

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методической работе

Регистрационный номер 039/уч.



## СЛОЖНОСТЬ АЛГОРИТМОВ И ТРУДНОРЕШАЕМЫЕ ЗАДАЧИ

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 04 Информатика

2018 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 03 04-2013, учебных планов УВО №G31-169/уч. от 30.05.2013г., №G31и-192/уч. от 30.05.2013г.

**СОСТАВИТЕЛИ:**

Шафранский Я.М. – доцент кафедры «Биомедицинская информатика» Белорусского государственного университета.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой дискретной математики и алгоритмики Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 19 октября 2017 г.);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 3 от 19 декабря 2017 г.).



## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина специализации «Сложность алгоритмов и труднорешаемые задачи» исследует такие параметры алгоритмов, предназначенных для реализации на ЭВМ, как время работы алгоритма и объем необходимой памяти, и характер их зависимости от исходных данных. Шафранский Я.М.

Основой для изучения дисциплины специализации «Сложность алгоритмов и труднорешаемые задачи» являются такие учебные дисциплины как теория алгоритмов, исследование операций, дискретная математика и математическая логика. Предполагается, что студенты знакомы с основами высшей математики.

*Целью* учебной дисциплины является приобретение знаний, необходимых для анализа сложности задач дискретной оптимизации, их применения при разработке методов решения таких задач.

Процесс обучения включает лекции, самостоятельную работу студентов, подготовку студентами презентаций на заданные темы, решение тестовых задач, а также контрольные работы. Лекции сопровождаются электронными презентациями и демонстрацией приложений изучаемой теории к решению задач, возникающих на практике.

*Задачи* изучения учебной дисциплины:

- изучение основных понятий теории сложности алгоритмов;
- ознакомление с основными подходами, используемыми для установления сложности задач дискретной оптимизации;
- освоение математического аппарата, используемого для анализа алгоритмической сложности задач;
- приобретение навыков для анализа сложности задач и использования информации о сложности задач при разработке методов их решения.

В результате изучения дисциплины студент должен:

***знать:***

- основные понятия теории сложности,
- основные подходы к установлению сложности задач дискретной оптимизации,
- математический аппарат теории сложности алгоритмов;

***уметь***

- правильно оценивать объем входной информации задач;
- определять алгоритмическую сложность задач дискретной оптимизации;
- использовать информацию об алгоритмической сложности задач при разработке методов их решения.

***владеть***

- техникой доказательства NP-трудности задач распознавания и дискретной оптимизации;

– навыками определения принадлежности задач классу *NP*.

В результате изучения учебной дисциплины специалист должен владеть следующими академическими компетенциями (АК), социально-личностными компетенциями (СЛК) и профессиональными компетенциями (ПК):

Специалист должен:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач;

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом;

АК-3. Владеть исследовательскими навыками;

АК-4. Уметь работать самостоятельно;

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью);

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем;

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером;

АК-8. Иметь лингвистические навыки (устная и письменная коммуникация);

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

СЛК-1. Обладать качествами гражданственности;

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию;

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям;

СЛК-4. Владеть навыками здорового образа жизни;

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике;

СЛК-6. Уметь работать в команде.

Специалист должен быть способен:

ПК-3. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-8. Владеть современными средствами телекоммуникаций.

ПК-14. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой.

ПК-15. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области информатики.

ПК-16. Владеть современными технологиями проектирования сложных систем и участвовать в разработке новых технологий.

ПК-17. Разрабатывать, анализировать и оптимизировать алгоритмы взаимодействия процессов в информационных средах.

ПК-18. Эксплуатировать и сопровождать программные системы.

В соответствии с учебным планом специальности 1-31 03 04 «Информатика» учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 110 учебных часов, в том числе 68 аудиторных часов: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа. Форма текущей аттестации студентов в рамках данной дисциплины – зачет на третьем курсе в 6-ом семестре.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел I. Введение в теорию сложности алгоритмов

***Тема 1.1 Основные понятия теории вычислительной сложности, ее практическое использование. Машины Тьюринга: детерминированная и недетерминированная***

Рассматриваются такие понятия, как язык, задача распознавания языка, машины Тьюринга в качестве формализации понятия алгоритма и в качестве модели вычислений. Обсуждаются вопросы необходимости классификации задач с точки зрения их сложности.

***Тема 1.2 Рекурсивно перечислимые и рекурсивные языки. Полиномиальная сводимость языков. Классы  $P$  и  $NP$  языков. Задачи распознавания, их связь с языками***

Вводятся понятие полиномиальной сводимости языков и классы полиномиально распознаваемых языков при использовании детерминированных и недетерминированных алгоритмов. Обсуждается связь языков и задач распознавания.

