РЕКУРРЕНТНЫЕ M-ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ AR-МОДЕЛЕЙ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

В.И. Лобач

Белорусский государственный университет,
пр. Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь
lobach@bsu.by

Параметры $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$ авторегрессионого процесса

$$x_{k+1} = \sum_{i=1}^{p} \theta_i x_{k-i+1} + u_{k+1} = (\theta, x_{k,p}) + u_{k+1}, \tag{1}$$

где $x_{k,p} = (x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-p+1})$, u_{k+1} – последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, обычно оцениваются методом наименьших квадратов (МНК) или на основе решения уравнений Юла — Уокера, используя оценки автокорреляций процесса. Эти две процедуры асимптотически эквивалентны и дают состоятельные оценки даже в случае, когда инновационный процесс $\{u_k\}$ не является гауссовским. Однако, МНК и метод Юла — Уокера теряют свою эффективность в случае выбросов (наличии "тяжелых хвостов") инновационного процесса.

Наблюдения с выбросами требуют для анализа робастной модификации метода наименьших квадратов. В [1] для регрессионной модели вместо оценки $\widehat{\theta}$, получаемой в результате минимизации

$$\sum_{k=p}^{n-1} (x_{k+1} - (\theta, x_{k,p}))^2, \tag{2}$$

рассматривается M-оценка $\widehat{\theta}_M$, как решение задачи минимизации

$$\sum_{k=p}^{n-1} \rho\left(x_{k+1} - (\theta, x_{k,p})\right), \tag{3}$$

где $\rho(t)$ – функция, которая растет медленнее, чем $\rho(t) = t^2$.

В [2] предлагается обобщенная M-оценка, получаемая как решение системы

$$\sum_{k=p}^{n-1} \psi\left(x_k - (\theta, x_{k,p})\right) \cdot \gamma(x_{k,p}) = 0 \tag{4}$$

В данной работе система уравнений (4) используется для оценивания параметров авторегрессионной модели (1), причем оценки записываются в рекуррентной форме

$$\widehat{\theta}_{n+1} = \widehat{\theta}_n + \alpha_n \gamma(x_{n,p}) \psi\left(x_{n+1} - (\widehat{\theta}_n, x_{n,p})\right) \tag{5}$$

где $\alpha_n = O(1/n)$, $\gamma(x) = x \cdot g(|x|)$, $g(x) = x(1 + \frac{x}{2,5})^{-2}$, $\psi(x) = \begin{cases} x, & |x| < 2,5; \\ 2,5\,\mathrm{sign}\,(x), & |x| \geqslant 2,5. \end{cases}$

Литература

1. *Andrews D.F.* A robust method for multiple linear regression // Technometrics. 1974. V. 16. P. 523–531.

2. *Denby L., Laren W.A.* Robust regression estimators compared via Monte — Carlo // Comm. Statist. Assoc. 1977. V. 74. P. 335–362.