

**Белорусский государственный университет
Механико-математический факультет
Кафедра веб-технологий и компьютерного моделирования**

**Аннотация к магистерской диссертации
«Спектральные методы численного моделирования
встречного взаимодействия оптических волн»**

Буяльская Юлия Викторовна

руководитель Волков Василий Михайлович

2014

Магистерская работа содержит: 58 страниц, 21 иллюстрацию (рисунок), 9 приложений, 14 использованных литературных источников.

Ключевые слова: СПЕКТРАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ПОЛИНОМЫ ЧЕБЫШЕВА, МАТРИЦА СПЕКТРАЛЬНОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ЧЕБЫШЕВА, ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ, КОНСЕРВАТИВНОСТЬ, МЕТОД НЬЮТОНА.

Объект исследования – краевые задачи для линейных и нелинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Цель работы – разработать эффективный спектральный метод для решения краевых задач встречного взаимодействия оптических волн в линейных и нелинейных средах

Задачи для достижения поставленной цели:

- ✓ построение дискретных моделей краевых задач на основе спектрального метода Чебышева,
- ✓ разработка эффективных итерационных методов реализации построенных нелинейных дискретных моделей,
- ✓ сравнение эффективности разработанных численных методов с известными подходами на примерах решения типичных краевых задач встречного взаимодействия волн в линейных и нелинейных средах.

Основные результаты:

- 1) разработан псевдоспектральный метод численного анализа нелинейных двухточечных краевых задач, возникающих при математическом моделировании встречного взаимодействия оптических волн,
- 2) для реализации нелинейных псевдоспектральных моделей предложены эффективные итерационные процедуры на основе модифицированного метода Ньютона и альтернативного псевдоконсервативного итерационного метода.
- 3) на основе модельных задач показаны существенные преимущества построенных численных алгоритмов по сравнению со стандартными методиками с точки зрения минимизации вычислительных затрат для достижения заданной точности.

Новизна результатов заключается в разработке оригинальной итерационной процедуры реализации псевдоспектральных нелинейных моделей для класса краевых задач встречного взаимодействия оптических волн, которая, в отличие от известных методик на основе метода Ньютона, менее требовательна к выбору начального приближения решения. В работе

также впервые представлен достаточно полный сравнительный анализ эффективности спектрального метода в терминах точности и вычислительных затрат.

Результаты работы имеют преимущественно практическую направленность и ориентированны на разработку эффективных методов численного анализа класса задач, имеющего широкий спектр приложений в сфере проектирования элементов систем оптических телекоммуникаций, лазерной физике и оптоэлектронике. Результаты работы частично опубликованы и могут быть использованы при разработке программного обеспечения отмеченного класса задач.

Обоснованность и достоверность полученных результатов подтверждена численными экспериментами, показывающими сходимость решений дискретной модели к решению исходной дифференциальной задачи и строгому выполнению дискретных аналогов известных инвариантов.

Магистерская работа выполнена автором *самостоятельно*.

The master's paper contains: 58 pages, 21 illustrations (pictures), 9 applications, 14 using literature sources.

Keywords: SPECTRAL METHODS, MATHEMATICAL MODELING, CHEBYSHEV POLYNOMIALS, CHEBYSHEV SPECTRAL DIFFERENTIATION MATRIX, FOURIER TRANSFORM, PERSISTENCE, NEWTON METHOD.

Object of the research is the boundary value problems for linear and nonlinear systems of ordinary differential equations.

The purpose of the research is to develop effective spectral methods for solving boundary value problems of counterpropagating optical waves in linear and nonlinear media.

The problems for the achievement of the goal are the following:

- ✓ the construction of discrete models of the boundary value problems on base of the Chebyshev spectral method,
- ✓ development of effective iterative methods for realization of the constructed nonlinear discrete models,
- ✓ comparison of efficiency of the developed numeric methods with another known approaches using for solving typical boundary value problems.

The main results are the following:

- 1) pseudo-spectral method of the numerical analysis of nonlinear two-point boundary value problems that arisen in the mathematical modeling of the counterpropagating optical waves interaction is constructed;
- 2) efficient iterative procedures on the base of modified Newton method and alternative pseudo-conservative iterative method for realization of nonlinear pseudo-spectral models are proposed;
- 3) by use of a model problem, significant advantages of constructed numeric algorithms in comparison with standard methods are demonstrated from the standpoint of computational costs minimization to achieve the specified accuracy.

Novelty of the results consists in the development of the original iterative procedure for realization of pseudo-spectral nonlinear models of the class of boundary value problems for counterpropagating optical waves interaction, which is less sensitive for choice of the initial guess in comparison with Newton type methods. Complete comparative analysis of the efficiency of the spectral method in terms of accuracy and computational costs is presented at the first time.

The results of the research have mainly an applied character and they are designed for development of efficient methods for numerical analysis of the class

of problems that have a wide range of applications in design of edifices for optical telecommunications systems, in the laser physics and optoelectronics. The results of the research are published partially and reported on scientific conferences.

The validity and the reliability of the received results are confirmed by the numerical experiments demonstrating convergence of the discrete model solution to the solution of the initial differential problem and the strict fulfillment of the discrete analogs of invariants.

The thesis is prepared by the author personally.