***Тема 1.3 Разумные схемы кодирования. Функции  $Max$  и  $Length$ .  $NP$ -полные задачи распознавания***

Рассматриваются такие понятия, как способы кодирования исходных данных, длина входа задачи, время работы алгоритма как функция длины входа,  $NP$ -полные задачи распознавания.

***Тема 1.4 Проверка принадлежности задачи классу  $NP$ . Теорема Кука (формулировка). Модели вычислений, отличные от машин Тьюринга, оценка сложности алгоритмов***

Рассматриваются способы проверки принадлежности задачи классу  $NP$ . Формулируется теорема Кука о  $NP$ -полноте задачи ВЫПОЛНИМОСТЬ. Вводятся понятия  $RAM$  машины и элементарной операции. Обсуждаются вопросы оценки сложности алгоритмов.

### Раздел II. Методы установления вычислительной сложности задач дискретной оптимизации

***Тема 2.1  $NP$ -трудность задач распознавания. Основные подходы к доказательству  $NP$ -трудности задач распознавания***

Вводится понятие  $NP$ -трудной задачи распознавания. Обсуждаются различные подходы к доказательству  $NP$ -трудности задач распознавания.

***Тема 2.2 Связь задач оптимизации и задач распознавания.  $NP$ -трудные задачи дискретной оптимизации. Стандартная схема доказательства  $NP$ - трудности задач дискретной оптимизации, область ее применимости***

Вводится понятие задачи дискретной оптимизации. Обсуждается связь задач оптимизации и задач распознавания, ее использование для оценки сложности задач оптимизации. Рассматривается стандартная схема доказательства NP-трудности задач дискретной оптимизации, ее достоинства и недостатки.

***Тема 2.3 Задачи с исходными данными высокой кратности: особенности кодирования и подходы к оценке сложности***

Вводится понятие задачи с исходными данными высокой кратности и обсуждаются особенности кодирования входных данных таких задач и подходы к оценке их алгоритмической сложности.

***Тема 2.4 Альтернативный подход к доказательству NP-трудности задач дискретной оптимизации: теоретические основы***

Обсуждаются ситуации, в которых условия применимости стандартной схемы доказательства NP-трудности задач дискретной оптимизации нарушаются. Дается описание альтернативного подхода к доказательству NP-трудности задач дискретной оптимизации. Приводится обоснование альтернативного подхода и обсуждается его связь со стандартной схемой.

***Тема 2.5 Пример задачи высокой кратности: псевдополиномиальный алгоритм решения с оценкой сложности, полиномиально зависящей от числа элементов***

Приводится пример оптимизационной задачи, для которой не может быть использована стандартная схема доказательства NP-трудности задач дискретной оптимизации. Задача имеет псевдополиномиальный алгоритм решения с оценкой сложности, полиномиально зависящей от числа элементов.

***Тема 2.6 Пример полиномиально разрешимой задачи с трудновычислимой целевой функцией***

Приводится пример (с соответствующим доказательством) полиномиально разрешимой оптимизационной задачи, для которой вычисление значений ее целевой функции является NP-трудной задачей.

***Тема 2.7 Доказательство NP-трудности с использованием альтернативной схемы***

Демонстрируется использование альтернативного подхода для доказательства NP-трудности задачи из темы 2.5.

***Тема 2.8 NP-трудность в сильном смысле. Псевдополиномиальная сводимость***

Вводятся понятия NP-трудности в сильном смысле задач дискретной оптимизации и псевдополиномиальной сводимости задач.

***Тема 2.9 Свойства отношения псевдополиномиальной сводимости. Псевдополиномиальные алгоритмы Примеры NP-трудных в сильном смысле задач оптимизации***

Рассматриваются основные утверждения, используемые для доказательства NP-трудности в сильном смысле. Приводятся примеры NP-

трудных в сильном смысле задач, часто используемых в качестве базовых при доказательстве NP-трудности.

***Тема 2.10 Эталонные задачи, используемые при доказательстве NP-трудности (NP-трудности в сильном смысле). Примеры доказательства NP-трудности (NP-трудности в сильном смысле) задач***

Обсуждаются основные (типичные) приемы, используемые при доказательстве NP-трудности (NP-трудности в сильном смысле) задач. Приводятся примеры их использования для доказательства NP-трудности (NP-трудности в сильном смысле) задач.

***Тема 2.11 Стандартная схема доказательства NP-трудности в сильном смысле задач дискретной оптимизации***

Приводится описание стандартной схемы доказательства NP-трудности в сильном смысле задач дискретной оптимизации, дается ее теоретическое обоснование. Обсуждаются преимущества и недостатки стандартной схемы, границы ее применимости.

***Тема 2.12 Класс co-NP задач распознавания. Связь классов NP и co-NP, co-NP-полнота***

Вводится класс co-NP задач распознавания и понятие co-NP-полноты. Обсуждается связь классов NP и co-NP.

