**ЗАДАЧА О РЮКЗАКЕ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В ЛОГИСТИКЕ**

**Пискунова ЕП., Пицкалёва А.О., Овсянникова Л.П**., специальность 1-26 01 05 «Логистика»

Научный руководитель - Скриган Н.И. к. ф-м н., доцент

Классическая задача о ранце (КЗР) относится к числу широко известных задач дискретной оптимизации. Основные сферы применения находятся в областях планирования и управления экономическими, производственными и транспортными средствами. В частности, следует отметить формулируемые в рамках КЗР задачи объемного планирования для предприятий с единичным и мелкосерийным характером производства и задачи загрузки транспортных средств.[4, с. 3]

Цель работы: выявить сущность задачи о рюкзаке и показать ее на практике.

Логистика является одним из ключевых элементов системы управления складом и грузоперевозками. Основная задача логистики – оптимизация экономических решений. Многие промышленные проблемы могут быть решены с помощью задач о рюкзаке: погрузка, перевозка, контроль затрат. Рассмотрим простой пример управления логистикой в судоходной отрасли. Грузы, как правило, поставляются с помощью грузовых автомобилей, самолетов или судн. Каждый груз имеет определенный вес, а грузовой судно имеет неизменную грузоподъемность. Стоимость отправки груза обычно не зависит от его веса, так как перевозчики получают деньги в соответствии с контрактом. Поэтому они стараются максимизировать свою прибыль путем эффективной загрузки и доставки максимального веса в фиксированном объеме. Такая проблема может быть решена с помощью задачи оптимизации, а именно с помощью задачи о рюкзаке.

Актуальность работы предопределена широкой распространенностью и важностью прикладных проблем.

Построение задачи. Методы решения. Пример.

А сейчас перейдем к самой задаче. Дано n предметов с весами w1,..., wn и ценами v1,..., vn, а также рюкзак, выдерживающий вес W. Требуется найти подмножество предметов, которое можно разместить в рюкзаке и которое имеет при этом максимальную цену.[3, c. 297]

Рассмотрим версию задачи, в которой в рюкзак можно помещать произвольную часть любого предмета. Пусть xj, j = 1,... ,n — переменная, представляющая часть предмета j, помещаемую в рюкзак. Очевидно, что xj должно удовлетворять неравенству 0 ≤ xj ≤ 1. Тогда общий вес выбранных предметов можно выразить как сумму $\sum\_{j=1}^{n}w\_{j}x\_{j}$, а общую их стоимость — как $\sum\_{j=1}^{n}v\_{j}x\_{j}$. Таким образом, непрерывную версию задачи о рюкзаке можно представить в виде следующей задачи линейного программирования[2, c. 33]:

 $max\sum\_{j=1}^{n}v\_{j}x\_{j}$

при условиях $\sum\_{j=1}^{n}w\_{j}x\_{j}\leq W$

0 ≤ xj ≤ 1 , j=1,…, n.

Существует несколько методов решения данной задачи. К точным методам относятся: Полный перебор, метод ветвей и границ, ДП – программирование. К приближенным: Жадные алгоритмы. В нашей работе мы рассмотрим подробно метод ветвей и границ, так как остальные являются не совсем точными и эффективными.

Используем классическую постановку задачи. Оказывается удобным упорядочить предметы в убывающем порядке по их удельной цене (отношению цены к весу), с разрешением неоднозначностей произвольным образом:

v1/w1 ≥ v2/w2 ≥ …≥ vn/wn.

Естественной структурой дерева пространства состояний для данной задачи является бинарное дерево). Каждый узел на уровне 0 ≤ i ≤ n представляет все подмножества из n элементов, которые включают определенный выбор из первых i упорядоченных элементов. Этот частичный выбор однозначно определяется путем от корня к узлу: ветвь, идущая влево, указывает на включение очередного элемента в подмножество, в то время как правая ветвь указывает на отсутствие элемента в подмножестве. Записывается общий вес w и общая стоимость v выбора, соответствующего узлу, вместе с верхней границей ub значения для любого подмножества, которое может быть получено путем добавления некоторых элементов (возможно, никаких) к этому выбору.

Простым способом вычисления верхней границы ub является добавление к общей стоимости уже выбранных элементов v произведения оставшейся емкости рюкзака W — w и наибольшего значения удельной стоимости среди оставшихся элементов, которое равно vi+1/wi+1 [1, c. 457]:

ub = v + (W - w) (v1+i/w1+i), 1.1

Пример.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Предмет | Вес | Стоимость | Удельная стоимость |
| 1 | 2 | 80 | 40 |
| 2 | 4 | 100 | 25 |
| 3 | 3 | 48 | 16 |
| 4 | 6 | 54 | 9 |

W=10

Сначала требуется рассчитать верхнюю границу. В то же время строим бинарное дерево (рис. 1.1)

ub=0+(10-0)\*40=400

Первый узел представляет собой подмножество состоящее из одного предмета.

ub=80+(10-4)\*25=280

Далее рассчитываем последующие узлы:

2 узел без 1-го предмета: ub=0+(10-0)\*25=250

3 узел с 2-м предметом: ub=180+(10-6)\*16=244

4 узел без 2-го предмета: ub=80+(10-2)\*16=208

5 узел с 3-м предметом: ub=228+(10-9)\*9=237

6 узел без 3-го предмета: ub=180+(10-6)\*9=216

7 узел с 4-м предметом: Недопустим, т. к. w>W, w=15

8 узел без 4-го предмета: ub=228+(10-9)\*0=228

 0

w=6 v=180 ub=244

dd

w=6 v=180 ub=216

dd

w=0 v=0 ub=400

dd

w=2 v=80 ub=280

dd

w=0 v=0 ub=250

dd

w=2 v=80 ub=208

dd

w=9 v=228 ub=237

dd

w=15

dd

w=9 v=228 ub=228

dd

Недопустимо

Решение

 1 2

4

3

V меньше, чем в 8 узле

V меньше, чем в 8 узле

6

5

V меньше, чем в 8 узле

7

8

Несмотря на то, что узел 2 имеет большее значение верхней границы, мы его отсеиваем, так как цель нашей задачи разместить в рюкзаке подмножество предметов, которое имеет максимальную цену.

Выводы: в своей работе мы смогли показать построение задачи, описали метод ветвей и границ и решили с его помощью задачу о рюкзаке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алгоритмы: введение в разработку и анализ.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 576 с.

2. Дискретная оптимизация: Целочисленное программирование. Изд. 3-е. – М.: Книжный дом «ЛИЬРОКОМ», 2011. – 192 с.

3. Методы оптимизации: пособие / *Р. Габасов* [и др.]. – Минск: Издательство «Четыре четверти», 2011. – 472 с.

4. Федорин, А.Н. Многокритериальные задачи ранцевого типа: разработка и сравнительный анализ алгоритмов : автореф. дис. ... канд. техн. наук : / А. Н. Федорин; Нижегор. гос. ун-т. – М., 2010. – 26 с.