены закрытия [1, с.183–184].

### 2 МОДЕЛЬ БЛЭКА-ШОУЛЗА: ПРОВЕДЕНИЕ РАСЧЕТОВ И СРАВНЕНИЕ С РЕАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

#### 2.1 Исходные данные

Для проведения расчетов по формуле Блэка-Шоулза необходимы следующие данные:

- 1. базовый актив акция, по которой не выплачиваются дивиденды: ряд исторических цен закрытия, спотовая цена акции на отчетную дату;
- 2. опцион колл на данную акцию: его страйковая цена, время истечения, стоимость на отчетную дату;
- 3. безрисковая ставка казначейский вексель со сроком погашения на отчетную дату: цена покупателя и продавца.

### 2.2 Расчеты составляющих формулы Блэка-Шоулза

Неизвестными являются три параметра – t (время до истечения контракта), r (безрисковая ставка) и  $\sigma$  (стандартное отклонение доходов акции, или волатильность).

Время до истечения контракта (t).

Время до истечения контракта определяется как отношение количества календарных дней между отчетной датой и датой истечения контракта (отчетный день и день истечения контракта считается как один) к количеству дней в году.

*Безрисковая ставка (r)* определяется исходя из параметров казначейского векселя [5, с.255].

Волатильность цены акции ( $\sigma$ ) представляет собой меру неопределенности ее доходности. Как правило, волатильность колеблется от 15 до 60%.

Для расчета волатильности цены акции используют формулу:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} \left( \ln R_j - \mu \right)^2, \tag{4}$$

где  $\mu$  — ожидаемая доходность акции,  $R_j$  — относительные цены закрытия акции, n — количество календарных дней между отчетной датой и датой истечения контракта [5, с. 256].

#### 2.3 Вычисление стоимости опциона колл на акцию

На данном этапе имеются все необходимые данные для вычисления стоимости опциона: применяется формула Блэка-Шоулза.

# 2.4 Проверка соответствия расчетов реальным данным

Цена опциона на отчетную дату и расчетное значение цены опциона могут отличаться, но незначительно. Следовательно, имеет место вывод о справедливости формулы Блэка-Шоулза. Исключением является ситуация, когда опцион находится сильно в деньгах. В этом случае формулу использовать нецелесообразно, так как это приведет к искажению результатов.

# 2.5 Выводы по применению модели Блэка-Шоулза

Величина премии не зависит от количества интервалов, на которые разбивается срок до истечения опционного контракта.

Всегда можно получить законченную формулу для определения стоимости опциона посредством модели Блэка-Шоулза. Наличие формулы Блэка-Шоулза для любой ситуации делает проще оценку и хеджирование, а также позволяет экономить время.

Модель Блэка-Шоулза позволяет провести факторный анализ стоимости опциона, определяя количественное влияние каждого параметра.

Вместе с тем, существует множество ситуаций, когда модель Блэка-Шоулза применить окажется невозможно без риска получить необъективный результат оценки.

На практике необходимо оценивать огромное количество других опционных контрактов. Для достижения этих целей модель корректируется, на основании введения новых допущений, а также разрабатываются другие модели оценки (многие из которых являются продолжением названной) [1, с. 191–192].

#### Литература

- 1. *Бородач Ю. В., Белышев А. Е.* Производные финансовые инструменты. Тюмень, 2006.
- 2. Бородич С. А. Вводный курс эконометрики. Минск, 2000.
- 3. *Буренин А. Н.* Форварды, фьючерсы, опционы и экзотические и погодные производные. Москва, 2005.
- 4. *Халл Джон К.* Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. Москва, 2007.
- 5. Cox John C., Rubinstein M. Options markets. New Jersey, 1985.