

Министерство образования Республики Беларусь

Учебно-методическое объединение
по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь



« 04 » _____ * 2014 г.

Регистрационный № ТД-Г. 475 /тип.

Исследование операций

Типовая учебная программа
по учебной дисциплине для специальности
1-31 03 01 Математика (по направлениям)

СОГЛАСОВАНО

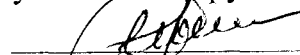
Председатель Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию



« 04 » _____ 2014 г.

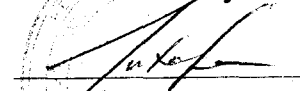
СОГЛАСОВАНО

Начальник Управления высшего образования Министерства образования Республики Беларусь



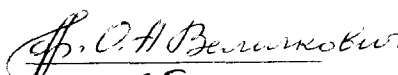
« 04 » _____ 04 2014 г.

Проректор по научно-методической работе Государственного учреждения образования «Республиканский институт высшей школы»



« 05 » _____ 04 2014 г.

Эксперт-нормоконтролер



« 25 » _____ 2014 г.

Минск 2014

*Полное наименование
института*

СОСТАВИТЕЛИ:

Бахтин Виктор Иванович, профессор кафедры нелинейного анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Лебедев Андрей Владимирович, профессор кафедры нелинейного анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Пиндрик Ольга Исааковна, доцент кафедры нелинейного анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Отдел нелинейного и стохастического анализа Института математики НАН Беларуси (протокол № 5 от 16 мая 2013 г.);

Княжице Леонид Болеславович, главный научный сотрудник отдела математической теории систем Института математики НАН Беларуси, доктор физико-математических наук.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой нелинейного анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 27 мая 2013 г.);

Научно-методическим советом по математике и механике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 6 от 17 сентября 2013 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол №1 от 18 сентября 2013 г.);

Ответственный за выпуск: доцент Пиндрик Ольга Исааковна.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Актуальность изучения учебной дисциплины «Исследование операций»

В настоящее время методы исследования операций широко применяются в самых различных областях человеческой деятельности. В нашей стране теоретическим и практическим применениям методов исследования операций придаётся исключительно большое значение, о чем свидетельствует значительное количество публикаций по этим вопросам.

Исследование операций как самостоятельное научное направление возникло из потребностей наилучшей организации боевых действий, а также прогнозирования их исхода при принятии командованием различных решений. С помощью методов исследования операций можно планировать стратегические и тактические операции, в частности, в условиях неполного знания о состоянии вооруженных сил противника.

Математические методы этой науки первоначально использовались при проектировании авиационных, ракетных и космических комплексов. Основу математического аппарата проектирования составляют линейное и нелинейное программирование, способы принятия решений, теория массового обслуживания и теория игр.

После второй мировой войны методы исследования операций получили широкое применение при перспективном и текущем планировании научно-исследовательских работ, проектировании различных объектов, управлении производственными и технологическими процессами, прогнозировании развития отдельных отраслей промышленности и сельского хозяйства. Особенно часто к ним обращаются при решении задач распределения трудовых ресурсов и запасов, назначения сроков профилактического ремонта оборудования, выбора средств транспортировки грузов, составления графиков перевозок, размещения новых заводов и складов, сбора информации в автоматизированных системах управления и целого ряда других. Следует отметить, что при решении таких задач наряду со строгим математическим аппаратом программирования, теории графов, потоков в сетях и оптимального управления применяются эвристические методы, основанные на интуиции разработчиков.

Цели и задачи учебной дисциплины

Основной целью учебной дисциплины «Исследование операций» является повышение уровня профессиональной компетентности в исследовании проблем оптимизации сложной организационной деятельности и разрешении конфликтных ситуаций в социальных и производственных структурах.

Требования к уровню усвоения содержания учебной дисциплины

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия и теоремы теории графов и теории игр;
- основные понятия и теоремы динамического программирования и теории расписаний.

уметь:

- применять теорию графов и теорию игр для решения практических задач;
- составлять сетевые модели;
- пользоваться методами динамического программирования;

владеть:

- методами решения экстремальных задач теории графов;
- методами исследования сетевых моделей.

Самостоятельная работа студентов

Каждая тема позволяет организовать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет способствовать становлению специалиста, обладающего значительным творческим потенциалом. Содержание и формы контролируемой самостоятельной работы студентов должны соответствовать целям и задачам подготовки специалистов.

Особое внимание следует обращать на организацию индивидуальной работы студентов под руководством преподавателя. Рекомендуется разработка системы индивидуальных заданий.