***Тема 2.13 Задачи выбора, класс FNP***

Вводится понятие задачи выбора. Вводится класс FNP как аналог класса NP-полных задач распознавания, доказываются соответствующие утверждения.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>I</b>	<b>Введение в теорию сложности алгоритмов</b>	<b>8</b>			<b>5</b>		<b>1</b>	
1.1	<i>Основные понятия теории вычислительной сложности, ее практическое использование. Машины Тьюринга: детерминированная и недетерминированная</i>	2						<i>Устный опрос</i>
	<i>Лабораторная работа. Основные понятия и определения</i>				1		1	<i>Решение задач</i>
1.2	<i>Рекурсивно перечислимые и рекурсивные языки. Полиномиальная сводимость языков. Классы P и NP языков. Задачи распознавания, их связь с языками</i>	2						<i>Устный опрос</i>
	<i>Лабораторная работа. Полиномиальная сводимость языков.</i>				2			<i>Решение задач</i>
1.3	<i>Разумные схемы кодирования. Функции Max и Length. NP-полные задачи распознавания</i>	2						<i>Устный опрос</i>
	<i>Лабораторная работа. Доказательство NP-полноты задач распознавания.</i>				2			<i>Решение задач</i>
1.4	<i>Проверка принадлежности задачи классу NP. Теорема Кука (формулировка). Модели вычислений, отличные от машин Тьюринга, оценка сложности алгоритмов</i>	2						<i>Контрольная работа №1</i>



<b>II</b>	<b>Методы установления алгоритмической сложности задач дискретной оптимизации</b>	<b>26</b>			<b>25</b>		<b>3</b>	
2.1	<i>NP-трудность задач распознавания. Основные подходы к доказательству NP-трудности задач распознавания</i>	2						<i>Устный опрос</i>
	<i>Лабораторная работа. Доказательство NP-трудности задач распознавания</i>				2			<i>Решение задач</i>
2.2	<i>Связь задач оптимизации и задач распознавания. NP-трудные задачи дискретной оптимизации. Стандартная схема доказательства NP-трудности задач дискретной оптимизации, область ее применимости</i>	2			2			<i>Устный опрос</i>
	<i>Лабораторная работа. Доказательство NP-трудности задач оптимизации</i>				1		1	<i>Решение задач</i>
2.3	<i>Задачи с исходными данными высокой кратности: особенности кодирования и подходы к оценке сложности</i>	2						<i>Устный опрос</i>
	<i>Лабораторная работа. Доказательство NP-трудности задач оптимизации с исходными данными высокой кратности</i>				2			<i>Решение задач</i>
2.4	<i>Альтернативный подход к доказательству NP-трудности задач дискретной оптимизации: теоретические основы</i>	2						<i>Контрольная работа №2</i>
2.5	<i>Пример задачи высокой кратности: псевдополиномиальный алгоритм решения с оценкой сложности, полиномиально зависящей от числа элементов</i>	2						<i>Устный опрос</i>
	<i>Лабораторная работа. Доказательство NP-трудности в сильном смысле задач математической логики</i>				2			<i>Решение задач</i>

2.6	<i>Пример полиномиально разрешимой задачи с трудновычислимой целевой функцией</i>	2						<i>Устный опрос</i>
	<i>Лабораторная работа. Доказательство NP-трудности задач оптимизации с исходными данными высокой кратности</i>				2			<i>Решение задач</i>
2.7	<i>Доказательство NP-трудности с использованием альтернативной схемы</i>	2						<i>Устный опрос</i>
	<i>Лабораторная работа. Доказательство NP-трудности задач оптимизации с исходными данными высокой кратности</i>				2			<i>Решение задач</i>
2.8	<i>NP-трудность в сильном смысле. Псевдополиномиальная сводимость.</i>	2						<i>Устный опрос</i>
	<i>Лабораторная работа. Доказательство NP-трудности в сильном смысле задач распознавания</i>				2			<i>Решение задач</i>
2.9	<i>Свойства отношения псевдополиномиальной сводимости. Псевдополиномиальные алгоритмы. Примеры NP-трудных в сильном смысле задач оптимизации.</i>	2						<i>Устный опрос</i>
	<i>Лабораторная работа. Доказательство NP-трудности в сильном смысле задач оптимизации</i>				1		1	<i>Решение задач</i>
2.10	<i>Эталонные задачи, используемые при доказательстве NP-трудности (NP-трудности в сильном смысле). Примеры доказательства NP-трудности (NP-трудности в сильном смысле) задач</i>	2						<i>Контрольная работа №3</i>
	<i>Лабораторная работа. Доказательство NP-трудности в сильном смысле задач теории расписаний.</i>				2			<i>Решение задач</i>

