**ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В ЭКОНОМИКЕ.**

**А. Д. Ляховец**

Экономические задачи достаточно сложны, и чтобы облегчить решения данных задач, существует такое понятие, как «производная». В своей работе я попыталась объяснить и доказать, что производная действительно помогает решать различные экономические задачи.

Производная – одно из фундаментальных понятий математики. Само понятие «производная в экономике» тесно связано с производственными задачами, предельным анализом и эластичностью функций.

*Определение:*Производной y'=f '(x)данной функции y=f(x)при данном x называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при условии, что приращение аргумента стремится к нулю, если, конечно, этот предел существует, т.е. конечен.



Таким образом



или

Заметим, что если при некотором значении x, например при x=a, отношение при ∆x 🠢0 не стремится к конечному пределу, то в этом случае говорят, что функция f(x) при x=a (или в точке x=a) не имеет производной или не дифференцируема в точке x=a.

Предельные или пограничные величины характеризуют не состояние (как суммарная или средняя величины.), а процесс, изменение экономического объекта. Следовательно, производная выступает как интенсивность изменения некоторого экономического объекта (процесса) по времени или относительно другого исследуемого фактора.

Рассмотрим ситуацию: пусть *y* - издержки производства, а *х* - количество продукции, тогда *Δx*- прирост продукции, а *Δy* - приращение издержек производства.

В этом случае производная  выражает предельные издержки производства и характеризует приближенно дополнительные затраты на производство дополнительной единицы продукции



где MC – предельные издержки (marginalcosts)

TC – общие издержки (totalcosts)

Q – количество.

Проанализировав экономический смысл производной, нетрудно заметить, что многие, в том числе базовые законы теории производства и потребления, спроса и предложения оказываются прямыми следствиями математических теорем.

**Теорема Ферма (о равенстве нулю)**

|  |  |
| --- | --- |
| Математическая интерпретация | Экономическая интерпретация |
| Если дифференцируемая на промежутке X функция y= f(x) достигает наибольшего или наименьшего значения во внутренней точке x0 этого промежутка, то производная функции в этой точке равна нулю, то есть f’(x0) = 0. | Оптимальный для производителя уровень выпуска товара определяется равенством предельных издержек и предельного дохода. |

То есть уровень выпуска *Qo* является оптимальным для производителя, если

MC(Qo)=MR(Qo),

где *MC* - предельные издержки,

*MR* - предельный доход.

Обозначим функцию прибыли за П(Q). Тогда П(Q) = R(Q) — C(Q),

где *R* – прибыль, а *C* – общие издержки производства.

Очевидно, что оптимальным уровнем производства является тот, при котором прибыль максимальна, то есть такое значение выпуска Qo, при котором функция П(Q) имеет экстремум (максимум). По теореме Ферма в этой точке П’(Q) = 0. Но П’(Q)=R’(Q) - C’(Q), поэтому R’(Qo) = C’(Qo), откуда следует, что MR(Qo) = MC(Qo).

**Задача 1**

Цементный завод производит Х т. цемента в день. По договору он должен ежедневно поставлять строительной фирме не менее 20 т. цемента. Производственные мощности завода таковы, что выпуск цемента не может превышать 90 т. в день.

Определить, при каком объеме производства удельные затраты будут наибольшими (наименьшими), если функция затрат имеет вид:

К=-х3+98х2+200х. Удельные затраты составят К/х=-х2+98х+200 (желтым – это, вероятно, степени?)

Наша задача сводится к отысканию наибольшего и наименьшего значения функции У= -х2+98х+200. На промежутке [20;90].

*Вывод*: x=49, критическая точка функции. Вычисляем значение функции на концах промежутках и в критической точке.

f(20)=1760

f(49)=2601

f(90)=320.

Таким образом, при выпуске 49 тонн цемента в день удельные издержки максимальны, это экономически не выгодно, а при выпуске 90 тонн в день минимально, следовательно, можно посоветовать работать заводу на предельной мощности и находить возможности усовершенствовать технологию, так как дальше будет действовать закон убывающей доходности. И без реконструкции нельзя будет увеличить выпуск продукции.

**Задача 2. О финансовых накоплениях.**

Завод производит *х* автомобилей в месяц. Установлено, что зависимость финансовых накоплений завода от объема выпуска выражается формулой *f*(*x*) = –0,02*x*3 + 600*x* – 1 000. Решение исследуется с помощью производной. Получаем, что при *х* = 100 функция достигает максимума. Вывод: финансовые накопления завода растут с увеличением объема производства до 100 единиц, при *х* = 100 они достигают максимума и объем накопления равен 39 000 денежных единиц. Дальнейший рост производства приводит к сокращению финансовых накоплений.

**Выводы**

* Экономический смыслпроизводной состоит в следующем: производная выступает как скорость изменения некоторого экономического процесса с течением времени или относительно другого исследуемого фактора.
* Наиболее актуально использование производной в предельном анализе, то есть при исследовании предельных величин (предельные издержки, предельная выручка, предельная производительность труда или других факторов производства и т. д.).
* Производная находит широкое приложение в экономической теории. Многие, в том числе базовые, законы теории производства и потребления, спроса и предложения оказываются прямыми следствиями математических теорем (например, представляет интерес экономическая интерпретация теоремы Ферма, выпуклости функции и т. д.).
* Знание производной позволяет решать многочисленные задачи по экономической теории.

**Список использованной литературы**

* *Малыхин В. Л.* Математика в экономике. — М.: ИНФРА-М, 2001.
* *Розен В. В.* Математические модели принятия решений в экономике. — М.: Книжный дом «Университет». Высш. шк., 2002
* *Солодовников А. С., Бабайцев В. А., Браилов А. В.* Математика в экономике. В 2-х ч. — М.: Финансы и статистика, 2001
* *Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. Н.* Математические методы в экономике 3-е изд., М.: Дело и Сервис, 2001.
* *В. Л. Клюшин*, Высшая математика для экономистов, учебное пособие, Москва, ИНФРА-М, 2009г.
* *В. И. Малыхин*, Высшая математика, учебное пособие, Москва, ИНФРА-М, 2009г.
* *Красс М.С., Чупырков Б.П*. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М: Дело, 2001.
* *Н.Ш. Кремер.* Высшая математика для экономистов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2006.