На изучение учебной дисциплины «Исследование операций» отводится 68 аудиторных часов, из них 34 часа лекций, 34 часа практических занятий.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

Название разделов, тем	Количество часов	
	Лекции	Лабораторные
Раздел 1. Экстремальные задачи на графах	22	22
Тема 1.1 Примеры экстремальных задач на графах	1	10
Тема 1.2 Неориентированные графы	1	1
Тема 1.3 Эйлеровы циклы	1	1
Тема 1.4 Леса и деревья.	2	2
Тема 1.5 Ориентированные графы. Алгоритмы Дейкстры и Флойда	2	2
Тема 1.6 Сети, потоки, разрезы	4	2
Тема 1.7. Сети с ограниченными пропускными способностями дуг и допустимые потоки.	1	2
Тема 1.8 Задача о нахождении допустимого потока максимальной мощности. Алгоритм Форда–Фалкерсона	2	2
Тема 1.9 Задача о построении потока минимальной стоимости. Критерий оптимальности	2	2
1.10 Алгоритмы Басакера–Гоуэна и Клейна	2	2
Тема 1.11 Задача коммивояжера. Алгоритм Литтла	2	3
Тема 1.12 Календарное планирование	2	2
Раздел 2 Теория игр	12	12
Тема 2.1 Элементарные понятия теории игр. Матричные и биматричные игры	1	1
2.2 Отношения предпочтения и оптимумы	1	1
Тема 2.3 Несущественные игры	1	1
Тема 2.4 Седловые точки и цена игры	1	1
Тема 2.5 Правила принятия решений. Теоремы о неподвижной точке	2	2
Тема 2.6 Канонические правила принятия решений и равновесия по Нэшу	2	2
Тема 2.7 Смешанные расширения конечных игр	2	2
Тема 2.8 Методы поиска седловых точек и равновесий по Нэшу в смешанных расширениях	1	1
Тема 2.9 Смешанные расширения бесконечных игр	1	1

Всего аудиторных часов	34	34
ИТОГО:	68	

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1. Экстремальные задачи на графах

Тема 1.1. Примеры экстремальных задач на графах: Задача о Кенигсбергских мостах, задача о четырех красках, задача коммивояжера.

Тема 1.2. Неориентированные графы. Псевдо- и мультиграфы, смежные и инцидентные вершины и ребра, степень вершины. Лемма о четности числа вершин с нечетной степенью. Маршруты, цепи, простые цепи, циклы. Выделение из маршрута простой цепи с теми же концами. Лемма о существовании цикла. Связные графы, подграфы. Разбиение графа на связные компоненты.

Тема 1.3. Эйлеровы циклы. Критерий существования эйлерова цикла. Алгоритм построения эйлерова цикла.

Тема 1.4. Леса и деревья. Критерии графа быть деревом. Остовное дерево. Задача о построении остовного дерева минимального веса. Алгоритм Прима, его корректность. Алгоритм Краскала и его корректность.

Тема 1.5. Ориентированные графы. Алгоритмы Дijkstra и Флойда. Маршруты, цепи, циклы, пути, контуры. Выделение из ориентированного маршрута пути с теми же концами. Задача о нахождении кратчайшего пути между двумя заданными вершинами. Алгоритм Дijkstra, его корректность. Задача о поиске всех кратчайших путей в графе. Алгоритм Флойда, его корректность. Нахождение циклов отрицательной длины. Задача об узких местах.

Тема 1.6. Сети, потоки, разрезы. Сети, источники, стоки, полюса. Дивергенция, поток, циркуляция. Мощность потока. Разрез, дивергенция на разрезе. Лемма о совпадении мощности потока с его дивергенцией на разрезе. Элементарные потоки. Теоремы о разложении положительных циркуляций и потоков на элементарные циркуляции и потоки.

Тема 1.7. Сети с ограниченными пропускными способностями дуг и допустимые потоки. Пропускная способность разреза. Лемма о мощности потока и пропускной способности разреза. Увеличивающие элементарные цепи и потоки. Теорема Форда–Фалкерсона (критерий максимальности потока).

Тема 1.8. Задача о нахождении допустимого потока максимальной мощности. Алгоритм Форда–Фалкерсона. Конечность данного алгоритма для сетей с рациональными пропускными способностями дуг.

Тема 1.9. Задача о построении потока минимальной стоимости. Критерий оптимальности. Графы модифицированных стоимостей. Взаимосвязи между допустимыми потоками в исходной сети и в графе модифицированных стоимостей. Критерий оптимальности допустимого потока.

Тема 1.10. Алгоритмы Басакера–Гоуэна и Клейна. Алгоритм Басакера–Гоуэна для построения потока минимальной стоимости среди потоков заданной мощности. Теорема о его корректности.

Тема 1.11. Задача коммивояжера. Алгоритм Литтла. Гамильтоновы циклы. Метод ветвей и границ. Алгоритм Литтла: операции приведения и стягивания матрицы расстояний, константы приведения и штрафы, оценки длин гамильтоновых циклов, исключение частичных циклов.

Тема 1.12. Календарное планирование. Постановка задачи, основные этапы решения. Построение сетевой модели, ранжирование, нахождение критических путей. Критерий пути быть критическим. Свободный резерв времени, полный резерв времени. Построение календарного графика работ и распределения трудовых ресурсов. Оптимизация календарного графика.

Раздел II. Теория игр

Тема 2.1. Элементарные понятия теории игр. Матричные и биматричные игры. Стратегии, исходы, функции выигрыша, игры в нормальной форме, игры двух лиц, игры с нулевой суммой.

