# SEMI ON-LINE АЛГОРИТМ ДЛЯ ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАБОТ НА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРИБОРАХ

**В.М. Котов**[1], **А.Муравед**[2]

[1] Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики,
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь
kotovvm@yandex.ru

[2] Бейрутский университет, Бейрут, Ливан
a-mourawed@hotmail.com

Пусть даны $m$ идентичных приборов. Необходимо распределить некоторый набор работ на приборы таким образом, чтобы время завершения выполнения всех работ было минимальным. При этом, весь набор работ заранее не известен: имеются 2 группы работ, причем длительности выполнения работ первой группы известны заранее, а длительности выполнения работ второй группы упорядочены в порядке невозрастания и становятся известны по мере поступления. Работы второй группы поступают последовательно и распределяются на приборы порядке поступления, при этом невозможно изменить первоначальное распределение впоследствии. Такие модели задач принято называть semi on-line моделями [1]. Доказано, что алгоритм, назначающий очередную работу на прибор, который раньше завершит ее обработку, гарантирует точность в наихудшем случае $(2m-1)/m$. В работе предлагается алгоритм с оценкой 1.9.

Пусть $L$ — нижняя граница оптимального решения для работ из первой группы, т.е. $L = \max[(p_1 + \ldots + p_n)/n, p_{\max}]$, где $p_{\max} = \max(p_1, \ldots, p_n)$.

**Теорема 1.** *Пусть существует распределение работ первой группы на партии* $BU2$ *из двух приборов* $(A1, A2)$, *причем суммарная загрузка приборов как минимум* $2L$, *а загрузка* $A1, A2$ *не превосходим* $1.6L$ *и* $0.9L$ *соответственно. Тогда алгоритм* <*в минимально загруженный*> *имеет гарантированную оценку* 1.9.

**Теорема 2.** *Пусть существует распределение работ первой группы на партии* $BU3$ *из трех приборов* $(B1, B2, B3)$, *причем суммарная загрузка приборов как минимум* $3 * L$, *а загрузка* $B1, B2, B3$ *не превосходит соответственно* $1.8L$, $3L/4$, $0.9L$. *Тогда алгоритм* <*в минимально загруженный*> *имеет гарантированную оценку* 1.9.

**Теорема 3.** *Пусть существует распределение работ первой группы на партии* $BU4$ *из четырех приборов* $(C1, C2, C3, C4)$, *причем суммарная загрузка приборов как минимум* $4L$, *а загрузка приборов* $C1, C2, C3, C4$ *не превосходит соответственно* $1.8L$, $1.6 * L$, $1.2 * L$, $0.9 * L$. *Тогда алгоритма* <*в минимально загруженный*> *имеет гарантированную оценку* **1.9.**

**Теорема 4.** *Для любого набора элементов из первой группы возможно разбиение множества приборов на партии таким образом, что любой прибор принадлежит одной из описанных выше партий.*

**Следствие 1.** *Существует алгоритм решения задачи минимизации времени окончания последней завершенной работы на параллельных приборах в случае, когда имеются* 2 *группы работ, причем длительности выполнения работ первой группы известны заранее, а длительности выполнения работ второй группы упорядочены в порядке невозрастания и становятся известны по мере поступления.*

### Литература

1. *Kellerer H., Kotov V., Speranza M.G., Tuza Z.* Semi On-line Algorithms for the Partition Problem // Operations Research Letters. 1997. Vol. 21. P. 235–242.