2.11	<i>Стандартная схема доказательства NP-трудности в сильном смысле задач дискретной оптимизации</i>	2			2			<i>Устный опрос</i>
	<i>Лабораторная работа. Доказательство NP-трудности в сильном смысле задач теории графов</i>				1		1	<i>Решение задач</i>
2.12	<i>Класс co-NP задач распознавания. Связь классов NP и co-NP, co-NP-полнота</i>	2						<i>Коллоквиум</i>
	<i>Лабораторная работа. Доказательство co-NP-полноты задач распознавания</i>				2			<i>Решение задач</i>
2.13	<i>Задачи выбора, класс FNP</i>	2						<i>Устный опрос</i>
	<i>Лабораторная работа. Доказательство co-NP-полноты задач теории графов</i>				2			<i>Решение задач</i>
<b>ИТОГО</b>		<b>34</b>			<b>30</b>		<b>4</b>	

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### *Рекомендуемая литература*

#### *Основная*

1. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. - М.: Мир, 1982.
2. Sipser M. Introduction to the Theory of Computation. – PWS Publishing Company, 1997
3. Танаев В.С., Гордон В.С., Шафранский Я.М. Теория расписаний. Одностадийные системы. - М.: Наука, 1984.
4. Cheng T.C.E., Shafransky Y., Ng C.T. An alternative approach for proving the NP-hardness of optimization problems. European Journal of Operational Research. 2016. Vol. 248 P. 52–58.

#### *Дополнительная*

5. Kovalyov M.Y, Pesch E. A generic approach to proving NP-hardness of partition type problems. Discrete Applied Mathematics. 2010. V. 158. P. 1908-1912.
6. Танаев В.С., Ковалев М.Я., Шафранский Я.М. Теория расписаний. Групповые технологии. – Минск : Ин-т техн. кибернетики НАН Беларуси, 1998.
7. Lewis H.R, Papadimitriou C.H. Elements of the Theory of Computation. - Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1998.
8. Arora S., Barak B. Computational Complexity: A Modern Approach. - Princeton University. – <http://www.cs.princeton.edu/theory/complexity/>

### *Перечни используемых средств диагностики результатов учебной деятельности*

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным и конечным требованиям образовательной программы создаются фонды оценочных средств, включающие индивидуальные задания, общие задания, контрольные работы и тесты. Оценочными средствами предусматривается оценка способности обучающихся к творческой деятельности, научно-исследовательской деятельности, их готовность вести поиск эффективного решения новых задач, связанных с недостаточностью конкретных специальных знаний и отсутствием общепринятых алгоритмов.

На лекционных занятиях по учебной дисциплине «Теория графов» возможно использование элементов проблемного обучения: проблемное изложение некоторых аспектов, использование частично-поискового метода.

На лабораторных занятиях по учебной дисциплине рекомендуется использовать такие приемы преподавания, как сопоставление с новыми фактами, анализ известных фактов, управление исследовательской

деятельностью, а также следующие приемы учения: исследование проблемы, самостоятельное выдвижение гипотезы по решению задачи, соотнесение полученных, результатов с выдвинутым предположением, обобщение по проблеме в целом.

### ***Примерный перечень заданий управляемой самостоятельной работы***

1. Способы определения принадлежности задач классу NP.
2. Особенности альтернативной схемы доказательства NP-трудности задач оптимизации.

Для диагностики компетенций в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы:

1. Устная форма: опросы, коллоквиум.
2. Письменная форма: контрольные работы.

### ***Примерная тема для коллоквиума***

NP-полнота языков и задач распознавания; NP-трудность задач оптимизации; NP-полнота и NP-трудность в сильном смысле (определения, формулировки утверждений).

### ***Примерный перечень тем контрольных работ***

1. Контрольная работа № 1 «NP-полнота задач распознавания».
2. Контрольная работа № 2 «NP-трудность задач оптимизации».
3. Контрольная работа № 3 «NP-полнота и NP-трудность в сильном смысле».

Текущая аттестация проводится в соответствии с Постановлением Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29 мая 2012 г. «Об утверждении Правил проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования»; Положением о рейтинговой системе оценки знаний по дисциплине в Белорусском государственном университете, Приказ ректора БГУ № 382-ОД от 18 августа 2015 г.; критериями оценки уровня знаний и компетенций студентов № 21-04-1/105 от 22 декабря 2003 г. Рекомендации по контролю качества усвоения знаний.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ**

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Вычислительные основы компьютерной графики	Дискретной математики и алгоритмики	Нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол №3 от 19 октября 2017

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ**

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры дискретной математики и алгоритмики (протокол № \_\_ от \_\_\_\_\_ 201\_ г.)  
Заведующий кафедрой

---

(ученая степень, звание)

---

(подпись)

---

(И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

---

(ученая степень, звание)

---

(подпись)

---

(И.О.Фамилия)