Тема 2.2. Отношения предпочтения и оптимумы. Доминирующие и недоминируемые стратегии, их существование. Условия эквивалентности недоминируемых стратегий. Гарантированный выигрыш, осторожные стратегии. Существование недоминируемых осторожных стратегий. Оптимальность по Парето и существование оптимумов по Парето.

Тема 2.3. Несущественные игры. Оптимумы по Парето и осторожные стратегии в них. Игра двух лиц с нулевой суммой. Нижняя и верхняя цена игры, связь между ними. Цена игры. Взаимосвязь между играми, имеющими цену, и несущественными играми.

Тема 2.4. Седловые точки и цена игры. Взаимозаменяемость седловых точек. Теорема Фон Неймана о минимаксе.

Тема 2.5. Правила принятия решений. Теоремы о неподвижной точке. Согласованные стратегии. Теоремы Боля–Брауэра и Какутани о неподвижной точке.

Тема 2.6. Канонические правила принятия решений и равновесия по Нэшу. Теорема Нэша. Взаимоотношения между равновесиями по Нэшу, равновесиями в недоминируемых стратегиях, равновесиями в осторожных стратегиях, оптимумами по Парето. Индивидуально рациональные исходы.

Тема 2.7. Смешанные расширения конечных игр. Существование седловой точки и цены в смешанном расширении матричной игры. Существование равновесий по Нэшу в смешанном расширении биматричной игры.

Тема 2.8. Методы поиска седловых точек и равновесий по Нэшу в смешанных расширениях Методы поиска седловых точек в смешанных

расширениях матричных игр и равновесий по Нэшу в смешанных расширениях биматричных игр.

Тема 2.9. Смешанные расширения бесконечных игр. Теорема о существовании равновесий по Нэшу в смешанном расширении бесконечных игр.

Информационно-методическая часть

Список основной и дополнительной литературы по дисциплине «Исследование операций»

Основная литература

1. Бахтин В.И., Коваленок А.П., Лебедев А.В., Лысенко Ю.В. Исследование операций. – Минск, БГУ, 2003
2. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. 1977.
3. Басакер Р., Саати Т. Конечные графы и сети. 1974.

Дополнительная литература

1. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях. 1974.
2. Форд Л.Р., Фалкерсон Д.Р. Потоки в сетях. 1966.
3. Харари Ф. Теория графов. 1973.
4. Оре О. Теория графов. 1980.
5. Мулен Р. Теория игр и экономические приложения. 1979.
6. Фон Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. 1970.
7. Льюис Р.Д., Райфа Х. Игры и решения. 1961.
8. Оуэн Г. Теория игр. 1971.
9. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. – М., Высшая школа, 1998.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Графы. Маршруты, цепи, циклы, связные компоненты.
2. Три леммы о неориентированных графах.
3. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера.
4. Алгоритм построения эйлерова цикла.
5. Деревья и их свойства.
6. Остовные деревья. Алгоритм Прима и его обоснование.
7. Алгоритм Краскала и его обоснование.
8. Ориентированные графы, маршруты, цепи, пути, циклы, контуры.
9. Алгоритм Дейкстры и его обоснование.
10. Алгоритм Флойда и его обоснование.
11. Нахождение контуров отрицательной длины.
12. Сети, потоки, разрезы. Леммы о дивергенции и мощности потока.
13. Элементарные потоки. Разложение циркуляции на элементарные потоки.
14. Разложение потока на элементарные потоки.
15. Допустимые потоки. Лемма о мощности допустимого потока.
16. Увеличивающие цепи и теорема Форда–Фалкерсона.
17. Алгоритм Форда–Фалкерсона.
18. Потоки минимальной стоимости. Действия над потоками в исходной сети и в графе модифицированных стоимостей.
19. Критерий оптимальности допустимого потока.
20. Алгоритм Басакера–Гоуэна и его обоснование.
21. Алгоритм Клейна.
22. Метод ветвей и границ.
23. Задача коммивояжера. Алгоритм Литтла.
24. Сетевое планирование. Работы, события, алгоритм построения сетевой модели, ранжирование событий.
25. Минимальный и максимальный сроки наступления событий, их свойства. Критический путь. Свободный и полный резерв времени.
26. Игры (бескоалиционные, матричные, биматричные).
27. Доминирующие и недоминируемые стратегии. Их существование.
28. Осторожные стратегии и их существование. Гарантированный выигрыш.
29. Оптимальные по Парето исходы, их существование.
30. Несущественные игры, их свойства.
31. Игра двух лиц с нулевой суммой. Нижняя и верхняя цена игры. Связь цены игры с несущественностью.
32. Цена игры и седловые точки. Свойства седловых точек.
33. Теорема фон Нойманна.
34. Правила принятия решений и равновесия. Теоремы о неподвижной точке.
35. Канонические правила принятия решений. Равновесия по Нэшу и теорема Нэша.
36. Смешанные расширения конечных игр. Равновесия в них.
37. Смешанные расширения бесконечных игр.